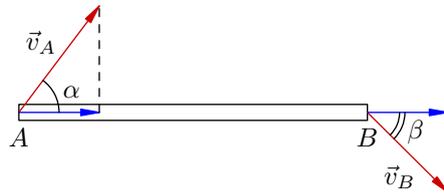


Движение со связями. Кинематика

Пусть палочка AB движется произвольным образом (см. рисунок). Мы считаем палочку абсолютно твёрдой (то есть длина палочки неизменна).



Закон палочки. Составляющие скоростей концов \vec{v}_A и \vec{v}_B в направлении вдоль палочки в любой момент времени совпадают:

$$v_A \cos \alpha = v_B \cos \beta.$$

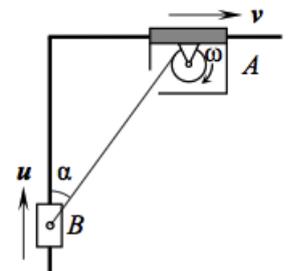
Это утверждение легко доказывается от противного. В самом деле, предположим, что указанные составляющие скоростей различны. Тогда палочка начнёт деформироваться — растягиваться или сжиматься — вопреки её абсолютной твёрдости. Противоречие.

Закон палочки можно применять к движению произвольного твёрдого тела; «палочкой» тогда будет служить любой отрезок, соединяющий пару точек этого тела. Удачный выбор двух-трёх таких отрезков обычно приводит к решению задачи.

Задача 1. (МОШ, 2007, 10) По гладкому горизонтальному столу скользит однородная линейка длиной $L = 25$ см. В некоторый начальный момент времени скорости концов линейки направлены перпендикулярно к ней в разные стороны и равны $v_1 = 10$ см/с и $v_2 = 30$ см/с. Какая скорость v будет у центральной точки линейки через время $t = 5$ с после начального момента? За какое время τ от начального момента линейка повернётся на угол 90° от исходного положения?

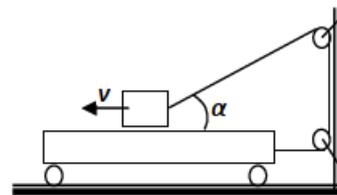
$$v \approx \frac{(v_1 + v_2)t}{L} = 10 \text{ см/с} \cdot 0,1 = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = a$$

Задача 2. (МОШ, 2019, 10) На два взаимно перпендикулярных гладких стержня насажены муфты, которые могут легко по ним скользить. Внутри полой муфты A расположена лебедка, барабан которой имеет радиус $r = 1,5$ см и вращается с угловой скоростью $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$. На барабан наматывается нерастяжимая нить, другой конец которой прикреплен к муфте B . При этом муфта A движется вправо со скоростью 10 см/с. Найдите величину u скорости муфты B , если нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$. Ответ выразите в см/с и округлите до целых



$$32 \text{ см/с}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) Небольшой брусок через систему блоков связан нерастяжимой нитью с длинной тележкой, которая может катиться по горизонтальной поверхности. Брусок кладут на тележку и приводят в движение с постоянной скоростью $v = 2$ м/с, направленной горизонтально вдоль тележки (см. рис.). Какую скорость относительно бруска будет иметь тележка в тот момент, когда угол между наклонной нитью и горизонтом составит $\alpha = 60^\circ$? Считайте, что в указанный момент тележка не доехала до стены, к которой прикреплены блоки.

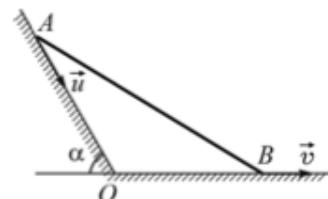


$$v/w \xi = (v \cos \alpha + l) a = \frac{v \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2019, МЭ, 11) Стержень длиной L касается своими концами вертикальной стенки и горизонтального пола. Он движется, оставаясь всё время в одной и той же вертикальной плоскости, без отрыва от стенки и пола. В некоторый момент времени модуль скорости верхнего конца стержня равен V , а нижнего конца — $2V$. Найдите модуль скорости середины стержня в этот момент, а также направление этой скорости относительно горизонтали. На какой высоте от пола находится в этот момент верхний конец стержня?

