

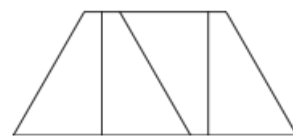
Геометрия—7. Разное

Данный листок содержит разные задачи по геометрии, которые предлагались на различных олимпиадах в 7 классе (или в которых достаточно знаний 7 класса).

1. (*Математический праздник, 1990, 6–7.2*) Изобразите множество середин всех отрезков, концы которых лежат а) на данной полуокружности; б) на диагоналях данного квадрата.

2. (*«Курчатов», 2018, 7.3*) На сторонах AB , BC треугольника ABC отмечены точки X и Y соответственно так, что $AY = AB$ и $CX = CB$. Прямая, проходящая через вершину A параллельно стороне BC , пересекает прямую, проходящую через вершину C параллельно стороне AB , в точке D . Докажите, что $DX = DY$.

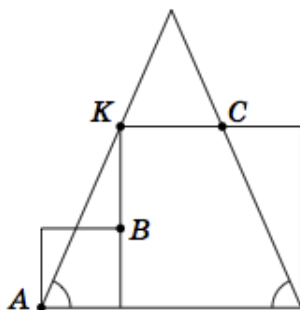
3. (*Математический праздник, 1997, 7.3*) Четырёхугольник с длинами сторон 1, 1, 1 и 2 имеет две параллельные стороны и разбит на четыре одинаковые фигуры (см. рисунок). В результате верхняя сторона разделилась на четыре отрезка. Найдите отношение длины большего отрезка к меньшему.



4. (*«Ломоносов», 2013, 7.3*) Дан параллелограмм $ABCD$ и выбраны точки A_1 , B_1 , C_1 и D_1 такие, что точка A является серединой отрезка DD_1 , точка B — серединой AA_1 , точка C — серединой BB_1 и точка D — серединой CC_1 . Докажите, что четырёхугольник $A_1B_1C_1D_1$ является параллелограммом.

5. (*Математический праздник, 1993, 7.4*) В результате измерения четырёх сторон и одной из диагоналей некоторого четырёхугольника получились числа: 1; 2; 2,8; 5; 7,5. Чему равна длина измеренной диагонали?

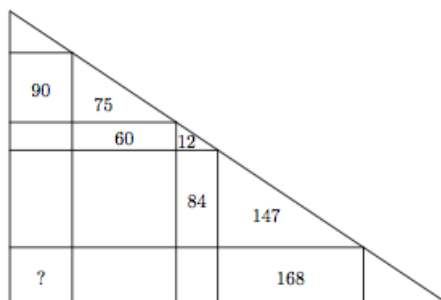
6. (*Математический праздник, 2018, 7.4*) Два квадрата и равнобедренный треугольник расположены так, как показано на рисунке (вершина K большого квадрата лежит на стороне треугольника). Докажите, что точки A , B и C лежат на одной прямой.



7. («Покори Воробьёвы горы!», 2013, 7) Дан угол с вершиной O_1 . Провели окружность с центром в точке O_1 , она пересекает стороны угла в точках A и B . Потом провели касательные к окружности в точках A и B , они пересеклись в точке O_2 . Построили вторую окружность, с центром O_2 и радиусом O_2A , и провели касательные в точках A и B . Эти касательные пересекаются в точке O_3 . Затем построили окружность с центром O_3 , и так далее. Так проделали 1001 раз. Найдите угол $AO_{1001}B$, если $\angle AO_1B = 60^\circ$.

09

8. («Ломоносов», 2012, 7) Прямоугольный треугольник разбили на несколько фигур так, как показано на рисунке. Зная указанные площади фигур, найдите площадь прямоугольника в левом нижнем углу.



22

9. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7) Леночка собралась испечь пирог на день рождения. Она раскатала тесто равномерным слоем в виде равнобедренного прямоугольного треугольника. Потом она подумала, что теста хватит на два пирога, и провела из точки на гипотенузе два прямолинейных разреза, параллельных катетам треугольника. Получилось два треугольника и один прямоугольник.

Из прямоугольника Леночка испекла пирог с клубникой, а треугольники слепила вместе, раскатала и испекла пирог с капустой. Может ли получиться так, что в пироге с клубникой теста больше, чем в пироге с капустой?

Нет

10. (Всеросс., 2014, II этап, 8) На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите $\angle AKD$.

75

11. («Ломоносов», 2014, 10–11) Треугольник LOM с углом $\angle LOM = 51^\circ$ повернули на некоторый острый угол вокруг точки O . При этом точка L переходит в точку N , лежащую на стороне LM , а точка M — в такую точку K , что $OM \perp NK$. Найдите угол поворота.

34

12. (ОММО, 2014) В треугольнике ABC длина стороны AB равна 2, угол A равен 60° , угол B равен 70° . На стороне AC взята точка D так, что $AD = 1$. Найдите угол DBC .

40

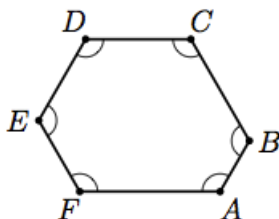
13. («Высшая проба», 2014, 7) На стороне BC неравнобедренного треугольника ABC выбрали точку D . Оказалось, что каждый из треугольников ABD и ACD — равнобедренный, а один из них ещё и прямоугольный. Найдите величину наименьшего из углов треугольника ABC .

22,5°

14. («Высшая проба», 2014, 7) В прямоугольном треугольнике произведение высот в два раза меньше произведения сторон. Найдите наименьший угол этого треугольника.

45°

15. («Курчатов», 2017, 7.5) Все углы шестиугольника $ABCDEF$ равны.



Докажите, что $AB - DE = EF - BC = CD - FA$.

16. («Высшая проба», 2018, 7.2) На плоскости есть набор из 2018 точек, никакие 3 не лежат на одной прямой. Рассмотрим все замкнутые ломаные, проходящие через все точки набора. Сколько точек самопересечения может иметь ломаная минимальной длины?

17. («Высшая проба», 2018, 7–8.4) Пусть дан четырехугольник $ACDE$, такой что вершины D и E лежат по одну сторону от прямой AC . Пусть на стороне AC взята точка B , так что треугольник BCD — равнобедренный с основанием BC , т.е. $BD = CD$. Пусть углы BDC , ABE , ADE равны 80 градусов. Найдите угол EAD .

50°

18. (Московская устная олимпиада, 2018, 7.8) Точка M — середина стороны BC треугольника ABC . Из вершины C опущен перпендикуляр CL на прямую AM (L лежит между A и M). На отрезке AM отмечена точка K так, что $AK = 2LM$. Докажите, что $\angle BKM = \angle CAM$.