Задачи с параметрами на ЕГЭ по математике

Здесь приведены задачи с параметрами, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

96. (*ЕГЭ, 2017*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \geqslant 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leqslant 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3; 4]$.

$\boxed{\left[\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right)}$

95. (*Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017*) Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a \sin x + \cos x} = \sqrt{a \cos x + \sin x}$$

имеет решения на отрезке $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

$\boxed{(-\infty; -1] \cup \{1\}}$

94. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение

$$4^x + (a-6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a-6)\,(3|a| + 2)$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\{-2, 1\} \cup [6; +\infty)}$

93. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left(2x + a + 1 + \operatorname{tg} x\right)^2 = \left(2x + a - 1 - \operatorname{tg} x\right)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

$\boxed{(-\infty; -\pi] \cup \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \cup [\pi; +\infty)}$

92. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left(2x + \ln(x + 2a)\right)^2 = \left(2x - \ln(x + 2a)\right)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$.

$\boxed{\{0\} \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)}$

91. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4-16x^2+64a^2}=x^2+4x-8a$$

имеет ровно три решения.

$\boxed{(-\infty;-2)\cup(-2;0)}$

90. (*МИОО, 2017*) Найдите все неотрицательные значения параметра a, при каждом из которых множество решений неравенства

$$1\leqslant\frac{a+x^2-4\log_{0,5}\left(a^2-2a+4\right)}{3\sqrt{7x^4+x^2}+a+4+\log^2_{0,5}\left(a^2-2a+4\right)}$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.

$\boxed{x=0 \text{ при } a=0 \text{ или } a=2}$

89. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}\left((x-5)^2+(y-3)^2-9\right)\left((x-2)^2+(y+1)^2\right)\leqslant 0,\\ y=ax+a+3\end{cases}$$

не имеет решений.

$\boxed{\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right)\cup\left(-\frac{4}{3};-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)}$

88. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}x^2+y^2-2(x-y)a=9-6a-a^2,\\ x^2+y^2+2(3x+4y)a=1-2a-24a^2\end{cases}$$

не имеет решений.

$\boxed{\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right)\cup\left(-\frac{2}{5};\frac{2}{5}\right)\left(\frac{4}{7};+\infty\right)}$

87. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}\sqrt{(x-a)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y+a)^2}=\left|a\sqrt{2}\right|,\\ x^2+y^2\leqslant 8\end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\pm4;\ 0}$

86. (*МИОО, 2017*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции

$$y=\frac{5a-15x+ax}{x^2-2ax+a^2+25}$$

содержит отрезок $[0;1]$.

$\boxed{\left(-\infty;7-2\sqrt{6}\right]\cup\left[7+2\sqrt{6};15\right)\cup(15;+\infty)}$

85. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a$$

имеет ровно три различных корня.

$\boxed{(-\infty;-1)\cup(-1;0)}$

84. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - a}$$

имеет единственный корень.

$\boxed{(-1;0)\cup(0;1]}$

83. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x} + \sqrt{2a - x} = a$$

имеет ровно два различных корня.

$\boxed{[2;4)}$

82. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x\left(x^2 + y^2 - y - 2\right) = |x|(y - 2), \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

$\boxed{\left\{1-\sqrt{2}\right\}\cup[0;2)\cup\left(2;2\sqrt{2}\right)}$

81. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x\left(x^2 + y^2 + y - x - 2\right) = |x|\left(x^2 + y^2 - y + x\right), \\ y = a(x + 2) \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

$\boxed{\left(-\frac{1}{\sqrt{3}};-\frac{1}{2}\right)\cup\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}}$

80. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3)(y+3x-9) = |x-3|^3, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

$\boxed{(-7;-3)\cup(-3;1)}$

79. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \big(xy^2 - 2xy - 6y + 12\big)\sqrt{6 - x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

$\boxed{\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right] \cup \left\{\frac{2}{3}\right\}}$

78. (*ЕГЭ, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

$\boxed{\left(0; \frac{1}{3}\right] \cup \{3\}}$

77. (*МИОО, 2016*) Найдите все значения параметра α из интервала $(0; \pi)$, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(x+y)\sin\alpha + 8\sin^2\alpha = 2\sin\alpha - 1, \\ \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = 2\sin\alpha + 4\sin^2\alpha \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\frac{\pi}{6},\ \frac{5\pi}{6}}$

76. (*МИОО, 2016*) Найдите все неотрицательные значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = \sqrt{4 + a^2}, \\ 5y = \left|6 - a^2\right| \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{[1; 6]}$

75. (*МИОО, 2016*) Найдите все значения параметра b, при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - x\log_2(b-3) + 6 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-2; 2]$.

