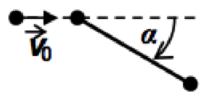
Вращение твёрдого тела

Задача 1. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11*) Гантель, состоящая из двух маленьких шариков массы m и лёгкого жёсткого стержня длины L, движется в плоскости таким образом, что скорость её центра масс равна v, а угловая скорость ω. Чему равна её кинетическая энергия?

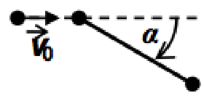
$K = m\left(v^2 + \frac{\omega^2 L^2}{4}\right)$

Задача 2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11*) Гантель, состоящая из двух массивных маленьких шариков и лёгкого жёсткого стержня длины L, покоилась на гладкой горизонтальной поверхности. В один из её шариков врезается третий (такой же), скорость $\vec{v}_0$ которого направлена под углом 30° к стержню. Происходит лобовое абсолютно упругое соударение. Найти угловую скорость вращения гантели после удара.



$\omega = \frac{8v_0}{13L}$

Задача 3. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11*) Гантель, состоящая из двух массивных маленьких шариков и лёгкого жёсткого стержня длины L, покоилась на гладкой горизонтальной поверхности. В один из её шариков врезается третий (такой же), скорость которого $\vec{v}_0$ направлена под углом 30° к стержню. Происходит лобовое абсолютно неупругое соударение. Найти угловую скорость вращения «утяжелённой гантели» после удара.

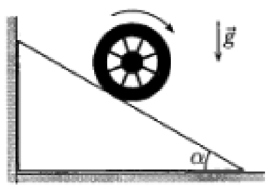


$\omega = \frac{v_0}{4L}$

Задача 4. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11*) Две небольшие шайбы с массами m и $2m$, связанные лёгкой нерастяжимой нитью длины L, скользят по гладкой горизонтальной поверхности. Нить натянута. Найдите силу натяжения нити, если известно, что в некоторый момент времени, когда более лёгкая шайба двигалась вдоль нити со скоростью v, величина скорости более тяжёлой шайбы была в два раза больше.

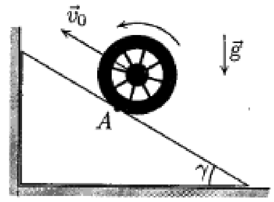
$T = \frac{2mv^2}{L}$

Задача 5. (*МФТИ, 2005*) На гладкой горизонтальной поверхности стола находится клин, прислонённый к гладкой вертикальной стене. Поверхность клина наклонена к горизонту под углом α (см. рисунок). Автомобильное колесо массой M скатывается без проскальзывания с клина. В процессе движения колеса по клину клин действует на стену с постоянной силой F. Какой скорости достигнет колесо, пройдя из состояния покоя путь s по клину?



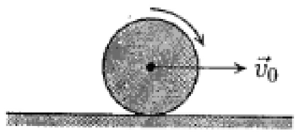
$v = \sqrt{\frac{2Fs}{M\cos\alpha}}$

Задача 6. (*МФТИ, 2005*) На гладкой горизонтальной поверхности стола находится призма, упирающаяся в гладкую вертикальную стенку. Поверхность призмы наклонена под углом γ к горизонту. Велосипедное колесо массой m движется вверх по призме, катясь без проскальзывания и имея при прохождении точки A скорость v_0. При движении колеса вверх призма давит на стенку с постоянной силой F. На какое максимальное расстояние удалится колесо от точки A при движении вверх?



$s = \frac{mv_0^2 \cos\gamma}{2F}$

Задача 7. (*МФТИ, 2003*) В результате удара шар получил скорость v_0 вдоль горизонтальной поверхности стола и вращение вокруг своего горизонтального диаметра, перпендикулярного скорости (см. рисунок). После удара скорость шара уменьшалась в течение времени τ, а затем стала постоянной.



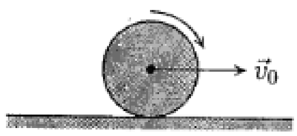
1) Найдите эту постоянную скорость.

2) На каком расстоянии от места удара окажется шар через время 4τ после удара?

Коэффициент трения скольжения между поверхностями шара и стола равен μ.

