Энергия зарядов

Если точечные заряды q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга, то потенциальная энергия их взаимодействия равна

$$W = \frac{kq_1q_2}{r}.$$

Потенциальная энергия системы трёх и четырёх точечных зарядов равна соответственно:

$$W = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}};$$

$$W = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_1q_4}{r_{14}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}} + \frac{kq_2q_4}{r_{24}} + \frac{kq_3q_4}{r_{34}}.$$

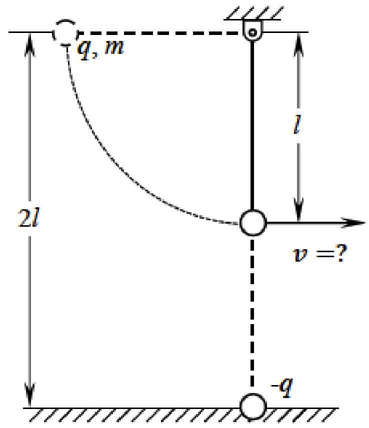
Здесь r_{ij} — расстояние между зарядами q_i и q_j.

[Овчинкин.Мех] → 4.83, 4.84.

Задача 1. (*Всеросс., 2018, МЭ, 11*) Два точечных заряда $+q$ и $-q$, закреплённые на концах непроводящего стержня (диполь), находятся в электростатическом поле. Для того, чтобы повернуть этот диполь на 180° вокруг центра стержня, внешним силам нужно совершить работу A. Какую работу нужно совершить внешним силам (после поворота) для того, чтобы унести диполь из этого поля на бесконечность? Потенциал бесконечно удалённых точек равен нулю.

$A_1 = -A/2$

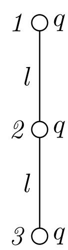
Задача 2. (*МОШ, 2017, 11*) Математический маятник массой m и длиной l, несущий заряд q, отклонили в горизонтальное положение и отпустили без начальной скорости. Найти скорость шарика и силу натяжения нити в момент прохождения положения равновесия. Нижний заряд $-q$, расположенный на одной вертикали с точкой подвеса, закреплён.



$v = \sqrt{2gl + \frac{2kq^2}{ml}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)}$; $T = 3mg + \frac{2kq^2}{l^2}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

Задача 3. (*МФТИ, 1997*) Три маленьких одинаковых шарика, каждый массой m и зарядом q, расположены на гладкой горизонтальной поверхности. Шарики связаны друг с другом двумя нерастяжимыми и непроводящими нитями, каждая длиной l (см. рисунок). Обе нити одновременно пережигают. Пренебрегая силой тяжести, определить:

1) ускорения шариков сразу после пережигания нитей;
2) импульс каждого шарика после разлёта на большие расстояния друг от друга.

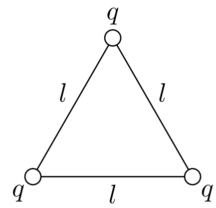


1) $a_1 = a_3 = \frac{5kq^2}{4ml^2}$, $a_2 = 0$; 2) $p_1 = p_3 = q\sqrt{\frac{5km}{2l}}$, $p_2 = 0$

Задача 4. (*МФТИ, 1997*) Три маленьких одинаковых шарика, каждый массой m и зарядом q, расположены на гладкой горизонтальной поверхности. Шарики связаны друг с другом тремя нерастяжимыми и непроводящими нитями, каждая длиной l (см. рисунок). Все три нити одновременно пережигают. Пренебрегая силой тяжести, определить:

1) ускорения шариков сразу после пережигания нитей;

2) импульс каждого шарика после разлёта на большие расстояния друг от друга.



1) $a = \frac{kq^2\sqrt{3}}{ml^2}$; 2) $p = q\sqrt{\frac{2km}{l}}$

Задача 5. (*«Курчатов», 2017, 11*) Три одинаковых маленьких шарика, каждый из которых имеет массу m и несёт заряд q, удерживают в вершинах правильного треугольника с длиной стороны a. В некоторый момент все шарики отпускают, сообщая каждому скорость v, направленную к центру треугольника. Какой путь пройдёт каждый из шариков к тому моменту, когда его скорость станет равной нулю?

