

## Геометрия на ММО. 10 класс

Данный листок содержит задачи по геометрии, которые предлагались на Московской математической олимпиаде в 10 классе. В скобках после номера задачи указан год проведения олимпиады, а также порядковый номер задачи в соответствующем варианте (что позволяет составить некоторое представление о сложности задачи).

1. (2017, №3) Точка  $O$  — центр описанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$ . Описанная окружность треугольника  $AOC$  вторично пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$ . Оказалось, что прямая  $EF$  делит площадь треугольника  $ABC$  пополам. Найдите угол  $B$ .
2. (2016, №2) Внутри выпуклого четырехугольника  $A_1A_2B_2B_1$  нашлась такая точка  $C$ , что треугольники  $CA_1A_2$  и  $CB_1B_2$  — правильные. Точки  $C_1$  и  $C_2$  симметричны точке  $C$  относительно прямых  $A_2B_2$  и  $A_1B_1$  соответственно. Докажите, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$  подобны.
3. (2016, №5) В куб с ребром 1 поместили 8 непересекающихся шаров (возможно, разного размера). Может ли сумма диаметров этих шаров быть больше 4?
4. (2015, №5) Дан треугольник  $ABC$ . Проведены высота  $AH$  и медиана  $CM$ . Обозначим точку их пересечения через  $P$ . Высота, проведенная из вершины  $B$  треугольника, пересекается с перпендикуляром, опущенным из точки  $H$  на прямую  $CM$ , в точке  $Q$ . Докажите, что прямые  $CQ$  и  $BP$  перпендикулярны.
5. (2014, №3) Дан треугольник  $ABC$ . Обозначим через  $M$  середину стороны  $AC$ , а через  $P$  — середину отрезка  $CM$ . Описанная окружность треугольника  $ABP$  пересекает сторону  $BC$  во внутренней точке  $Q$ . Докажите, что  $\angle ABM = \angle MQP$ .