$\boxed{\left(3; \frac{385}{128}\right] \cup \{2051\} \cup (32771; +\infty)}$

74. (*МИОО, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} \big((x-3)^2 + (y+4)^2 - 17\big)\big((2x+7)^2 + (2y-9)^2\big) \leqslant 0, \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

$\boxed{\left(-4; \frac{1}{4}\right)}$

73. (*МИОО, 2016*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3a+1)^2+(y+2a)^2=a-1, \\ 4x+3y=a+1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

$\boxed{(1;2)}$

72. (*МИОО, 2015*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2+y^2+2(2y-x)a=1+2a-4a^2, \\ x^2+y^2+4(x-y)a=4+4a-7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{-\frac{3}{7},\ \pm\frac{1}{5},\ 1}$

71. (*ЕГЭ, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2+2x+y^2+4y=4|2x-y|, \\ x+2y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

$\boxed{\left(-5-5\sqrt{5};-10\right]\cup\left[0;5\sqrt{5}-5\right)}$

70. (*ЕГЭ, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left|x^2-2x\right|-x^2=\left|y^2-2y\right|-y^2, \\ x+y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

$\boxed{(0;1]}$

69. (*ЕГЭ, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(y^2-xy+x-3y+2\right)\sqrt{x+3}=0, \\ a-x-y=0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

$\boxed{(-4;-2]\cup\{0\}}$

68. (*ЕГЭ, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x-2y-2=\left|x^2+y^2-1\right|, \\ y=a(x-1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

$\boxed{(1;2)}$

67. (*ЕГЭ, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y-7) = xy - 5(x+2), \\ x \leqslant 6, \\ \dfrac{a(x-6)-2}{y-2} = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\left\{-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right\} \cup [0; 1)}$

66. (*ЕГЭ, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{(-\infty; -6] \cup \{2\} \cup [8; +\infty)}$

65. (*МИОО, 2015*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 5a^4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$\boxed{\pm\frac{1}{5}}$

64. (*МИОО, 2015*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leqslant 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geqslant 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{-\frac{3}{4}; \frac{4}{3}}$

63. (*МИОО, 2015*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leqslant 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{-\frac{16}{7}; -2; 0; 2}$

62. (*МИОО, 2015*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{a + 3x - ax}{x^2 + 2ax + a^2 + 1}$$

содержит отрезок $[0; 1]$.

$\left(-\infty; \frac{7-2\sqrt{6}}{5}\right] \cup \left[\frac{7+2\sqrt{6}}{5}; 3\right) \cup (3; +\infty)$

61. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left(\log_6(x+a) - \log_6(x-a)\right)^2 - 4a\left(\log_6(x+a) - \log_6(x-a)\right) + 3a^2 + 4a - 4 = 0$$

имеет ровно два решения.

$(-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; 2\right) \cup (2; +\infty)$

60. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left((a-2)x^2 + 6x\right)^2 - 4\left((a-2)x^2 + 6x\right) + 4 - a^2 = 0$$

имеет ровно два решения.

$(-\infty; -1) \cup \{0, 2\} \cup (5; +\infty)$

59. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left(x + \frac{1}{x-a}\right)^2 - (a+9)\left(x + \frac{1}{x-a}\right) + 2a(9-a) = 0$$

имеет ровно четыре решения.

$(-\infty; -2) \cup (2; 3) \cup \left(3; \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{11}{2}; +\infty\right)$

58. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$(\operatorname{tg} x + 6)^2 - \left(a^2 + 2a + 8\right)(\operatorname{tg} x + 6) + a^2(2a + 8) = 0$$

имеет на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ ровно два решения.

