

Алгебраические уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены алгебраические уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

1. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0.$$

$$(\infty+; 7) \cap (8; 1) \cap (0; \infty-)$$

2. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} - \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x + 2} \leq 1.$$

$$(\infty+; 1) \cap (1; 1-) \cap (2-; \infty-)$$

3. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{(5x - 3)^2}{x - 2} \geq \frac{9 - 30x + 25x^2}{14 - 9x + x^2}.$$

$$(\infty+; 8] \cap (2; 7) \cap \{9; 0\}$$

4. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + x}}{x^2 + x - 1} \leq 0.$$

$$\left(\infty+; \frac{7}{1-9^{\sqrt{2}}}\right) \cap \left[\frac{8}{1}; 0\right] \cap \left[1-; \frac{7}{9^{\sqrt{2}}+1}-\right)$$

5. (МИОО, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x^5 - x^2}{x^2} \geq \frac{x^3 - 1}{4x^2}, \\ \left| 2x^2 + \frac{19}{8}x - \frac{1}{8} \right| \geq 3x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{19}{8}. \end{cases}$$

$$[8; 1] \cap \left[\frac{7}{1}; 0\right) \cap (0; \frac{7}{1}-]$$

6. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}, \\ \frac{2 - (x-5)^{-1}}{2(x-5)^{-1} - 1} \leq -0,5. \end{cases}$$

$$(\frac{5}{9}; 0) \cap (0; 9 \wedge z - 1 -]$$

7. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3|x+1| + \frac{1}{2}|x-2| - \frac{3}{2}x \leq 8, \\ x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x-5} \leq 2. \end{cases}$$

$$[\frac{5}{8}; 1] \cap \{0; z - \}$$

8. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} |x+2| - x|x| \leq 0, \\ (x^2 - x - 6)\sqrt{8-x} \leq 0. \end{cases}$$

$$\{8\} \cap [\frac{5}{8}; z]$$

9. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2}{0,5x\sqrt{5}-1} + \frac{0,5x\sqrt{5}-2}{0,5x\sqrt{5}-3} \geq 2, \\ \left(\frac{2}{x-4} + \frac{x-4}{2}\right)^2 \leq \frac{25}{4}. \end{cases}$$

$$\left[\frac{5}{9}; \frac{5}{9}\right] \cap \left[\frac{5}{4}; \frac{5}{2}\right]$$

10. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{3}{2-x-\sqrt{3}} + \frac{x+\sqrt{3}-1}{x+\sqrt{3}-3} \geq 3, \\ (5x+2)(9-5x)(25x^2-35x-18) < 0. \end{cases}$$

$$\left[\frac{5}{2} - \frac{5}{2}; \frac{5}{2} \wedge \frac{5}{2} - \frac{5}{2}\right] \cap \left(\frac{5}{2} \wedge z - \frac{5}{2} - \right) \cap \left(\frac{5}{2} - ; \frac{5}{2} \wedge - 1\right]$$

11. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(x-1)^2 + 4(x+1)^2}{2} \leq \frac{(3x+1)^2}{4}, \\ \frac{x^3 + 37}{(x+4)^3} \geq 1 + \frac{1}{(x+4)^2}. \end{cases}$$

ε-

12. (МИОО, 2011) Решите систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} - \frac{6}{x-3} \geq 0, \\ \sqrt{x^2 + 34} \geq 6. \end{cases}$$

(ε:z) ∩ [ε:z^∧] ∩ [z^∧-:∞-)

13. (МИОО, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1, \\ 25x^2 - 3|3 - 5x| < 30x - 9. \end{cases}$$

{1} ∩ (ε:0)

14. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{x-4}{3-x} \right) \sqrt{6x - x^2} \leq 0.$$

[9:9] ∩ (7:8) ∩ (8:0)

15. (МИОО, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \left(\frac{x+5}{4+x} - \frac{1}{x^2 + 9x + 20} \right) \sqrt{-7x - x^2} \geq 0, \\ x\sqrt{8} - 7x + 14\sqrt{8} > 57. \end{cases}$$

(L - 8^∧:9-) ∩ [9-:L-]

16. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1})^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2}.$$

(∞+:z^∧9+9] ∩ {9} ∩ [z^∧9-9:9-) ∩ (9-:∞-)

17. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\left(2x - 3 - \frac{5}{x}\right) \left(\frac{14}{x+1} + 2 + (\sqrt{-1-2x})^2\right) \geq 0.$$

$$\left[\frac{5}{4}; -1\right) \cap (1; 8-]$$

18. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(x+2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x-3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}.$$

$$\frac{1}{4}$$

19. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x-1} + \frac{x-4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0.$$

$$[4; 2) \cap (1; \infty-)$$

20. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\sqrt{7-x} < \frac{\sqrt{x^3 - 6x^2 + 14x - 7}}{\sqrt{x-1}}.$$

$$[1; 8) \cap (2; 1)$$

21. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(x + \frac{3}{x}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2 \geq 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2.$$

$$[5; 4) \cap (4; 3] \cap \{2\} \cap [1; 0)$$

22. (МИОО, 2009) Решите уравнение:

$$\sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}} = 4.$$

$$[8; 4]$$