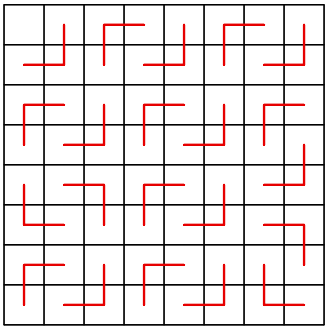
Оценка плюс пример

Оценка плюс пример — это специальное математическое рассуждение, которое применяется в некоторых задачах на нахождение наибольших или наименьших значений. Суть этого рассуждения лучше всего уяснить на конкретных примерах.

Задача 1. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата 8×8?

Решение. В квадрате 64 клетки. Поэтому вырезать 22 и более уголков не получится: ведь тогда суммарное число клеток в них будет не меньше $22 \cdot 3 = 66$. Значит, число уголков не больше 21 (*оценка*).

Вырезать 21 уголок можно — *пример* приведён на рисунке.



Следовательно, наибольшее возможное количество уголков равно 21.

Логика рассуждения ясна: мы показали, что количество уголков *не превосходит* числа 21 (оценка) и *иногда ему равно* (пример). Значит, 21 и есть максимум числа уголков.

Задача 2. Каким наименьшим числом монет в 3 и 5 копеек можно набрать сумму 37 копеек?

Решение. Если число монет не превосходит семи, то сумма окажется не более $7 \cdot 5 = 35$ копеек. Поэтому семи и менее монет нам не хватит.

Предположим, что монет восемь. Все они не могут быть пятикопеечными ($8 \cdot 5 = 40$). Семь пятикопеечных монет и одна трёхкопеечная дают в сумме 38 копеек. Если же пятикопеечных монет не более шести, то сумма не превосходит $6 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 36$ копеек. Значит, восемью монетами набрать 37 копеек также не получается.

Итак, монет должно быть не менее девяти. Приведём пример подходящего набора из девяти монет: пять пятикопеечных и четыре трёхкопеечных ($5 \cdot 5 + 4 \cdot 3 = 37$).

Следовательно, наименьшее возможное число монет равно девяти.

Обратите внимание: вы никому не обязаны объяснять, как вы додумались до примера! При записи решения *пример достаточно просто привести*. Описывать, из каких соображений ваш пример построен, не нужно.

Задачи

1. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого прямоугольника 5×7?

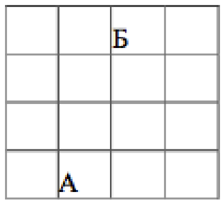
2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.1*) На экскурсию в Санкт-Петербург едут 30 школьников вместе с родителями, часть из которых ведут автомобили. В каждый из автомобилей помещается 5 человек, включая водителя. Какое наименьшее количество родителей необходимо пригласить на экскурсию?

3. (*Всеросс., 2014, ШЭ, 5.4*) Белоснежка вошла в комнату, где вокруг круглого стола стояло 30 стульев. На некоторых из стульев сидели гномы. Оказалось, что Белоснежка не может сесть так, чтобы рядом с ней никто не сидел. Какое наименьшее число гномов могло быть за столом? (*Объясните, как должны были сидеть гномы и почему, если бы гномов было меньше, Белоснежка нашла бы стул, рядом с которым никто не сидит*).

4. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2018, 5–6.2; 7–8.1*) В кружок робототехники берут только тех, кто знает математику, физику или программирование. Известно, что 8 членов кружка знают физику, 7 — математику, 11 — программирование. При этом известно, что не менее двоих знают одновременно физику и математику, не менее троих — математику и программирование, и не менее четырёх — физику и программирование. Какое наибольшее количество участников кружка может быть при этих условиях?

5. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.5; 7–8.4; 9.2*) Найдите наибольшее натуральное число, которое невозможно представить в виде суммы двух составных чисел.