$s = \frac{2\pi\varepsilon_0 mv^2a^2}{\sqrt{3}(q^2+2\pi\varepsilon_0 mv^2a)}$

Задача 6. (*МФТИ, 2008*) Четыре одинаковых маленьких шарика с массой m и зарядом q каждый удерживают в вершинах квадрата со стороной a. Один шарик отпускают, продолжая удерживать остальные неподвижно. Какую скорость наберёт освобождённый шарик, удалившись на большое расстояние?

$v = \sqrt{\frac{kq^2(4+\sqrt{2})}{ma}}$

Задача 7. (*МФТИ, 2008*) Четыре одинаковых маленьких шарика с массой m и зарядом q каждый удерживают в вершинах правильного тетраэдра с ребром a. Один шарик отпускают, продолжая удерживать остальные неподвижно. При каком a шарик наберёт на большом расстоянии скорость v?

$a = \frac{3q^2}{2\pi\varepsilon_0 mv^2}$

Задача 8. (*МФТИ, 2008*) Шарик массой m с положительным зарядом q находится на расстоянии R от шарика массой $7m$ с отрицательным зарядом $-8q$. Неподвижные вначале шарики одновременно отпускают, и они сближаются. В некоторый момент расстояние между шариками стало $R/8$. Найдите в этот момент:

1) отношение скорости первого шарика к скорости второго;

2) скорость шарика массой m.

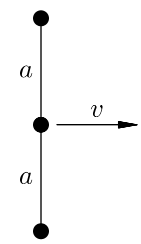
Размеры шариков малы по сравнению с R. Силы гравитации не учитывать.

1) 7; 2) $v = \frac{7q}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0 mR}}$

Задача 9. (*МФТИ, 1992*) Три одинаковых одноимённо заряженных шарика, каждый с зарядом q и массой m, попарно связаны нерастяжимыми нитями, каждая длиной a. Все три шарика неподвижны и расположены на гладкой горизонтальной поверхности. Одна из нитей пережигается. Какие скорости будут иметь шарики в тот момент, когда они будут располагаться на одной прямой? Радиус шарика мал по сравнению с длиной нити.

Скорость крайних шариков $v = \frac{q}{2\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}}$, скорость среднего $2v$

Задача 10. (*МФТИ, 1992*) Три одинаковых одноимённо заряженных шарика, каждый зарядом q и массой m, связаны нерастяжимыми нитями, каждая длиной a. Все три шарика неподвижны и расположены на гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Какую минимальную скорость v необходимо сообщить центральному шарику, чтобы при дальнейшем движении шарики смогли образовать равносторонний треугольник? Радиус шариков мал по сравнению с длиной нити.



$\boxed{v = q\sqrt{\frac{3k}{2ma}}}$

Задача 11. (*«Физтех», 2015, 10*) В вершинах равнобедренного треугольника со сторонами a, $5a$, $5a$ находятся неподвижно три небольших по размерам положительно заряженных шарика, связанных попарно тремя лёгкими непроводящими нитями. Каждый из шариков, связанных короткой нитью, имеет массу m и заряд q. Третий шарик имеет массу $2m$ и заряд $5q$. Короткую нить пережигают, и шарики начинают двигаться. В момент, когда шарики оказались на одной прямой, скорость шариков массой m оказалась равной v.

1) Найдите в этот момент скорость шарика массой $2m$.

2) Найдите q, считая известными m, v, a.

$\boxed{1)\ u = v;\ 2)\ q = \frac{2v}{3}\sqrt{\frac{5ma}{k}}}$

Задача 12. (*«Физтех», 2015, 10*) В вершинах равнобедренного треугольника со сторонами $2a$, $2a$, $3a$ находятся неподвижно три небольших по размерам положительно заряженных шарика, связанных попарно тремя лёгкими непроводящими нитями. Каждый из шариков, связанных длинной нитью, имеет массу m и заряд q. Третий шарик имеет массу $6m$ и заряд $6q$. Две нити одинаковой длины одновременно пережигают, и шарики разлетаются. В момент, когда шарики оказались в вершинах равнобедренного треугольника со сторонами $4a$, $4a$, $3a$, скорость шарика массой $6m$ оказалась равной v.

1) Найдите в этот момент скорость связанных шариков.

2) Найдите q, считая известными m, v, a.