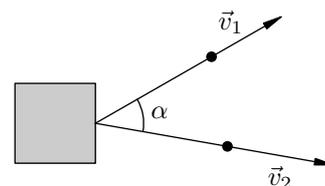
$$\frac{v \wedge}{7z} = H \text{ ; } \text{очень важно! } \text{с } \frac{z}{l} \text{ стержня } v \text{ ; } \Delta \frac{z}{l} = n$$

ЗАДАЧА 5. («Курчатов», 2015, 10) На двугранном угле находится тонкий стержень, нижний конец которого перемещают со скоростью v вдоль горизонтали (см. рисунок). Найдите скорость u верхнего конца стержня в момент, когда $OA : OB = 2 : 1$. Угол $\alpha = 60^\circ$. Концы стержня не отрываются от поверхностей двугранного угла.



$$a \frac{z}{l} = \frac{v \cos \alpha + z}{v \cos \alpha + l} = n$$

ЗАДАЧА 6. Двое рабочих передвигают тяжёлый ящик с помощью канатов (см. рисунок). Найти скорость ящика в момент, когда канаты образуют угол α , а скорости рабочих \vec{v}_1 и \vec{v}_2 направлены вдоль канатов.



$$v \cos \alpha \cos \alpha - \frac{z}{l} a + \frac{l}{z} a \wedge \frac{v \cos \alpha}{l} = a$$

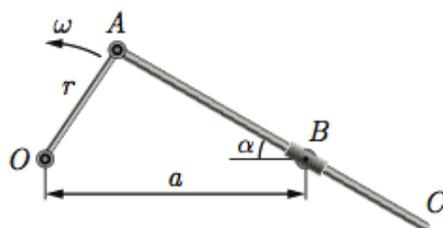
ЗАДАЧА 7. (МГУ, физический ф-т, 1999) Вырезанный из однородного листа металла равнобедренный треугольник положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули его. В некоторый момент скорость v_A вершины A этого треугольника оказалась перпендикулярной биссектрисе угла A , а скорость вершины C — направленной вдоль стороны AC . Найти перемещение центра треугольника за время τ после указанного момента.

$$\perp V a \frac{z}{l} = s$$

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2014, 10) По горизонтальной плоскости скользит квадратная пластинка $ABCD$. В некоторый момент времени вершина A пластинки движется со скоростью \vec{v}_A , равной по модулю 5 м/с, а соседняя вершина B — со скоростью \vec{v}_B , равной по модулю 1 м/с. При этом скорость \vec{v}_O точки O — центра пластинки — направлена перпендикулярно прямой BD , являющейся диагональю квадрата. Найдите проекцию скорости \vec{v}_O на направление AC в данный момент времени.

о/м 77 или о/м 87

ЗАДАЧА 9. (МОШ, 2019, 10) На рис. изображена схема кривошипно-шатунного механизма паровой машины с качающимся цилиндром. Кривошип OA длиной r вращается с угловой скоростью ω вокруг точки O . В точке A кривошип шарнирно соединен со стержнем AC , продетым сквозь муфту, закрепленную на шарнире B , так что муфта может свободно вращаться вокруг точки B . $OB = a$, $AC > a + r$.

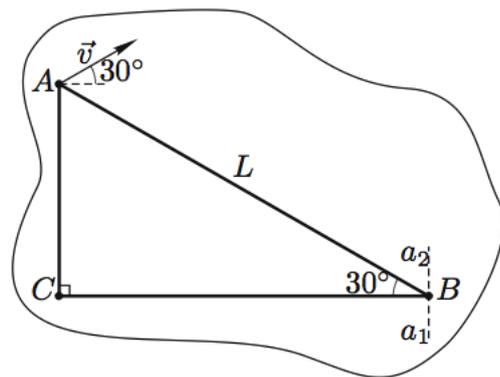


1. Чему равен угол α в тот момент, когда угловая скорость муфты минимальна?
2. Определите максимальную угловую скорость муфты.

