

## Экономические задачи на ЕГЭ по математике

Здесь приведены задачи с экономическим содержанием, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2015 года.

**42.** (ЕГЭ, 2017) Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t = 1, 2, \dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в  $1 + r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях  $r$  это возможно?

$$\frac{00P}{1P} > r > \frac{11P}{8P}$$

**41.** (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) Дмитрий взял кредит в банке на сумму 270200 рублей. Схема выплат кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Дмитрий переводит в банк свой очередной платёж. Известно, что Дмитрий погасил кредит за три года, причём каждый его следующий платёж был ровно втрое больше предыдущего. Какую сумму Дмитрий заплатил в первый раз?

$$941 \text{ 029 руб}$$

**40.** (МИОО, 2017) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

$$17$$

**39.** (МИОО, 2017) У фермера есть два поля, каждое площадью 8 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 350 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 2500 руб. за центнер, а свёклу — по цене 3000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

$$14,2 \text{ млн рублей}$$

38. (МИОО, 2017) В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

9

37. (МИОО, 2017) По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 миллионов рублей в первый и второй годы, а также по 10 миллионов в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 100 миллионов, а за четыре года станут больше 170 миллионов рублей.

14 миллион руб

36. (МИОО, 2017) Планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

8 млн руб

35. (МИОО, 2017) По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8% в первый год и на одинаковое целое число  $n$  процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

11

34. (МИОО, 2017) По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение 12 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число  $n$  млн рублей в конце первого и второго года, а также целое число  $m$  млн рублей в конце третьего и четвёртого года. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее такое значение  $m$ , что при найденном ранее значении  $n$  первоначальные вложения за четыре года как минимум утратятся.

4 млн руб

33. (ЕГЭ, 2016) 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

2

32. (ЕГЭ, 2016) В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с января по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

11

31. (ЕГЭ, 2016) Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 5 млн рублей.

6 млн руб

30. (ЕГЭ, 2016) Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на  $x$  млн рублей, где  $x$  — **целое** число. Найдите наименьшее значение  $x$ , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

8

29. (ЕГЭ, 2016) Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме того, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей.

12 млн руб

28. (ЕГЭ, 2016) В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — **целое** число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

11

27. (ЕГЭ, 2016) В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$  — **натуральное** число, на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет составлять **целое** число тысяч рублей.

200

26. (ЕГЭ, 2016) В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остаётся равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 360 тыс. рублей;
- к июлю 2021 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

1050 тыс. рублей

25. (ЕГЭ, 2016) В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остаётся равным 4,2 млн рублей;
- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.

Найдите  $r$ , если долг выплачен полностью и общие выплаты составили 6,1 млн рублей.

01

24. (МИОО, 2016) Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 10 млн.

9 млн руб

23. (МИОО, 2016) По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число  $n$  млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число  $m$  млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения  $n$  и  $m$ , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

4 и 1 млн руб

22. (МИОО, 2016) По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн рублей, а за четыре года станут больше 250 млн рублей.

08

21. (МИОО, 2016) По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5% в первый год и на одинаковое целое число  $n$  процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

13

20. (МИОО, 2015) По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11% в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

6

19. (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит на сумму 8052000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

007011E

18. (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн рублей.

Сколько млн рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

4,55

17. (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $a\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число  $a$ , если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причём в первый год было переведено 55000 рублей, а во второй — 69000 рублей.

15

16. (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит на сумму 4026000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом прошлого года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

007056

**15.** (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

11

**14.** (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту не превысил 1,8 млн рублей?

10 лет

**13.** (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 47 млн рублей?

8

**12.** (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 40 млн рублей?

11

**11.** (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найти  $r$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

25

10. (ЕГЭ, 2015) В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1300000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

На какое минимально количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные выплаты были не более 350000 рублей?

9

9. (ЕГЭ, 2015) 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

1

8. (ЕГЭ, 2015) Зависимость объёма  $Q$  (в шт.) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 15000 - P$ ,  $1000 \leq P \leq 15000$ . Доход от продажи товара составляет  $PQ$  рублей. Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $3000Q + 5000000$  рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство.

Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

12,5

7. (ЕГЭ, 2015) Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

01

6. (ЕГЭ, 2015) Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

5 800 000 рублей



5. (МИОО, 2015) Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?

822 000 рублей

4. (МИОО, 2015) Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется  $r\%$  этой суммы, и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на 13% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите  $r$ .

2

3. (МИОО, 2015) Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

В течение восьмого года

2. (МИОО, 2015) Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24000 рублей?

9

1. (Демо-вариант, 2015) 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

3 930 000 рублей