6. (*Всеросс., 2014, ШЭ, 6–7.5*) В музее 16 залов, расположенных как показано на рисунке. В половине из них выставлены картины, а в половине скульптуры. Из любого зала можно попасть в любой соседний с ним (имеющий общую стену). При любом осмотре музея залы чередуются: зал с картинами — зал со скульптурами — зал с картинами и т. д. Осмотр начинается в зале А, в котором висят картины, а заканчивается в зале Б.



а) Обозначьте крестиками все залы, в которых висят картины.

б) Турист хочет осмотреть как можно больше залов (пройти от зала А к залу Б), но при этом в каждом зале побывать не больше одного раза. Какое наибольшее количество залов он сможет посмотреть? Нарисуйте какой-нибудь его маршрут наибольшей длины и **докажите**, что большее количество залов он посмотреть не мог.

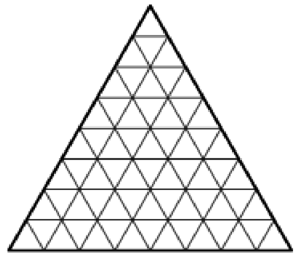
7. (*Математический праздник, 2008, 6.2*) Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

8. Какое наименьшее число клеток на доске 8×8 можно закрасить так, чтобы была хотя бы одна закрашенная клетка: а) в любом квадратике 2×2; б) в любом уголке из трёх клеток?

9. На какое наибольшее количество разных (по форме или площади) прямоугольников можно разрезать прямоугольник 5×6 клеток? Резать можно только по линиям сетки.

10. (*Математический праздник, 1991, 6.2*) Электрик был вызван для ремонта гирлянды из четырёх соединённых последовательно лампочек, одна из которых перегорела. На вывинчивание любой лампочки из гирлянды уходит 10 секунд, на завинчивание — 10 секунд. Время, которое тратится на другие действия, мало́. За какое наименьшее время электрик заведомо может найти перегоревшую лампочку, если у него есть одна запасная лампочка?

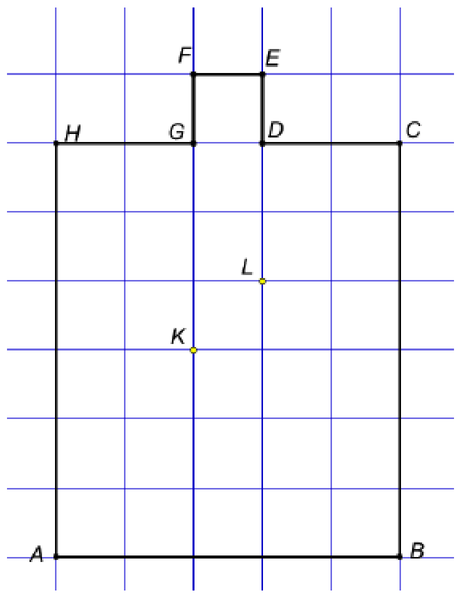
11. (*Математический праздник, 2016, 6.3*) Равносторонний треугольник со стороной 8 разделили на равносторонние треугольнички со стороной 1 (см. рисунок). Какое наименьшее количество треугольничков надо закрасить, чтобы все точки пересечения линий (в том числе и те, что по краям) были вершинами хотя бы одного закрашенного треугольничка?



12. (*Математический праздник, 1990, 5.3*) 48 кузнецов должны подковать 60 лошадей. Какое наименьшее время они затратят на работу, если каждый кузнец тратит на одну подкову пять минут? (Лошадь не может стоять на двух ногах.)

13. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2017, 5–6.4*) У Маши есть 2 кг конфет «Ласточка», 3 кг конфет «Трюфель», 4 кг конфет «Птичье молоко» и 5 кг конфет «Цитрон». Какое наибольшее количество новогодних подарков она может составить, если каждый подарок должен содержать 3 различных типа конфет, по 100 грамм каждого?

14. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2018, 5–6.5; 7–8.4; 9.3*) На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см построен многоугольник $ABCDEFGH$ (см. рис.). Назовём *прямоугольной* ломаную, проходящую по линиям сетки и не проходящую два раза через одну и ту же точку. Постройте прямоугольную ломаную наибольшей длины с концами в точках K и L, не выходящую за границу $ABCDEFGH$ (по самой границе ломаная может проходить). В ответе укажите длину ломаной в сантиметрах.

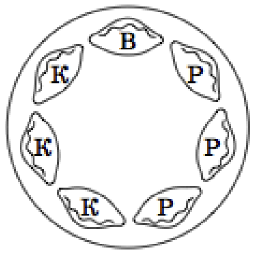


15. (*«Курчатов», 2017, 6.4*) Алексей написал на доске несколько последовательных натуральных чисел. Оказалось, что лишь у двух из написанных чисел сумма цифр делится на 8: у наименьшего и у наибольшего. Какое максимальное количество чисел могло быть написано на доске?

16. (*ОММО, 2018*) n грибников ходили в лес и принесли суммарно 200 грибов (возможно, некоторые из грибников не принесли домой ни одного гриба). Мальчик Петя, узнав об этом, заявил: «Какие-то двое из них обязательно принесли одинаковое количество грибов!» При каком наименьшем n мальчик Петя наверняка окажется прав? Не забудьте обосновать свой ответ.

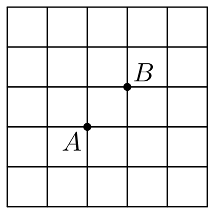
17. (*Математический праздник, 2015, 6.5*) Обезьяна становится счастливой, когда съедает три разных фрукта. Какое наибольшее количество обезьян можно осчастливить, имея 20 груш, 30 бананов, 40 персиков и 50 мандаринов? Обоснуйте свой ответ.

18. (*Математический праздник, 2014, 6.5*) Мама испекла пирожки — три с рисом, три с капустой и один с вишней — и выложила их на блюдо по кругу (см. рисунок). Потом поставила блюдо в микроволновку подогреть. На вид все пирожки одинаковые. Маша знает, как они лежали, но не знает, как повернулось блюдо. Она хочет съесть пирожок с вишней, а остальные считает невкусными. Как Маше наверняка добиться этого, надкусив как можно меньше невкусных пирожков?



19. (*Математический праздник, 2006, 6.5*) Дед звал внука к себе в деревню: «Вот посмотришь, какой я необыкновенный сад посадил! У меня там растёт четыре груши, а ещё есть яблони, причём они посажены так, что на расстоянии 10 метров от каждой яблони растёт ровно две груши». — «Ну и что тут интересного, — ответил внук. — У тебя всего две яблони». «А вот и не угадал, — улыбнулся дед. — Яблонь у меня в саду больше, чем груш». Нарисуйте, как могли расти яблони и груши в саду у деда. Постарайтесь разместить на рисунке как можно больше яблонь, не нарушая условий. Если Вы думаете, что разместили максимально возможное число яблонь, попробуйте объяснить, почему это так.

20. (*Математический праздник, 2009, 6.5*) Любознательный турист хочет прогуляться по улицам Старого города от вокзала (точка А на плане) до своего отеля (точка В). Турист хочет, чтобы его маршрут был как можно длиннее, но дважды оказываться на одном и том же перекрёстке ему неинтересно, и он так не делает. Нарисуйте на плане самый длинный возможный маршрут и докажите, что более длинного нет.



21. (*Математический праздник, 2012, 6.5*) Замените в равенстве

$$\text{ПИРОГ} = \text{КУСОК} + \text{КУСОК} + \text{КУСОК} + \ldots + \text{КУСОК}$$

одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные — разными так, чтобы равенство было верным, а количество «кусков пирога» было бы наибольшим из возможных.

22. (*Московская устная олимпиада, 2014, 6.5*) На клетчатой доске размером 4×4 Петя закрашивает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки не пересекающимися и не вылезающими за границу квадрата уголками из трёх клеток. Какое наименьшее количество клеток должен закрасить Петя, чтобы Вася не выиграл?

