Деление с остатком

1. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.1*) В ряд лежат 1000 конфет. Сначала Вася съел девятую конфету слева, после чего съедал каждую седьмую конфету, двигаясь вправо. После этого Петя съел седьмую слева из оставшихся конфет, а затем съедал каждую девятую из них, также двигаясь вправо. Сколько конфет после этого осталось?

763

2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.5, 7–8.4, 9.2*) Филателист Андрей решил разложить все свои марки поровну в 3 конверта, но оказалось, что одна марка лишняя. Когда он разложил их поровну в 5 конвертов, лишними оказались 3 марки; наконец, когда он разложил их поровну в 7 конвертов, осталось 5 марок. Сколько всего марок у Андрея, если известно, что недавно он купил для них дополнительный альбом, вмещающий 150 марок, так как такого же старого альбома уже не хватало?

208

3. (*Всеросс., 2015, II этап, 7.1*) В тридевятом царстве есть только два вида монет: 16 и 27 тугриков. Можно ли заплатить за одну тетрадку ценой в 1 тугрик и получить сдачу?

Да

4. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2013, 7.1*) Найдите остаток от деления числа

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 2013 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 2014$$

на 2015.

0

5. (*«Ломоносов», 2012, 7.2*) Вася набирает электронное письмо другу, нажимая на клавиши пальцами одной руки в следующем порядке: большим, указательным, средним, безымянным, мизинцем, безымянным, средним, указательным, большим, указательным, далее по циклу. Каким пальцем был набран 2012-й символ?

Безымянным

6. (*«Высшая проба», 2016, 7.4*) Найдите наименьшее целое положительное число, представимое в виде $20x^2 + 80xy + 95y^2$ для некоторых целых чисел x и y. Строго обоснуйте ответ.

15

7. (*Математический праздник, 1998, 7.5*) На Луне имеют хождение монеты достоинством в 1, 15 и 50 фертингов. Незнайка отдал за покупку несколько монет и получил сдачу — на одну монету больше. Какова наименьшая возможная цена покупки?

6 фертингов