$\frac{d\omega}{dt} = \omega \sin \alpha$ (1)

[Овчинкин] → 1.23, 1.24.

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2007, финал, 9) По гладкой горизонтальной поверхности скользит пластинка, на которой отмечены три точки A , B и C , лежащие в вершинах прямоугольного треугольника с углом 30° при вершине B (см. рисунок). Гипотенуза треугольника равна L . В некоторый момент времени скорость точки A равна по модулю v_0 и направлена под углом 30° к катету BC . Известно также, что скорость точки B в этот момент времени направлена вдоль линии a_1a_2 , параллельной катету AC .



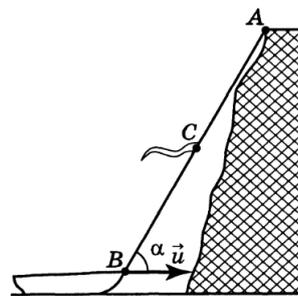
Определите:

- 1) модуль и направление скорости точки B ;
- 2) модуль и направление скорости точки C ;
- 3) положение точки O , скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Изобразите на чертеже векторы скоростей точек B и C , а также положение точки O .

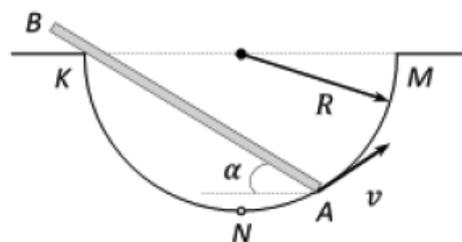
(1) $v_B = v_0 \sin 30^\circ$, (2) $v_C = v_0 \cos 30^\circ$, (3) O — середина AC , при этом AO — биссектриса угла A

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2001, финал, 9) С высокого берега озера за верёвку подтягивают лодку. К верёвке привязан флажок (см. рисунок). В момент, когда флажок оказался в точке C посередине между A и B , верёвка была направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найдите скорость флажка в этот момент, если известно, что скорость лодки $u = 1$ м/с.



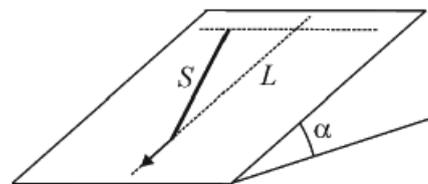
$$\frac{v}{u} \sin \alpha \approx \frac{v}{u} \sin \frac{\pi}{3} + v \cos \alpha \sqrt{\frac{1}{n}} = a$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2016, РЭ, 10) Стержень AB касается уступа K полусферической лунки радиуса R . Точка A движется равномерно со скоростью v по поверхности лунки, начиная из нижней точки N , к точке M . Найти зависимость модуля скорости u конца стержня B от угла α , который стержень составляет с горизонтом. Длина стержня AB равна $2R$.



$$\frac{v}{u} \sin \alpha \approx n$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2016, 11) Тонкий однородный жёсткий стержень S скользит по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. В начальный момент времени нижний конец стержня движется вниз вдоль наклонной плоскости (по линии L «падения воды», как указано стрелкой — см. рисунок), а верхний конец стержня движется горизонтально, причем модуль скорости верхнего конца в два раза больше, чем нижнего. По прошествии некоторого промежутка времени оказалось, что середина стержня сместилась на одинаковые расстояния по горизонтали и вдоль линии «падения воды». Во сколько раз изменился модуль скорости середины стержня за этот промежуток времени?



$$\frac{v}{u} \approx \frac{v}{u} \sqrt{\frac{1}{n}}$$