23. (*«Ломоносов», 2018, 5–6.5; 7–9.4*) Числа от 1 до 8 расставлены в вершинах куба так, чтобы сумма чисел в любых трёх вершинах, находящихся на одной грани, была не менее 10. Какова наименьшая возможная сумма чисел, стоящих в вершинах одной грани?

24. (*Математический праздник, 2013, 6.6*) Тридцать три богатыря нанялись охранять Лукоморье за 240 монет. Хитрый дядька Черномор может разделить богатырей на отряды произвольной численности (или записать всех в один отряд), а затем распределить всё жалованье между отрядами. Каждый отряд делит свои монеты поровну, а остаток отдаёт Черномору. Какое наибольшее количество монет может достаться Черномору, если:

а) жалованье между отрядами Черномор распределяет как ему угодно;

б) жалованье между отрядами Черномор распределяет поровну?

25. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.6*) Для игры в шляпу Надя хочет разрезать лист бумаги на 48 одинаковых прямоугольников. Какое наименьшее количество разрезов ей придется сделать, если любые куски бумаги можно перекладывать, но нельзя сгибать, а Надя способна резать одновременно сколько угодно слоёв бумаги? (Каждый разрез — прямая линия от края до края куска.)

26. (*Московская устная олимпиада, 2015, 6.6*) Из одинакового количества квадратов со сторонами 1, 2 и 3 составьте квадрат наименьшего возможного размера.

27. (*Московская устная олимпиада, 2008, 6.6*) Найдите наибольшее число цветов, в которые можно покрасить рёбра куба (каждое ребро одним цветом) так, чтобы для каждой пары цветов нашлись два соседних ребра, покрашенные в эти цвета. *Соседними считаются рёбра, имеющие общую вершину.*

28. (*Московская устная олимпиада, 2006, 6.6*) Выступая на арене с 10 львами и 15 тиграми, дрессировщик Паша потерял над ними контроль, и звери начали пожирать друг друга. Лев насытится, если съест трёх тигров, а тигр — если съест двух львов. Определите, какое наибольшее количество хищников могло насытится и как это могло произойти.

29. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.7*) В пять горшочков, стоящих в ряд, Кролик налил три килограмма мёда (не обязательно в каждый и не обязательно поровну). Винни-Пух может взять любые два горшочка, стоящие рядом. Какое наибольшее количество мёда сможет гарантированно съесть Винни-Пух?

30. (*Московская устная олимпиада, 2012, 6.7*) Пятизначное число называется неразложимым, если оно не раскладывается в произведение двух трёхзначных чисел. Какое наибольшее количество неразложимых пятизначных чисел может идти подряд?

31. (*Московская устная олимпиада, 2002, 6.7*) Каждое из 50 изделий нужно сначала покрасить, а потом упаковать. Время окраски — 10 минут, паковки — 20 минут. После окраски деталь должна 5 минут сохнуть. Сколько необходимо нанять маляров и сколько упаковщиков, чтобы выполнить работу в кратчайшее время, если нельзя нанимать более 10 человек?

32. (*Московская устная олимпиада, 2017, 6–7.8*) В каждой клетке доски размером 5×5 стоит крестик или нолик, причём никакие три крестика не стоят подряд ни по горизонтали, ни по вертикали, ни по диагонали. Какое наибольшее количество крестиков может быть на доске?

33. (*Математический праздник, 1993, 6.8*) В спортклубе тренируются 100 толстяков весом от 1 до 100 кг. На какое наименьшее число команд их можно разделить так, чтобы ни в одной команде не было двух толстяков, один из которых весит вдвое больше другого?

34. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.9*) В магазине продают коробки конфет. Среди них есть не менее пяти коробок разной цены (никакие две из них не стоят одинаково). Какие бы две коробки ни купил Вася, Петя всегда сможет также купить две коробки, потратив столько же денег. Какое наименьшее количество коробок конфет должно быть в продаже?