$\left(-\sqrt{6}; -2\right) \cup (-2; -1) \cup \{4\}$

57. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения параметра a, при которых для любого действительного x выполнено неравенство

$$\left|3\sin x + a^2 - 22\right| + |7\sin x + a + 12| \leqslant 11\sin x + \left|a^2 + a - 20\right| + 11.$$

$\{-5\} \cup [5; +\infty)$

56. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых любое решение уравнения

$$4\sqrt[3]{3{,}5x-2{,}5}+3\log_2(3x-1)+2a=0$$

принадлежит отрезку $[1;3]$.

$\boxed{[-\frac{17}{2};-\frac{7}{2}]}$

55. (*ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\sqrt{x^4+(a-5)^4}=|x+a-5|+|x-a+5|$$

имеет единственное решение.

$\boxed{3;\ 7}$

54. (*Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2014*) Найдите все значения a, при которых неравенство

$$\log_a\frac{3+2x^4}{1+x^4}+\log_a\frac{5+4x^4}{1+x^4}>1$$

выполняется для всех действительных значений x.

$\boxed{(1;8]}$

53. (*МИОО, 2014*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left|(x-1)^2-2^{1-a}\right|+|x-1|+(1-x)^2+2^{a-1}=4+4^a$$

имеет единственное решение. Найдите это решение для каждого значения a.

$\boxed{a=-1;\ x=1}$

52. (*МИОО, 2013*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$|x-a^2+a+2|+|x-a^2+3a-1|=2a-3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(4;19)$.

$\boxed{[\frac{3}{2};3]\cup[6;+\infty)}$

51. (*ЕГЭ, 2013*) Найти все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{7a}{a-5}\cdot 2^{|x|}=4^{|x|}+\frac{12a+17}{a-5}$$

имеет ровно два различных корня.

$\boxed{\{-170\}\cup(-2;5)}$

50. (*ЕГЭ, 2013*) Найти все значения a, при каждом из которых уравнение

$$a^2 - 10a + 5\sqrt{x^2+25} = 4|x-5a| - 8|x|$$

имеет хотя бы один корень.

$\boxed{\{-5\} \cup \left[15 - 10\sqrt{2}; 15 + 10\sqrt{2}\right]}$

49. (*ЕГЭ, 2013*) Найти все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|\sin^2 x + 2\cos x + a\right| = \sin^2 x + \cos x - a$$

имеет на промежутке $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ единственный корень.

$\boxed{(-\infty; 0] \cup \left\{\frac{1}{4}\right\}}$

48. (*ЕГЭ, 2013*) Найти все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a+7)^2 = |x - 7 - a| + |x + a + 7|$$

имеет единственный корень.

$\boxed{-9; -5}$

47. (*ЕГЭ, 2013*) Найти все значения a, при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$$

имеет единственный корень.

$\boxed{\left[-\frac{2}{3}; -\frac{2}{7}\right) \cup \{0\}}$

46. (*ЕГЭ, 2013*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(4\cos x - 3 - a)\cos x - 2{,}5\cos 2x + 1{,}5 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

$\boxed{[-\infty; -6] \cup [0; +\infty)}$

45. (*ЕГЭ, 2013*) Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение

$$\log_{1-x}(a - x + 2) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1; 1)$.

$\boxed{\left[-\frac{5}{4}; -1\right) \cup (-1; 1]}$

44. (*ФЦТ, 2013*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$|\cos x + 3\sin x + a| = a - 3\cos x - \sin x$$

имеет хотя бы одно решение на промежутке $\left(\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

$\boxed{(-1; 1]}$

43. (*МИОО, 2013*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{1-2a\sqrt{1+x^2}+a(1+x^2)}{1+x^2-2\sqrt{1+x^2}}=3$$

имеет хотя бы одно решение.

$(-\infty;3)\cup[4;+\infty)$

42. (*МИОО, 2013*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{4^{-x^2}-a\cdot 2^{1-x^2}+a}{2^{1-x^2}-1}=3$$

имеет хотя бы одно решение.