$\boxed{1)\ u = 3v;\ 2)\ q = 2v\sqrt{\frac{ma}{k}}}$

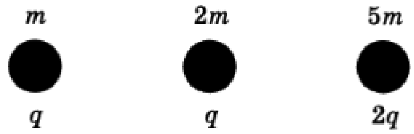
Задача 13. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2019, 10–11*) Три одинаковых небольших тела массой m с зарядом q каждое удерживают на горизонтальной плоскости в вершинах равностороннего треугольника со стороной a. Какое расстояние s пройдет каждое из тел, если их отпустить? Какую максимальную скорость u приобретут тела в процессе движения? Коэффициент трения тел о плоскость равен μ. Электрическая постоянная равна ε_0.

$\boxed{s = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\mu m g a} - \frac{a}{\sqrt{3}},\ u = \sqrt{\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a m}} \text{ при } \mu < \frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\varepsilon_0 m g a^2}\text{; при большем значении } \mu\ s = 0 \text{ и } u = 0}$

Задача 14. (*«Курчатов», 2018, 11*) Расположите 4 заряда величины $+q$ и 4 заряда величины $-q$ в вершинах куба со стороной a таким образом, чтобы энергия электростатического взаимодействия всех зарядов была минимальной. Найдите величину этой энергии.

$\boxed{W_{\min} = \frac{kq^2}{a}\left(-12 + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{3}}\right)}$

Задача 15. (*Межреспубл., 1992, финал, 10*) Три маленьких шарика, массы которых равны m, $2m$ и $5m$, имеют электрический заряд q, q и $2q$ соответственно и расположены вдоль одной прямой (рис.). Вначале расстояние между соседними шариками равно l, а сами шарики закреплены неподвижно. Затем шарики отпускают. Найдите суммарную кинетическую энергию шариков после разлёта их на большое расстояние. Найдите скорости шариков, когда они находятся на большом удалении друг от друга. Считайте, что при разлёте шарики всё время остаются на одной прямой.



$K_{\text{сумм}} = \frac{4kq^2}{l}$; $v_1 = 3\sqrt{\frac{kq^2}{2ml}}$, $v_2 = v_3 = \sqrt{\frac{kq^2}{2ml}}$

Задача 16. (*Всеросс., 2003, ОЭ, 10*) В трёх вершинах правильного тетраэдра с длиной ребра a удерживают три маленьких шарика, каждый из которых имеет массу M и заряд Q. В четвёртой вершине удерживают ещё один маленький шарик массой m и зарядом q. Известно, что $m \ll M$, а $Q = 2q$. Все шарики одновременно освобождают.

1) Найдите абсолютные величины скоростей шариков после их разлёта (удаления друг от друга на бесконечно большие расстояния).

2) Под какими углами к грани тетраэдра, содержавшей три тяжёлых шарика, они будут двигаться после разлёта?

$v = \sqrt{\frac{6kQq}{ma}}$; $V = \sqrt{\frac{2kQ^2}{Ma}}$; $\alpha = \sqrt{\frac{m}{6M}}$

Задача 17. (*Всеросс., 2004, ОЭ, 10*) Два маленьких шарика диаметром d, массой m и зарядами $+Q$ и $-Q$ движутся в пространстве, взаимодействуя только между собой. В некоторый момент они оказались на расстоянии L_0 друг от друга, причём первый из них был неподвижен, а скорость второго v_0 была направлена в сторону первого. Найдите максимальное расстояние L разлёта шариков после абсолютно упругого удара (общая кинетическая энергия шариков непосредственно перед и сразу после удара одинакова). За время удара заряды шариков изменились и стали равными $+q$ и $-q$. Считайте, что в каждый момент времени заряд шарика распределён по его объёму равномерно.

$L = \left(\frac{1}{d} - \frac{Q^2}{q^2}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{L_0}\right) - \frac{mv_0^2}{4kq^2}\right)^{-1}$ или $L = \infty$

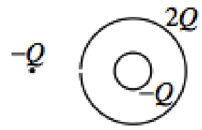
Задача 18. (*МОШ, 2016, 11*) Три маленьких шарика находятся в космосе в углах правильного треугольника со сторонами длиной R. Шарики имеют массы m, $100m$, $100m$. Их электрические заряды равны соответственно $100q$, q, q. В начальный момент скорости шариков равны нулю. Какими будут скорости этих шариков через очень большое время?