1) $v = v_0 - \mu g\tau$; 2) $s = 4v_0\tau - \frac{7}{2}\mu g\tau^2$

Задача 8. (*МФТИ, 2003*) Шару сообщили ударом скорость v_0 вдоль горизонтальной поверхности стола и вращение вокруг его горизонтального диаметра, перпендикулярного скорости (см. рисунок). В результате скорость шара в течение времени t_0 увеличивалась, а затем шар стал двигаться с постоянной скоростью.



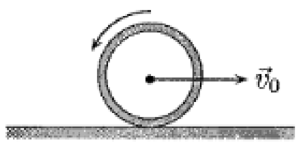
1) Найдите эту постоянную скорость.

2) На какое расстояние от места удара удалится шар за время $3t_0$ после удара?

Коэффициент трения скольжения между поверхностями шара и стола равен μ.

1) $v = v_0 + \mu g t_0$; 2) $s = 3v_0 t_0 + \frac{5}{2}\mu g t_0^2$

Задача 9. (*МФТИ, 2003*) Обручу, закрученному вокруг горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно плоскости обруча через его центр, сообщают вдоль горизонтальной поверхности стола скорость v_0, направленную перпендикулярно оси вращения (см. рисунок). Обруч сначала удаляется, а затем из-за трения о стол возвращается к месту начала движения со скоростью $v = v_0/4$, катясь без проскальзывания. Коэффициент трения скольжения между обручем и столом равен μ.



1) Найдите время движения до места максимального удаления.

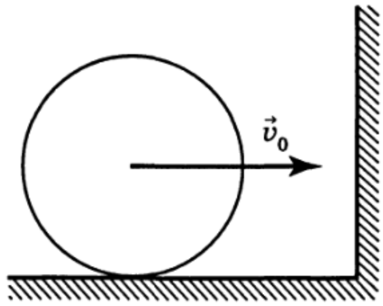
2) Через какое время, считая от начала движения, обруч возвратится назад?

1) $t_1 = \frac{v_0}{\mu g}$; 2) $t_2 = \frac{25}{8}\frac{v_0}{\mu g}$

Задача 10. (*МОШ, 2019, 11*) Вращающийся с угловой скоростью 4 рад/с обруч радиусом 25 см поставили на горизонтальную шероховатую поверхность. Определите величину скорости центра обруча после того, как прекратилось проскальзывание. В начальный момент эта скорость была равна нулю. Выразите ответ в м/с и округлите до десятых.

0,5 м/с

Задача 11. (*Всеросс., 1998, финал, 9*) Тонкостенный цилиндр катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания со скоростью $v_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения между цилиндром и поверхностью равен $\mu = 0{,}2$. Цилиндр сталкивается с вертикальной гладкой стенкой и упруго отражается от неё (рис.).



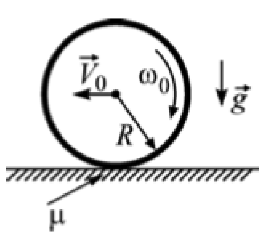
1) Найдите скорости верхней и нижней точек цилиндра непосредственно после отражения.

2) Определите скорость центра цилиндра через $t_1 = 2$ с после столкновения со стенкой и путь, пройденный им за это время.

3) Определите, какой путь пройдет центр цилиндра к моменту времени $t_2 = 4$ с.

1) $v_{\text{в}} = 0$, $v_{\text{н}} = 2v_0$; 2) 2 м/с и 8 м; 3) 9 м

Задача 12. (*МОШ, 2013, 11*) «Хула-хуп» — это обруч, который девушки крутят на талии, а спортсменки проделывают с ним и другие «фокусы». Например, закручивают его в вертикальной плоскости и толкают от себя по горизонтали, после чего вращающийся обруч, проскальзывая по полу, отъезжает от них на некоторое расстояние и возвращается обратно.



Сформулируем задачу так: обруч радиусом R в момент толчка (см. рисунок) закручен вокруг горизонтальной оси до угловой скорости ω_0, и ему придали скорость $\vec{v}_0$, направленную вдоль пола перпендикулярно оси вращения. Коэффициент трения обруча об пол равен μ.

1) На какое максимальное расстояние в направлении скорости $\vec{v}_0$ обруч удалится от начальной точки?

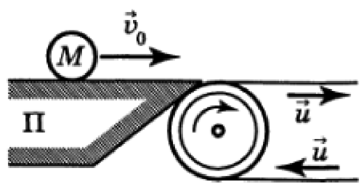
2) Какова будет его угловая скорость в момент остановки?

