

Показательные уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены показательные уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

30. (ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$8^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 20]$.

$$\left[\frac{2}{1}; \frac{2}{1}; 2; 2 \right]$$

29. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$4^x - 2^{x+3} + 15 = 0.$$

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

$$\left[\log_2 2; \log_2 2; \log_2 2; \log_2 2 \right]$$

28. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{35^{x^2} - 5^{x^2} - 5 \cdot 7^{x^2} + 5}{2^{\sqrt{x^2+1}} + 1} \geq 0.$$

$$\left(\infty+; 1 \right] \cap \{0\} \cap [1-; 2- \right]$$

27. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}.$$

$$\left[2; 1 \right] \cap [2; \infty) \cap (0; 2) \cap (0; 2) \cap (1-; 2- \right]$$

26. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{3^{2x} - 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+1)} - 1}{x + 3} \leq 0.$$

$$\left[\frac{2}{1}; 2- \right]$$

25. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

$$(\mathbb{Z} \setminus \{2\}) \cap [\frac{5}{3}; 0)$$

24. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+4} + 30}{2^x - 2} + \frac{4^x - 7 \cdot 2^x + 3}{2^x - 7} \leq 2^{x+1} - 14.$$

$$(\mathbb{Z} \setminus \{7\}) \cap (1; \infty)$$

23. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

$$(\mathbb{Z} \setminus \{9\}) \cap [1; \infty)$$

22. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4.$$

$$(1; 4) \cup \{0\}$$

21. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{27^{x+\frac{1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

$$(1; 2) \cup [0; 1) \cup (1; \infty)$$

20. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2^{4 \cos x} + 3 \cdot 2^{2 \cos x} - 10 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4} \quad (9 \setminus \mathbb{Z} \ni u, u \neq 2 + \frac{\pi}{2} \neq \pi)$$

19. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

$$\mathbb{Z} \setminus \{2, \log_2 5, \log_2 11\}$$

18. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}.$$

$$(\infty+; 0] \cap (1-; \infty-)$$

17. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

$$\left[\frac{8}{4} ; \log_3 \frac{8}{1} \right)$$

16. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

$$\left[\frac{8}{1} ; 1- \right)$$

15. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25.$$

$$(\mp; 3; 4)$$

14. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{2}{3^x - 9} \geq \frac{8}{3^x - 3}.$$

$$[11 \log_3 2; 2) \cap (1; \infty-)$$

13. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{105}{(2^{4-x^2} - 1)^2} - \frac{22}{2^{4-x^2} - 1} + 1 \geq 0.$$

$$(-\infty+; -2) \cap (2; 2) \cap \{0\} \cap [1-; -2- \cup (2-; \infty-)$$

12. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{81^x + 2 \cdot 25^{x \log_5 3} - 5}{(4x - 1)^2} \geq 0.$$

$$(\infty+; \frac{1}{1}) \cap \left(\frac{1}{1} ; (1 - 9^{\wedge})^6 \log 1 \right]$$

11. (ЕГЭ, 2014) а) Решите уравнение:

$$3 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} - 7 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 3]$.

$$\left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right]$$

10. (МИОО, 2013) а) Решите уравнение:

$$7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

$$\left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right]$$

9. (ЕГЭ, 2013) а) Решите уравнение:

$$25^{x-\frac{3}{2}} - 12 \cdot 5^{x-2} + 7 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(2; \frac{8}{3}\right)$.

$$\left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right]$$

8. (ЕГЭ, 2013) а) Решите уравнение:

$$9^{x+1} - 2 \cdot 3^{x+2} + 5 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(\log_3 \frac{3}{2}; \sqrt{5})$.

$$\left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right]$$

7. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 17 \cdot 2^{3-x} \leq 25, \\ \frac{x^2 - 3x - 5}{x - 4} + \frac{3x^2 - 15x + 2}{x - 5} \leq 4x + 1. \end{cases}$$

$$[17] \cup \{3\}$$

6. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{2x+2} - 21 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0, \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} + \frac{3x + 1}{x - 1} \leq \frac{4x + 1}{x}. \end{cases}$$

$$\left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right]$$

5. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0, \\ \frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x-4} + \frac{5}{x}. \end{cases}$$

$[\frac{1}{2}; 2] \cap \{3\}$

4. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \leq 0, \\ \frac{3^{|x^2-2x-1|} - 9}{x} \geq 0. \end{cases}$$

$[\frac{1}{2}; 1] \cap \{1\} \cap (0; 1-)$

3. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2}{5^{x+1} - 1} + \frac{5^{x+1} - 2}{5^{x+1} - 3} \geq 2, \\ \left(\frac{2}{25x^2 + 40x + 7} + \frac{25x^2 + 40x + 7}{2} \right)^2 \geq 4. \end{cases}$$

$[0; \frac{1}{2}) \cap (\frac{1}{2}; 1) \cap [1; 2)$

2. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 6x}{x - 4} \leq x. \end{cases}$$

$[9; 2] \cap \{0\}$

1. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(3^{\frac{x-2}{2}} - 1\right) \sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0.$$

$(-\infty; 4] \cap \{0\}$