35. (*Московская устная олимпиада, 2012, 6.9*) План дворца шаха — это квадрат размером 6×6, разбитый на комнаты размером 1×1. В середине каждой стены между комнатами есть дверь. Шах сказал своему архитектору: «Сломай часть стен так, чтобы все комнаты стали размером 2×1, новых дверей не появилось, а путь между любыми двумя комнатами проходил не более, чем через N дверей». Какое наименьшее значение N должен назвать шах, чтобы приказ можно было выполнить?

36. (*ММО, 1989, 7*) В тёмной комнате на полке в беспорядке лежат 4 пары носков двух разных размеров и двух разных цветов. Какое наименьшее число носков необходимо, не выходя из комнаты, переложить с полки в чемодан, чтобы в нем оказались две пары различного размера и цвета?

37. (*«Ломоносов», 2012, 7–8.1*) Электронные часы показывают время в стандартном формате (например, 20:27). Найдите наибольшее возможное значение произведения цифр на таких часах.

38. (*«Ломоносов», 2014, 7.2*) Найдите наименьшее целое $n > 3$, при котором не существует выпуклого n-угольника, каждый внутренний угол которого составляет чётное число градусов.

39. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7.2*) Найдите наименьшее возможное значение выражения $|2015m^5 - 2014n^4|$ при условии, что m, n — натуральные числа.

40. (*Математический праздник, 1997, 7.2*) В Мексике экологи добились принятия закона, по которому каждый автомобиль хотя бы один день в неделю не должен ездить (владелец сообщает полиции номер автомобиля и «выходной» день недели этого автомобиля). В некоторой семье все взрослые желают ездить ежедневно (каждый — по своим делам!). Сколько автомобилей (как минимум) должно быть в семье, если взрослых в ней

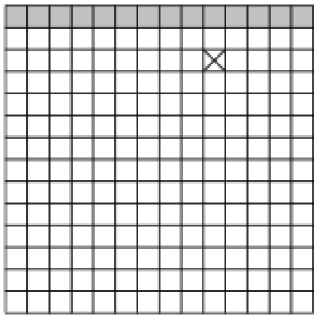
а) 5 человек?

б) 8 человек?

41. (*ММО, окружной тур, 2008, 7.3*) Новогодняя гирлянда, висящая вдоль школьного коридора, состоит из красных и синих лампочек. Рядом с каждой красной лампочкой обязательно есть синяя. Какое наибольшее количество красных лампочек может быть в этой гирлянде, если всего лампочек 50?

42. (*«Высшая проба», 2018, 7–8.3*) Какое максимальное количество полосок 5×1 можно вырезать из квадрата на клетчатой бумаге размера 8×8 клеток?

43. (*Математический праздник, 2018, 7.3*) Все клетки верхнего ряда квадрата 14×14 заполнены водой, а в одной клетке лежит мешок с песком (см. рис.). За один ход Вася может положить мешки с песком в любые 3 не занятые водой клетки, после чего вода заполняет каждую из тех клеток, которые граничат с водой (по стороне), если в этой клетке нет мешка с песком. Ходы продолжаются, пока вода может заполнять новые клетки. Как действовать Васе, чтобы в итоге вода заполнила как можно меньше клеток?



44. (*«Курчатов», 2014, 7.4*) Из десяти различных цифр составили два трёхзначных и одно четырёхзначное число. Эти три числа перемножили. На какое наибольшее число нулей может оканчиваться произведение?

45. (*«Ломоносов», 2013, 7.4*) Блоха прыгает по числовой прямой, причём длина каждого прыжка не может быть меньше n. Она начинает своё движение из начала координат и хочет побывать во всех целых точках, принадлежащих отрезку $[0; 2013]$ (и только в них!) ровно по одному разу. При каком наибольшем значении n это у неё получится?

46. (*«Ломоносов», 2012, 7.4*) На выборах в городской совет за 7 партий было отдано 22410 голосов. Одна из партий получила больше голосов, чем каждая из остальных. Какое наименьшее число голосов она могла получить?