3) С какой скоростью он будет катиться после окончания проскальзывания по полу?

4) Как связаны v_0 и ω_0, если проскальзывание прекращается в момент возврата в исходную точку?

1) $s_{\max} = \frac{v_0^2}{2\mu g}$; 2) $\omega_1 = \omega_0 - \frac{v_0}{R}$ при условии $v_0 < \omega_0 R$; 3) $v = \frac{\omega_0 R - v_0}{2}$; 4) $v_0 = \frac{1}{3}\omega_0 R$

Задача 13. (*Всеросс., 1999, финал, 11*) Тонкостенная цилиндрическая трубка массы M катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности неподвижной плиты Π со скоростью v_0 и попадает на ленту горизонтального транспортёра, движущуюся в том же направлении со скоростью u (рис.). Коэффициент трения скольжения между трубкой и лентой равен μ.



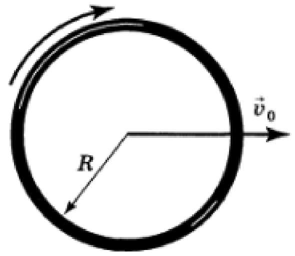
1) Через какое время t_1 после вкатывания на ленту трубка начнёт катиться по ленте без проскальзывания?

2) Определите изменение кинетической энергии трубки за время t_1.

3) Чему равно количество теплоты, выделившееся в результате трения трубки о ленту за время t_1?

1) $t_1 = \frac{u}{2\mu g}$; 2) $\Delta K = \frac{Mu^2}{4}$; 3) $Q = \frac{Mu^2}{4}$

Задача 14. (*Всеросс., 1998, ОЭ, 11*) Прочный плоский обруч радиусом $R = 1$ м раскрутили вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр, до частоты обращения $n = 100$ об/с и сообщили ему скорость $v_0 = 10$ см/с вдоль поверхности (рис.). Коэффициент трения скольжения между обручем и поверхностью равен $\mu = 0{,}1$. За какое время t_1 обруч удалится на $s_1 = 10$ см от начального положения? Оцените, на какое максимальное расстояние s удалится обруч от начального положения. Обруч равномерно прилегает к поверхности.

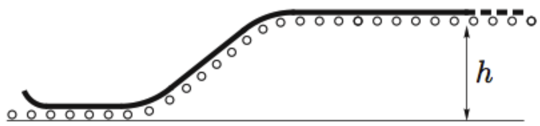


$\boxed{t_1 \approx 1 \text{ с}; \; s \approx 57 \text{ м}}$

Задача 15. (*МОШ, 2007, 11*) Велосипедное колесо, вся масса которого сосредоточена в его ободе, раскрутили вокруг оси, удерживая её неподвижной в горизонтальном положении. При этом пришлось совершить работу A, и вся эта работа пошла на увеличение механической энергии колеса. Затем колесо осторожно поставили на горизонтальную поверхность доски такой же массы, которая может без трения двигаться по столу. Какое максимальное количество теплоты может выделиться в системе, пока колесо не покинет доску? Колесо при движении все время остаётся в вертикальной плоскости.

$\boxed{Q_{\max} = \frac{1}{3}A}$

Задача 16. (*Всеросс., 2003, финал, 10*) Горка представляет собой плавный переход между двумя плоскими поверхностями, отстоящими друг от друга по высоте на h (рис.). На горке и плоских поверхностях достаточно часто расположены небольшие шероховатые массивные валики (расстояние между осями соседних валиков равно l), по которым катится длинный тяжёлый ковер. Определите установившуюся скорость v ковра.



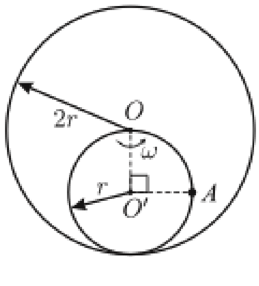
Масса m валика сосредоточена на его ободе. Трением в осях валиков можно пренебречь. Первоначально валики были неподвижны. Погонная плотность ковра равна ρ. Гибкость ковра позволяет ему повторить профиль горки, но, вместе с тем, не даёт переднему краю провалиться между валиками.

$\boxed{v = \sqrt{\frac{\rho g h l}{m}}}$

Задача 17. (*МОШ, 2017, 11*) Вертикальный стержень длиной l стоит на гладкой горизонтальной поверхности. В какой-то момент он теряет устойчивость и падает. По какой траектории движется мгновенный центр вращения стержня во время его падения? Какое расстояние пройдёт нижняя точка стержня к моменту его падения?