$(-\infty;-3)\cup[-2;+\infty)$

41. (*МИОО, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых на интервале $(1;2)$ существует хотя бы одно число x, **не** удовлетворяющее неравенству $a+\sqrt{a^2-2ax+x^2}\leqslant 3x-x^2$.

$\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

40. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$\left|\frac{x^2+ax+1}{x^2+x+1}\right|<3$$

выполняется при всех x.

$(-1;5)$

39. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x)=4x^2+4ax+a^2-2a+2$$

на множестве $1\leqslant|x|\leqslant 3$ не меньше 6.

$(-\infty;-2]\cup\{0\}\cup[7+\sqrt{17};+\infty)$

38. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{2}{x+1}=a|x-3|$$

на промежутке $[0;+\infty)$ имеет более двух корней.

$\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right]$

37. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|\frac{5}{x} - 3\right| = ax - 2$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

$\boxed{\left(\frac{6}{5}; \frac{5}{4}\right)}$

36. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$|x^2 - 8x + a + 5| > 10$$

не имеет решений на отрезке $[a-6; a]$.

$\boxed{\left[\frac{19-\sqrt{45}}{2}; \frac{7+\sqrt{69}}{2}\right]}$

35. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1-2x} = a - 7|x|$$

имеет более двух корней.

$\boxed{\left[\frac{7}{2}; \frac{25}{7}\right)}$

34. (*ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

$\boxed{(0; 1)}$

33. (*МИОО, 2012*) При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x - a| - 1$ имеет ровно три корня?

$\boxed{0 \text{ или } \frac{25}{12}}$

32. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2012*) При каких значениях a уравнение $|x + a^2| = |a + x^2|$ имеет ровно три корня?

$\boxed{0; -1; \frac{-1+\sqrt{2}}{2}; \frac{-1-\sqrt{2}}{2}}$

31. (*Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y-2x)(2y-x) \leqslant 0, \\ \sqrt{(x+a)^2 + (y-a)^2} = \dfrac{|a+1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

$\boxed{\frac{1}{2} \text{ или } -\frac{1}{4}}$

30. (*Федеральный центр тестирования, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$ax - 1 = \sqrt{8x - x^2 - 15}$$

имеет единственное решение.

$\left[\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right) \cup \left\{\frac{8}{15}\right\}$

29. (*Юг, пробный ЕГЭ, 2012*) Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y^2 + a = 4\cos x, \\ \sqrt{y} + z^2 = a, \\ (a-2)^2 = |z^2 - 2z| + |\sin 2x| + 4 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений a.

$\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 0; 0\right)$ при $a = 0$, где $n \in \mathbb{Z}$; $(2\pi k; 0; 2)$ при $a = 4$, где $k \in \mathbb{Z}$; при прочих a решений нет

28. (*МИОО, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 6x + 5|$ больше, чем -24.

$\left(\frac{3-\sqrt{29}}{2}; \frac{3+\sqrt{29}}{2}\right)$

27. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + (4a+5)x + 3a^2 + 5a < 0, \\ x^2 + a^2 = 25 \end{cases}$$

имеет решения.

$\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}; -3\right) \cup \left(0; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

26. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все положительные значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\sqrt{65} + 2$ или 3

25. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 8x = 2|x - a| - 16$$

имеет ровно три различных решения.

$\frac{7}{2}; 4; \frac{9}{2}$

24. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

$\boxed{7 - 3\sqrt{2};\ 4;\ 1 + 3\sqrt{2}}$

23. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = \sqrt{12 + 4x - x^2} + 2, \\ y = \sqrt{16 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{[-2; 2) \cup (2; 6]}$

22. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x|-4)^2 + (|y|-4)^2 = 4, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\frac{6-\sqrt{21}}{6};\ \frac{10+\sqrt{37}}{6}}$

21. (*ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{|x|} + 6|x| + 7 = 5y + 6x^2 + 4a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\frac{7}{4}}$

20. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения параметра b, при каждом из которых корни уравнения

$$\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x-1}} = b$$

существуют и принадлежат отрезку $[2; 17]$.