$v_1 = \frac{10q}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 mR}}$, $v_2 = \frac{q}{20\sqrt{\pi\varepsilon_0 mR}}$

Задача 19. (*МФТИ, 1995*) В закреплённой тонкостенной непроводящей равномерно заряженной сфере радиуса R имеются два небольших диаметрально противоположных отверстия. Заряд сферы Q. По прямой, проходящей через отверстия, из бесконечности движется частица, имеющая на бесконечности скорость v_0. Масса частицы m, её заряд равен q и противоположен заряду сферы. Найдите время, в течение которого частица будет находиться внутри сферы.

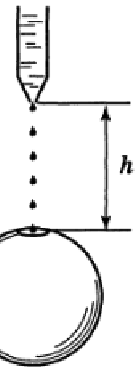
$\tau = \frac{2R}{\sqrt{v_0^2 - \frac{2kQq}{mR}}}$

Задача 20. (*«Росатом», 2012, 11*) Две закреплённые концентрические сферы радиусов R и $2R$ заряжены зарядами $-Q$ и $2Q$ соответственно (см. рисунок). В большой сфере сделано маленькое отверстие. На расстоянии $3R$ от центра сфер напротив отверстия удерживают точечный заряд $-Q$, имеющий массу m. Заряд $-Q$ отпускают. Долетит ли этот заряд до меньшей сферы и если да, то какую скорость будет иметь около неё? А если нет, то на каком расстоянии от центра он остановится?



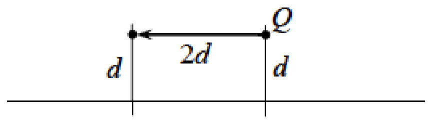
Не долетит; $x = \frac{3}{2}R$

Задача 21. (*Всеросс., 1992, ОЭ, 10*) Над тонкостенным металлическим шаром, радиус которого $R = 5$ см, на высоте $h = 10$ см находится капельница с заряженной жидкостью. Капли жидкости падают из капельницы в небольшое отверстие в шаре (рис.). Определите максимальный заряд Q_0, который накопится на шаре, если заряд каждой капли $q = 1{,}8 \cdot 10^{-11}$ Кл. Радиус капель $r = 1$ мм. Плотность жидкости равна ρ.



$Q_0 = \frac{4\pi r^3 \rho g R(R+h)}{3kq} \approx 1{,}9 \cdot 10^{-9}$ Кл

Задача 22. (*«Росатом», 2017, 11*) Точечный заряд Q находится на расстоянии d от очень большой проводящей плоскости. В некоторый момент времени заряд перемещают на расстояние $2d$ вдоль плоскости (см. рисунок), причём так быстро, что за время перемещения заряда Q заряды на плоскости не успели сместиться от своих первоначальных положений. Какое количество теплоты выделится в веществе плоскости в процессе установления равновесия?



$W = \frac{2-\sqrt{2}}{4}\frac{kQ^2}{d}$

Задача 23. (*МФТИ, 2007*) Бусинка массой m с положительным зарядом q может двигаться без трения вдоль натянутой диэлектрической нити, совпадающей с осью кольца радиусом R. Кольцо с равномерно распределённым по нему зарядом $-6q$ закреплено. Вначале бусинку удерживали на расстоянии $3R/4$ от центра кольца, затем отпустили. Найдите скорость бусинки при прохождении центра кольца.

$v = \sqrt{\frac{3q^2}{5\pi\varepsilon_0 mR}}$

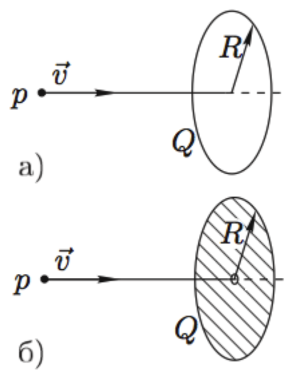
Задача 24. (*МФТИ, 2007*) Кольцо радиусом R с равномерно распределённым по нему зарядом закреплено. На оси кольца на расстоянии $3R/4$ от его центра удерживают небольшой по размерам шарик массой m и отрицательным зарядом q. Заряд кольца равен $3q$. Шарик отпускают, и он движется вдоль оси кольца. Найдите скорость шарика на расстоянии $4R/3$ от центра кольца.