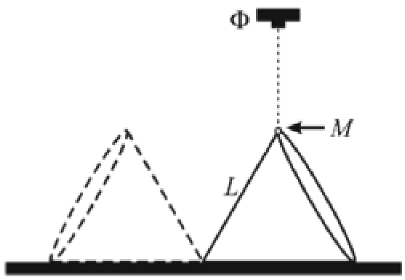
$\boxed{\text{По дуге окружности; } x = l/2}$

Задача 18. (*МОШ, 2006, 11*) По внутренней поверхности большого неподвижного обруча радиусом $2r$ без проскальзывания катится малый обруч радиусом r. Отрезок OO', соединяющий центры обручей, движется с угловой скоростью ω. К малому обручу в точке A прикреплён грузик. В некоторый момент времени обручи и грузик расположены так, как показано на рисунке. Чему равно в этот момент ускорение грузика?



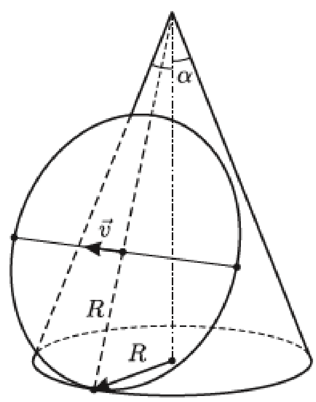
$a = \omega^2 r\sqrt{2}$ (к точке O)

Задача 19. (*МОШ, 2017, 11*) Прямой круговой конус с образующей длиной $L = 13$ см и диаметром основания $D = 10$ см катится по горизонтальной поверхности, не проскальзывая (см. рис.). Центр основания конуса движется с постоянной по модулю скоростью, а максимально возможная скорость точки, лежащей на поверхности этого конуса, может быть равна $V = 1$ м/с. На одну из точек, расположенных на границе основания и боковой поверхности конуса, нанесена очень маленькая метка M. Над конусом неподвижно закреплён фотоаппарат Ф, объектив которого расположен горизонтально. В момент, когда метка находилась в своём наивысшем положении и строго под объективом фотоаппарата, был сделан фотоснимок. Через какое минимальное время после этого можно при помощи того же неподвижного фотоаппарата сделать точно такую же фотографию?



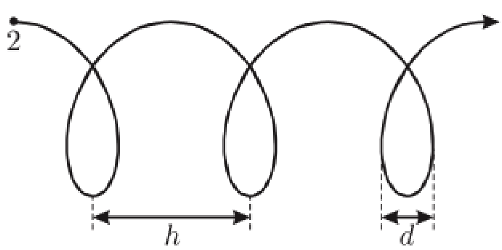
$T = 5\pi\frac{4L^2-D^2}{VL} \approx 7$ с

Задача 20. (*МОШ, 2009, 11*) Тонкий диск катится по горизонтальной плоскости без скольжения, опираясь в каждый момент времени по диаметру своего основания на гладкую боковую поверхность прямого кругового конуса, стоящего на этой плоскости. Угол при вершине конуса равен 2α, радиус основания конуса равен радиусу диска (см. рисунок). Определить скорости крайних точек горизонтального диаметра диска, если его центр движется со скоростью v. Есть ли на диске точки, движущиеся с большей скоростью, чем крайние точки горизонтального диаметра?



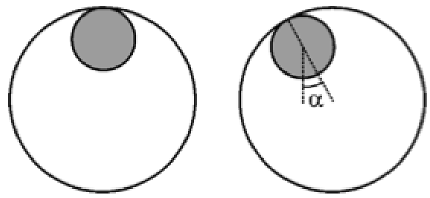
См. конец листка.

Задача 21. (*МОШ, 2008, 11*) Две материальные точки 1 и 2 массами m_1 и m_2 находятся на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости и связаны невесомой нерастяжимой нитью длиной L. Вначале точка 1 закреплена, а точка 2 движется вокруг неё по окружности. Затем точку 1 освобождают, и точка 2 начинает двигаться по траектории, изображённой на рисунке. Найдите шаг траектории h и ширину петли d.



