

## Комбинаторика—7

Данный листок является непосредственным продолжением листков «Комбинаторика. Перебор вариантов» и «Комбинаторика. Правило произведения». Он состоит из задач, предлагавшихся на различных олимпиадах в 7 классе.

1. (Всеросс., 2014, ШЭ, 7–9) Назовём число зеркальным, если слева направо оно «читается» так же, как справа налево. Например, число 12321 — зеркальное. Сколько существует пятизначных зеркальных чисел, которые делятся на 5?

001

2. (Всеросс., 2018, ШЭ, 7.5) Определите, в каком количестве точек пересекаются 10 прямых, если среди них есть только две параллельные и ровно три из этих прямых пересекаются в одной точке.

42

3. (Математический праздник, 1997, 7.1) Каких прямоугольников с целыми сторонами больше: с периметром 1996 или с периметром 1998? (Прямоугольники  $a \times b$  и  $b \times a$  считаются одинаковыми.)

120

4. (Математический праздник, 1996, 7.4) Сколькими способами можно прочесть в таблице слово

- а) КРОНА,  
б) КОРЕНЬ,

начиная с буквы К и двигаясь вправо или вниз?

К	Р	О	Н	А	К
Р	О	Н	А	К	О
О	Н	А	К	О	Р
Н	А	К	О	Р	Е
А	К	О	Р	Е	Н
К	О	Р	Е	Н	Ь

32 (9; 6) 32

5. (Математический праздник, 1996, 7.5) Футбольный мяч шит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

20

6. (Математический праздник, 1990, 6–7) Среди математиков каждый седьмой — философ, а среди философов каждый девятый — математик. Кого больше — философов или математиков?

Философов (в предположении их существования)

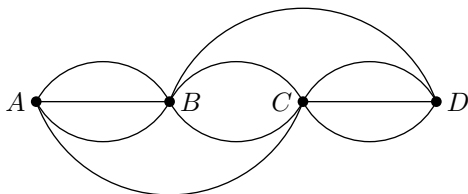
7. («Физтех», 2014, 7–8) На данный момент в классе 20 учеников, получивших с начала учебного года хотя бы одну двойку, 17 учеников, получивших не менее двух двоек, 8 учеников, получивших не менее трёх двоек, три ученика, получивших не менее четырёх двоек, один ученик, получивший пять двоек. Больше пяти двоек нет ни у кого. Сколько всего двоек в журнале?

49

8. («Ломоносов», 2015, 7) Таблицу размера  $3 \times 3$  надо заполнить числами 2014, 2015 и 2016 так, чтобы сумма чисел в каждой строке была одинаковой. Сколькими различными способами можно это сделать?

138

9. («Ломоносов», 2012, 7) Города  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  соединены дорогами так, как показано на рисунке.



Сколькими способами можно проделать путь из города  $A$  в город  $D$ , побывав в каждом городе ровно по одному разу?

07

10. («Ломоносов», 2013, 7) Сколькими различными способами шахматный король может пройти с поля  $e1$  на поле  $h5$ , если ему разрешается ходить только на одну клетку вправо, вверх или по диагонали вправо вверх?

671

11. («Физтех», 2014, 7–8) Сколько различных натуральных делителей у числа 15552?

47

12. («Ломоносов», 2013, 7) а) Сколько натуральных делителей имеет число  $N = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{99}$ ?

б) Найдите количество натуральных делителей числа  $N$ , не являющихся точными квадратами (т. е. квадратами натуральных чисел).

00001 00001 (a)

13. («Покори Воробьёвы горы!», 2012, 7–9) Найдите количество натуральных чисел, которые делятся на 2012 и имеют, не считая единицы и самого этого числа, ровно 2199 различных делителей.

2

14. («Высшая проба», 2014, 7–8) Сколько среди целых чисел от 100 до 10000 таких, в записи которых встречаются ровно три одинаковых цифры?

333

15. («Физтех», 2014, 7–9) Сколько существует делящихся на 9 одиннадцатизначных натуральных чисел, в записи которых участвуют только цифры 0 и 8?

45

16. («Высшая проба», 2014, 7–8) Трамвайный билет состоит из шести цифр от 0 до 9. Сколько билетов содержат ровно 5 одинаковых цифр?

049

17. («Покори Воробьёвы горы!», 2012, 7–8) Мария Ивановна — строгая учительница по алгебре. Она ставит в журнал только двойки, тройки и четвёрки, причём никогда не ставит одному ученику две двойки подряд. Известно, что она поставила Вовочке 6 оценок за четверть. Сколькими различными способами она могла это сделать?

448

18. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–8) Найдите количество 10-значных чисел, сумма цифр которых не превосходит 87.

8999999934

19. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–9) Сколько существует пятизначных чисел вида  $\overline{ab16c}$ , кратных 16? ( $a, b, c$  — произвольные цифры, не обязательно разные.)

06

20. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9) Уходя на работу, мама поручила Мише, Пете и Васе: а) подмести пол в прихожей; б) помыть посуду; в) купить хлеба; г) заплатить за электричество; д) вынести мусор; е) пропылесосить ковёр в гостиной. Сколькими различными способами они могут распределить задания так, чтобы каждое задание делал кто-то один из ребят и при условии, чтобы каждый что-нибудь делал?

540

21. (Московская устная олимпиада, 2015, 7.7) У Пети есть 12 одинаковых разноцветных вагончиков (некоторые, возможно, одного цвета, но неизвестно, сколько вагончиков какого цвета). Петя считает, что различных 12-вагонных поездов он сможет составить больше, чем 11-вагонных. Не ошибается ли Петя? (Поезда считаются одинаковыми, если в них на одних и тех же местах находятся вагончики одного и того же цвета.)