$v = \sqrt{\frac{3q^2}{10\pi\varepsilon_0 mR}}$

Задача 25. (*Всеросс., 2008, финал, 10*) 1) Тонкое кольцо радиусом $R = 5$ см однородно заряжено зарядом $Q = +10^{-8}$ Кл (рис. *а*). Какую минимальную скорость $v_{\min}$ нужно сообщить протону, находящемуся вдали от кольца, чтобы он пролетел по оси кольца через его центр?

2) Пусть теперь заряд $Q = +10^{-8}$ Кл равномерно распределён по поверхности тонкого диска радиуса $R = 5$ см (рис. *б*). В центре диска имеется небольшое отверстие. Какую минимальную скорость нужно сообщить протону в этом случае, чтобы он пролетел через отверстие в диске?

Элементарный заряд $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса протона $m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг, электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

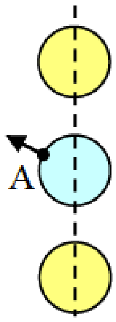


1) $v_{\min} = \sqrt{\frac{eQ}{2\pi\varepsilon_0 m_p R}} = 5{,}9 \cdot 10^5$ м/с; 2) $v'_{\min} = v_{\min}\sqrt{2}$

Задача 26. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11*) На проводящий шар радиуса R нанесён заряд q. Шар закреплен неподвижно. В точках A и B, лежащих по разные стороны от шара на прямой, проходящей через его центр O ($OA = 3R$, $OB = 4R$), закреплены небольшие тела с зарядами $4q$ и $3q$ соответственно. С поверхности шара со скоростью $v_0 = \sqrt{\frac{13kqe}{18mR}}$ вылетает электрон (e/m — величина удельного заряда электрона). Пренебрегая излучением, найти, во сколько раз возрастёт скорость электрона после удаления на большое расстояние от этой системы зарядов.

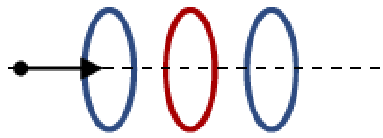
$\frac{v}{v_0} = \frac{1}{v_0}\sqrt{\frac{26kqe}{9mR}} = 2$

Задача 27. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11*) Три шара радиуса $a = 40$ см расположены так, что их центры находятся на одной прямой на расстоянии $3a = 120$ см друг от друга. Крайние шары — непроводящие, и по поверхности каждого из них равномерно распределён заряд $q = 1$ мкКл. Средний шар — проводящий, и его заряд равен $-2q = -2$ мкКл. От точки A на поверхности среднего шара оторвался без начальной скорости ион с удельным зарядом $\beta = 2{,}5 \cdot 10^6$ Кл/кг и удалился на большое расстояние от шаров. До какой скорости он при этом разогнался? Излучением пренебречь. Константа в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2.



$v = \sqrt{\frac{8kq\beta}{3a}} \approx 387$ км/с

Задача 28. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11*) Три одинаковых непроводящих кольца радиуса a расположены так, что их оси совпадают, на одинаковом расстоянии, равном также a. На кольца нанесён равномерно распределённый заряд: $-Q$ — на крайние, и $+2Q$ — на среднее. С какой скоростью нужно запустить вдоль оси колец с расстояния a от плоскости крайнего кольца маленький шарик с зарядом $+q$ ($q \ll Q$) и массой m, чтобы он пролетел все три кольца «насквозь»? Электрическая постоянная равна ε_0.



$v_0 > \sqrt{\frac{2kqQ}{ma}\frac{(\sqrt{5}-1)(2\sqrt{2}-1)}{\sqrt{10}}}$

Задача 29. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11*) Два одинаковых тела массой m и с зарядом q каждое удерживают на горизонтальной плоскости на расстоянии d. Какое расстояние l пройдет каждое из тел, если их отпустить? Какую максимальную скорость u приобретут тела в процессе движения? Коэффициент трения тел о плоскость равен μ. Электрическая постоянная равна ε_0.

