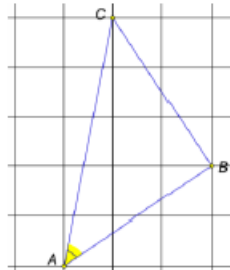


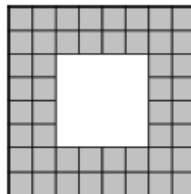
## Геометрия на клетчатой бумаге

ЗАДАЧА 1. («Ломоносов», 2017, 5–6.2, 7–8.1) На клетчатой бумаге нарисовали треугольник  $ABC$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $A$ .

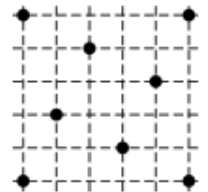


45°

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2017, ШЭ, 8.1) В рамке  $8 \times 8$  шириной в 2 клетки (см. рисунок) всего 48 клеточек. Сколько клеточек в рамке  $254 \times 254$  шириной в 2 клетки?



ЗАДАЧА 3. (ММО, 2012, 8) Кузнечик умеет прыгать только ровно на 50 см. Он хочет обойти 8 точек, отмеченных на рисунке (сторона клетки равна 10 см). Какое наименьшее количество прыжков ему придется сделать? (Разрешается посещать и другие точки плоскости, в том числе не узлы сетки. Начинать и заканчивать можно в любых точках.)



8

ЗАДАЧА 4. (ММО, 2009, 8.4) В каждой клетке квадрата  $101 \times 101$ , кроме центральной, стоит один из двух знаков: «поворот» или «прямо». Машинка въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего едет параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:

- 1) в клетке со знаком «прямо» она продолжает путь в том же направлении;
- 2) в клетке со знаком «поворот» она поворачивает на  $90^\circ$  (в любую сторону по своему выбору).

Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы у машинки не было возможности врезаться в дом?

Невозь

ЗАДАЧА 5. (*ММО, 2013, 8*) Будем называть точку плоскости *узлом*, если обе её координаты — целые числа. Внутри некоторого треугольника с вершинами в узлах лежит ровно два узла (возможно, какие-то ещё узлы лежат на его сторонах). Докажите, что прямая, проходящая через эти два узла, либо проходит через одну из вершин треугольника, либо параллельна одной из его сторон.

ЗАДАЧА 6. (*Турнир городов, 2016, 10–11*) Дан клетчатый квадрат  $10 \times 10$ . Внутри него провели 80 единичных отрезков по линиям сетки, которые разбили квадрат на 20 многоугольников равной площади. Докажите, что все эти многоугольники равны.

ЗАДАЧА 7. (*ММО, 2015, 10*) Клетки бесконечного клетчатого листа бумаги раскрасили в чёрный и белый цвета в шахматном порядке. Пусть  $X$  — треугольник площади  $S$  с вершинами в узлах сетки. Покажите, что есть такой подобный  $X$  треугольник с вершинами в узлах сетки, что площадь его белой части равна площади чёрной части и равна  $S$ .

ЗАДАЧА 8. (*Всеросс., 1998, округ, 9*) Имеется квадрат клетчатой бумаги размером  $102 \times 102$  клетки и связная фигура неизвестной формы, состоящая из 101 клетки. Какое наибольшее число таких фигур можно с гарантией вырезать из этого квадрата? Фигура, составленная из клеток, называется связной, если любые две её клетки можно соединить цепочкой её клеток, в которой любые две соседние клетки имеют общую сторону.

□