47. (*Московская устная олимпиада, 2005, 7.4*) Каркас куба с рёбрами длины 1 намазан мёдом. В вершине куба находится жук. Какой минимальный путь он должен проползти, чтобы съесть весь мёд?

48. (*Турнир Архимеда, 2012.5*) В мешке лежат золотые монеты — дублоны, дукаты и пиастры, одинаковые на ощупь. Если из мешка вынуть 10 монет, то среди них обязательно окажется хотя бы один дублон; если вынуть 9 монет, то среди них обязательно окажется хотя бы один дукат; если же вынуть 8 монет, то среди них обязательно окажется хотя бы один пиастр. Какое наибольшее количество монет могло быть в мешке?

49. (*Всеросс., 2018, МЭ, 7.5*) В каждой вершине куба живёт число, не обязательно положительное. Все восемь чисел различны. Если число равно сумме трёх чисел, живущих в соседних с ним вершинах, то оно счастливо. Какое наибольшее количество счастливых чисел может жить в вершинах куба?

50. (*Всеросс., 2014, МЭ, 7.5*) В сумме

$$+1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$$

можно вычеркивать любые слагаемые и изменять некоторые знаки перед оставшимися числами с «+» на «−». Маша хочет таким способом сначала получить выражение, значение которого равно 1, затем, начав сначала, получить выражение, значение которого равно 2, затем (снова начав сначала) получить 3, и так далее. До какого наибольшего целого числа ей удастся это сделать без пропусков?

51. (*Математический праздник, 2003, 7.5*) В честь праздника 1% солдат в полку получил новое обмундирование. Солдаты расставлены в виде прямоугольника так, что солдаты в новом обмундировании оказались не менее чем в 30% колонни не менее чем в 40% шеренг. Какое наименьшее число солдат могло быть в полку?

52. (*Турнир Архимеда, 2014.6*) Незнайка переставил цифры в некотором числе A и получил число B. Затем он вычислил разность $A - B$ и получил при этом число, записанное с помощью одних единиц (*другие цифры не использовались*). Какое наименьшее число могло у него получиться?

53. (*Математический праздник, 2005, 7.6*) На острове Невезения с населением 96 человек правительство решило провести пять реформ. Каждой реформой недовольна ровно половина всех граждан. Гражданин выходит на митинг, если он недоволен более чем половиной всех реформ. Какое максимальное число людей правительство может ожидать на митинге? (Приведите пример и докажите, что больше нельзя.)

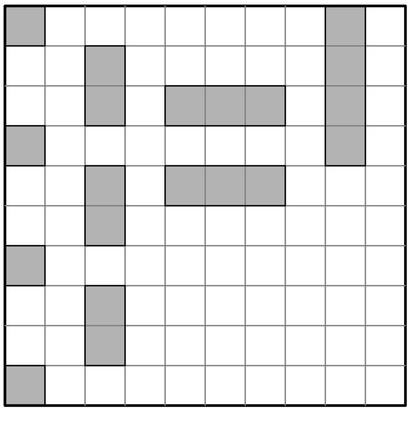
54. (*Математический праздник, 2008, 7.6*) Вася постоял некоторое время на остановке. За это время проехал один автобус и два трамвая. Через некоторое время на эту же остановку пришёл Шпион. Пока он там сидел, проехало 10 автобусов. Какое минимальное число трамваев могло проехать за это время? И автобусы, и трамваи ходят с равными интервалами, причём автобусы ходят с интервалом 1 час.

55. (*Математический праздник, 2012, 7.6*) Победив Кащея, потребовал Иван золота, чтобы выкупить Василису у разбойников. Привел его Кащей в пещеру и сказал:

«В сундуке лежат золотые слитки. Но просто так их унести нельзя: они заколдованы. Переложи себе в суму один или несколько. Потом я переложу из сумы в сундук один или несколько, но обязательно другое число. Так мы будем по очереди перекладывать их: ты в суму, я в сундук, каждый раз новое число. Когда новое перекладывание станет невозможным, сможешь унести свою суму со слитками».