$\boxed{[1; 3]}$

19. (*Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2011*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4|y-3| = 12 - 3|x|, \\ y^2 - a^2 = 3(2y-3) - x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

$\boxed{(-4;-3) \cup \left\{-\frac{12}{5}\right\} \cup \left\{\frac{12}{5}\right\} \cup (3;4)}$

18. (*МИОО, 2011*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x+2y+1| \leqslant 11, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 = 2+a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{-2;\ 3}$

17. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$\boxed{(-1;0] \cup \left[1;\frac{3}{2}\right)}$

16. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$||x^2 - 2x - 3| - x^2 + 2x - 5| \leqslant \frac{1}{3}\left(a^2 - \frac{a}{2}\right) - x^2 + 2x + 1$$

имеет единственное целое решение.

$\boxed{\left(-\frac{3}{2};2\right)}$

15. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения a, при каждом из которых наибольшее значение функции $f(x) = x^2 - 7|x-a| - 3x$ на отрезке $[-6;6]$ принимается хотя бы на одном из концов этого отрезка.

$\boxed{(-\infty;2] \cup [4;+\infty)}$

14. (*ЕГЭ, 2010*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$36^x - (8a+5)\cdot 6^x + 16a^2 + 20a - 14 = 0$$

имеет единственное решение.

$\boxed{\left(-\frac{7}{4};\frac{1}{2}\right]}$

13. (*ЕГЭ, 2010*) Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 8x + 7|$ меньше 1.

$\boxed{\left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{4+\sqrt{6}}{2}; +\infty\right)}$

12. (*ЕГЭ, 2010*) Найдите все значения a, при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2\left|x - a^2\right| - 6x$$

имеет более двух точек экстремума.

$\boxed{\left(-2; -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; 2\right)}$

11. (*ЕГЭ, 2010*) Найдите все значения a, при каждом из которых ровно одно решение неравенства $x^2 + (5a+3)x + 4a^2 \leqslant 4$ удовлетворяет неравенству $ax(x - 4 - a) \leqslant 0$.

$\boxed{-\frac{5}{3},\ -\frac{3}{2},\ -1,\ 1}$

10. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых среди значений функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + a}{6 + x^2}$$

есть ровно одно целое число.

$\boxed{(1; 11)}$

9. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\cos\left(\frac{10x - 2x^2 - a}{3}\right) - \cos(2x + a) = x^2 - 8x - a$$

имеет единственное решение.

$\boxed{-16}$

8. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2 - 5x + 4a} = x^2 - 8x + a$$

не имеет действительных решений.

$\boxed{(16; +\infty)}$

7. (*МИОО, 2010*) Найдите все значения a, при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5 - x} + |x + a| \leqslant 3$ является отрезок.

$\boxed{\left(-8; -\frac{9}{4}\right] \cup (-2; 4)}$

6. (*Москва, репетиционный ЕГЭ, 2010*) Найдите наименьшее значение параметра a, при котором функция

$$y = 9 + 7x - 3|ax + 2| + |ax + 5| + |x + 1|$$

является неубывающей на всей числовой прямой.

$\boxed{-2}$

5. (*МИОО, 2009*) Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} \dfrac{x - ax - a}{x - 2 + 2a} \geqslant 0, \\ x - 8 > ax \end{cases}$$

не имеет решений.

$\boxed{[1; 3]}$

4. (*МИОО, 2009*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\cos\left(\sqrt{a^2 - x^2}\right) = 1$$

имеет ровно восемь различных решений.

$\boxed{(-8\pi; -6\pi) \cup (6\pi; 8\pi)}$

3. (*МИОО, 2009*) Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$3x + |2x + |a - x|| = 7|x + 2|$$

имеет хотя бы один корень.

$\boxed{(-\infty; -12] \cup [8; +\infty)}$

2. (*МИОО, 2009*) Найдите все значения a, при каждом из которых решения неравенства

$$|2x - a| + 1 \leqslant |x + 3|$$

образуют отрезок длины 1.

$\boxed{-\frac{5}{2}; -\frac{19}{2}}$

1. (*МИОО, 2009*) Найдите все значения a, при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3| - a$$

пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.

$\boxed{\left(-\frac{7}{2}; 1\right)}$