$h = 2\pi L\frac{m_2}{m_1+m_2}$; $d = 2L\frac{\sqrt{m_1^2-m_2^2}-m_2\arccos\frac{m_2}{m_1}}{m_1+m_2}$ (при $m_1 > m_2$)

Задача 22. (*МОШ, 2015, 11*) Цилиндрическое бревно радиусом r, ось которого горизонтальна, неподвижно закреплено. На бревно надет тонкий однородный обруч массой m и радиусом R так, как показано на рисунке слева. Обруч вывели из положения равновесия, отклонив его в плоскости рисунка так, что прямая, соединяющая центр обруча и точку касания обруча с бревном, образовала угол α с вертикалью (см. рисунок справа), и отпустили. В процессе возникших после этого колебаний обруч движется по бревну без проскальзывания.



1) Найдите скорость нижней точки обруча при прохождении им положения равновесия.

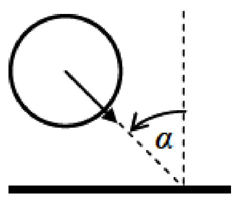
2) Найдите модуль силы, с которой обруч давит на бревно при прохождении положения равновесия.

$v = 2\sqrt{g(R-r)(1-\cos\alpha)}$; $N = mg(2-\cos\alpha)$

Задача 23. (*МОШ, 2015, 11*) С наклонной плоскости без проскальзывания скатывается тонкостенная труба, наматывая на себя сверху лёгкую и тонкую верёвку, которую можно считать нерастяжимой. Свободный конец верёвки прикреплён к бруску, лежащему на плоскости выше трубы. Масса трубы M, масса бруска $M/2$. Ось трубы горизонтальна, свободный участок верёвки параллелен наклонной плоскости и перпендикулярен оси трубы. Плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Ускорение, с которым поступательно движется брусок вслед за трубой, равно $0{,}3g$. Чему равен коэффициент трения μ между бруском и плоскостью?

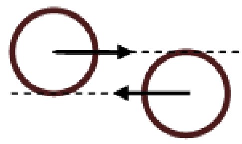
$\mu = \frac{4\sqrt{3}}{15}$

Задача 24. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11*) Кольцо радиуса $a = 4$ см скользит, не вращаясь, по гладкому горизонтальному льду со скоростью $v_0 = 1$ м/с и ударяется о вертикальный борт. Если скорость кольца направлена перпендикулярно борту, то удар будет упругим и кольцо после удара будет двигаться поступательно. Найти угловую скорость вращения кольца после удара, если угол падения кольца $\alpha = 45°$. Коэффициент трения между кольцом и бортом равен $\mu = 0{,}25$.



$\omega = \frac{2\mu v_0 \cos\alpha}{a} \approx 8{,}84$ рад/с

Задача 25. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11*) Два одинаковых упругих колечка радиуса R с шероховатой боковой поверхностью скользят навстречу друг другу по гладкой горизонтальной поверхности с одинаковыми по величине скоростями v_0. Линии движения центров колечек проходят по касательной к ним (см. рисунок). После удара они начали вращаться с угловыми скоростями $\omega = \frac{v_0}{4R}$. Найти величину скоростей движения центров масс колечек после удара.

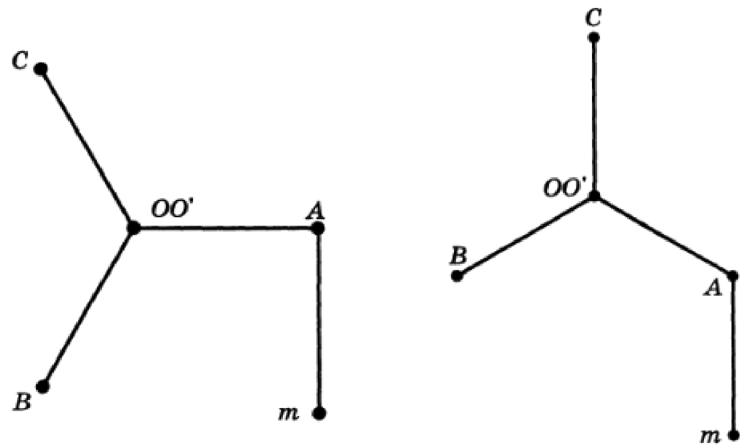


$v_1 = v_2 = \frac{v_0\sqrt{13}}{4}$

Задача 26. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11*) Равносторонний треугольник ABC, вырезанный из плоского однородного листа жести, скользит по гладкой горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени величины скоростей двух его вершин (A и B) оказались равны друг другу, а величина скорости третьей вершины (C) — в $\sqrt{7}$ раз меньше их скоростей. Найти расстояние, на которое сместится центр треугольника за время одного полного оборота треугольника вокруг вертикальной оси. Длина стороны треугольника равна a.