$l = \frac{kq^2}{2\mu mgd} - \frac{d}{2}$, $u = \sqrt{\frac{kq^2}{md} - 2\sqrt{\frac{kq^2\mu g}{m}} + \mu gd}$ при $\mu < \frac{kq^2}{mgd^2}$ (иначе тела покоятся)

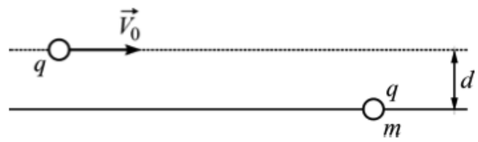
Задача 30. (*МОШ, 2016, 10*) Две покоящиеся в космосе вдали от других тел материальные точки, имеющие одинаковые массы m и электрические заряды q, скреплены невесомой, нерастяжимой и не проводящей электрический ток прочной гибкой нитью длиной L. Незаряженное тело малых размеров массой $2m$ движется поступательно в направлении средней точки нити со скоростью V, направленной перпендикулярно нити. При соприкосновении тела и нити они друг относительно друга не проскальзывают, но и не прилипают друг к другу.

1) Какими будут модули скоростей материальных точек и тела через очень большое время?

2) На каком минимальном расстоянии $L_{\min}$ друг от друга будут находиться материальные точки в процессе движения?

1) $v_m = V$, $v_{2m} = 0$; 2) $L_{\min} = \left(\frac{1}{L} + \frac{mV^2}{2kq^2}\right)^{-1}$

Задача 31. (*МОШ, 2012, 10*) По длинному непроводящему стержню может без трения перемещаться бусинка массой m и зарядом q. Вдоль стержня на расстоянии d от него перемещают с постоянной скоростью v_0 точечный заряд q. Считая, что в начальный момент бусинка покоилась и была бесконечно удалена от точечного заряда, определите максимальную скорость $v_{\max}$ бусинки. Постройте график зависимости $v_{\max}$ от v_0.



$v_{\max} = \begin{cases} 2v_0, & \text{если } v_0 < u; \\ v_0 - \sqrt{v_0^2 - u^2}, & \text{если } v_0 > u, \end{cases}$ где $u = \sqrt{\frac{2kq^2}{md}}$

Задача 32. (*«Росатом», 2011, 11*) Если равномерно заряженный шар разрезать пополам и отпустить половинки, то после разлёта на бесконечно большое расстояние они будут иметь скорость v_1. Если взять половину того же шара, разрезать пополам и отпустить половинки, то после разлёта на бесконечно большое расстояние они будут иметь скорость v_2. Берут первоначальный шар, вырезают из него четвёртую часть и отпускают получившиеся части. Какую скорость будет иметь на бесконечно большом расстоянии меньшая часть? Считать, что при разлёте части шара движутся поступательно (без вращения).

$u = \sqrt{\frac{3}{2}\left(v_1^2 + v_2^2\right)}$

Задача 33. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11*) Три маленьких одинаковых заряженных шайбы соединены попарно двумя лёгкими нерастяжимыми нитями длиной $l_0 = 40$ см и одной упругой резинкой, длина которой в недеформированном состоянии также равна l_0 (сила упругости резинки пропорциональна деформации). Если поместить их на гладкую горизонтальную поверхность, то в состоянии покоя длина резинки будет равна $l = 50$ см. Удерживая шайбы, резинку переводят в недеформированное состояние (так, что шайбы образуют равносторонний треугольник) и отпускают шайбы без начальной скорости. До какой максимальной длины растянется резинка в ходе дальнейшего движения? Какой будет максимальная скорость «средней» шайбы? Циклическая частота колебаний одной шайбы на резинке равна $\omega = 20$ с$^{-1}$.

$l_{\max} = \frac{l_0}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{8l^2(l-l_0)}{l_0^3}}\right) \approx 60{,}6$ см;

$u_{\max} \approx \frac{5\omega l_0}{4\sqrt{142}} \approx 0{,}84$ м/с как максимум функции $u(x) = \frac{\omega l_0}{4}\sqrt{\frac{x(2x-1)(25+64x-128x^2)}{6(3-2x^2)}}$

Задача 34. (*МОШ, 2006, 11*) Закреплённая непроводящая тонкостенная однородная сфера радиусом R и массой M равномерно заряжена по поверхности зарядом Q. Из неё вырезают маленький кусочек массой $M/10000$, сжимают его в крошечный комочек (не меняя заряд) и помещают в центр сферы. Комочек отпускают. Чему будет равна его скорость на большом удалении от сферы? А в момент вылета из сферы? Сила тяжести отсутствует.