Какое наибольшее число слитков может унести Иван, как бы ни действовал Кащей, если в сундуке исходно лежит а) 13; б) 14 золотых слитков? Как ему это сделать?

56. (*Математический праздник, 2010, 7.6*) Легко разместить комплект кораблей для игры в «Морской бой» на доске 10×10 (см. рисунок). А на какой наименьшей квадратной доске можно разместить этот комплект? (Напомним, что согласно правилам корабли не должны соприкасаться даже углами.)



57. (*Математический праздник, 2013, 7.6*) Лиса Алиса и кот Базилио вырастили на дереве 20 фальшивых купюр и теперь вписывают в них семизначные номера. На каждой купюре есть 7 пустых клеток для цифр. Базилио называет по одной цифре «1» или «2» (других он не знает), а Алиса вписывает названную цифру в любую свободную клетку любой купюры и показывает результат Базилио.

Когда все клетки заполнены, Базилио берет себе как можно больше купюр с разными номерами (из нескольких с одинаковым номером он берет лишь одну), а остаток забирает Алиса. Какое наибольшее количество купюр может получить Базилио, как бы ни действовала Алиса?

58. (*«Ломоносов», 2015, 7.6*) Найдите наибольшее возможное значение

$$\text{НОД}(x + 2015y, y + 2015x),$$

если известно, что x и y — взаимно простые числа.

59. (*«Ломоносов», 2012, 7.7*) Для какого наименьшего числа n можно отметить на плоскости n точек так, что найдутся три квадрата, все вершины которых — отмеченные точки?

60. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2018, 5–6.5; 7–8.4; 9.3*) На прямой расположены 15 точек A_1, $\ldots$, A_{15}, идущие с промежутками 1 см. Петя строит окружности по следующим правилам.

a) Окружности не пересекаются и не касаются.

b) Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек $A_1, \ldots, A_{15}$.

c) Ни одна из этих точек не лежит на окружности.

d) Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т. е., например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри, построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Петя сможет построить по этим правилам?

61. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 7.7*) Числа 1, 2, $\ldots$, 2016 разбили на пары, при этом оказалось, что произведение чисел в каждой паре не превосходит некоторого натурального N. При каком наименьшем N это возможно?

62. (*Московская устная олимпиада, 2014, 7.9*) На окружности отмечены 2014 точек. В одной из них сидит кузнечик, который делает прыжки по часовой стрелке либо на 57 делений, либо на 10. Известно, что он посетил все отмеченные точки, сделав наименьшее количество прыжков длины 10. Какое?

63. (*Московская устная олимпиада, 2010, 7.9*) Сеть автобусных маршрутов в пригороде Амстердама устроена так, что: а) на каждом маршруте есть ровно три остановки; б) любые два маршрута либо вовсе не имеют общих остановок, либо имеют только одну общую остановку. Какое наибольшее количество маршрутов может быть в этом пригороде, если в нём всего 9 остановок?

64. (*Московская устная олимпиада, 2018, 7.9*) В какое наименьшее количество цветов можно покрасить натуральные числа так, чтобы любые два числа, отличающиеся на 2 или в два раза, были покрашены в разные цвета?

65. (*«Высшая проба», 2018, 7–8.5*) В стране из 2018 городов каждая пара городов соединена одной дорогой. Власти решили присвоить каждой трассе статус «федеральной» или «социальной», и для этой цели выпустили метки «Ф» и «С» суммарным числом, равным числу дорог. Однако рабочие расставили метки неправильно: на некоторых трассах могло оказаться по одной метке обоих видов, а на некоторых могло не оказаться ни одной. (Случай, когда на каждой дороге — ровно по одной метке, также считается возможным.) Каково максимально возможное число дорог с меткой «федеральная», если для любой такой дороги на каждой, не имеющей с ней общих концов, есть метка «социальная»?