$v_\infty = \frac{Q}{\sqrt{2\pi\varepsilon_0 MR}}$; $v_{\text{выл}} = v_\infty/10$

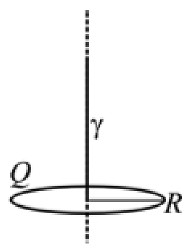
Задача 35. (*МОШ, 2009, 11*) Из тонкой жёсткой проволоки изготовили кольцо радиусом R, которое закрепили так, чтобы его плоскость была горизонтальна. На кольцо нанесли заряд Q. На оси кольца на высоте h над ним удерживают маленький шарик массой m, имеющий одноимённый с кольцом заряд q. Какую по модулю скорость надо сообщить шарику, толкнув его вверх, чтобы он, двигаясь по вертикали, пролетел в дальнейшем сквозь кольцо?

См. конец листка.

Метод виртуальных перемещений

Если вы забыли, что такое метод виртуальных перемещений, то полезно освежить в памяти одноимённый листок из механики.

Задача 36. (*МОШ, 2010, 10*) Тонкое кольцо радиусом R заряжено зарядом Q, равномерно распределённым по кольцу. Вдоль оси кольца расположена очень длинная нить, начинающаяся в его центре и равномерно заряженная с линейной плотностью заряда γ (см. рисунок). Найти модуль силы электростатического взаимодействия нити с кольцом.

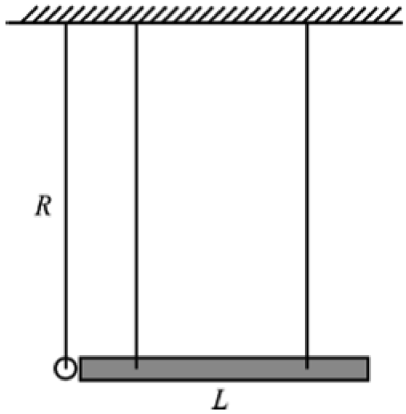


$F = \frac{\gamma Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

Задача 37. (*МОШ, 2011, 11*) Тонкий жёсткий непроводящий стержень длиной L несёт на себе электрический заряд Q, который равномерно распределён по длине стержня. Маленький шарик имеет электрический заряд q и прикреплён к одному из концов стержня тонкой непроводящей и незаряженной нитью длиной R. Какова сила натяжения нити, если система находится в равновесии? Считать, что $Q/q > 0$. Силу тяжести не учитывать.

$\boxed{T = \frac{kQq}{R(R+L)}}$

Задача 38. (*МОШ, 2011, 10*) Маленький шарик и тонкий непроводящий стержень длиной L, массы которых m одинаковы, подвешены к потолку на нитях одинаковой большой длины $R \gg L$ (см. рисунок). Нити позволяют шарику и стержню двигаться только в одной вертикальной плоскости. Сначала шарик и стержень не были заряжены и висели так, что почти соприкасались друг с другом, причем шарик находился возле одного из концов стержня. Шарику и стержню сообщили одинаковые электрические заряды Q, причем заряд на стержне распределили равномерно по его длине. На каком расстоянии x окажутся в положении равновесия шарик и тот конец стержня, возле которого шарик сначала находился? Считайте, что диаметр шарика много меньше x, а x много меньше длины стержня.



$\boxed{x \approx Q\sqrt{\frac{2kR}{mgL}}}$

Ответ к задаче 35

Используются обозначения:

x_1 — наименьший корень уравнения

$$\frac{(R^2+x^2)^{3/2}}{x} = \frac{kQq}{mg}\,;$$

x_2 — наибольший корень уравнения

$$x + \frac{kQq}{mg\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{R^2+2x_1^2}{x_1}\,.$$

Если $\dfrac{kQq}{mgR^2} \leqslant \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ или $h \notin [x_1; x_2]$, то $v_{\min} = 0$. Если же $\dfrac{kQq}{mgR^2} > \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ и $h \in [x_1; x_2]$, то

$$v_{\min} = \sqrt{2g(x_1-h) + \frac{2kQq}{m}\left(\frac{1}{\sqrt{R^2+x_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)}\,.$$