$\boxed{s = \frac{\pi a}{\sqrt{3}}}$

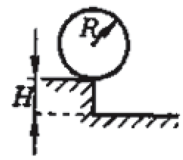
Задача 27. (*Всеросс., 2001, ОЭ, 10*) Горизонтальная ось OO' может свободно вращаться в подшипниках. Перпендикулярно к ней симметрично прикреплены три одинаковые лёгкие спицы, составляющие друг с другом угол 120°. На концы спиц насажены одинаковые маленькие шарики A, B и C. К шарику A на длинной нерастяжимой лёгкой нити подвешен груз массы m. В первом эксперименте ось OO' повернули так, что спица с шариком A оказалась горизонтальной (рис. слева).



После того как систему отпустили без начальной скорости, груз m начал опускаться с ускорением a_1. Во втором эксперименте ось OO' повернули так, что шарики A и B оказались на одной высоте (рис. справа). Каким будет ускорение a_2 груза m сразу после того, как систему вновь отпустят без начальной скорости?

$\boxed{a_2 = \frac{3a_1 g}{4g - a_1}}$

Задача 28. (*Всеросс., 2005, ОЭ, 10*) На край ступеньки высотой H положили тонкостенную трубу радиусом R и массой m (рис.). Труба начала скатываться со ступеньки. Определите вертикальную составляющую v_y скорости центра масс трубы непосредственно перед ударом о горизонтальную плоскость. Считайте, что труба не проскальзывает.



$$\boxed{v_y = \begin{cases} \sqrt{g\left(2H - \frac{5}{8}R\right)}, & \text{если } H > \frac{R}{2}; \\ \sqrt{\frac{H}{R}}\sqrt{g(2R - H)}, & \text{если } H \leqslant \frac{R}{2} \end{cases}}$$

Задача 29. (*Всеросс., 2006, ОЭ, 10*) На горизонтальной поверхности находится клин массой m с углом $\alpha = 45^\circ$ при основании. На клин ставят обруч той же массы радиусом R. Систему отпускают без начальной скорости.

1) Найдите ускорение a_1 центра обруча при достаточно большом коэффициенте трения μ между клином и горизонтальной поверхностью (клин неподвижен).

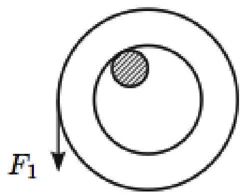
2) При каком минимальном значении μ клин останется неподвижным?

3) С каким ускорением a_2 будет двигаться клин в случае гладкой горизонтальной поверхности?

Обруч катится по клину без проскальзывания.

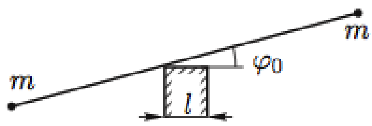
1) $a_1 = \frac{1}{2} g \sin\alpha = \frac{g}{2\sqrt{2}}$; 2) $\mu_{\min} = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{3+\cos^2\alpha} = \frac{1}{7}$; 3) $a_2 = \frac{g\sin\alpha\cos\alpha}{3+\sin^2\alpha} = \frac{g}{7}$

Задача 30. (*Всеросс., 2014, финал, 10*) Лёгкий провод намотан на цилиндрическую катушку, которая надета на горизонтальный стержень (см. рисунок). Для того чтобы катушка равномерно вращалась на стержне, необходимо тянуть за конец провода вертикально вниз с силой F_1 или горизонтально, вдоль касательной к нижнему краю катушки, с силой F_2. Какова масса m катушки?



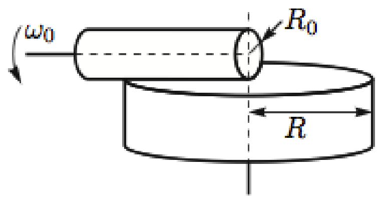
$m = \frac{2F_1F_2^2}{g(F_1^2 - F_2^2)}$

Задача 31. (*Всеросс., 2013, финал, 11*) На концах лёгкой спицы длины L закреплены два одинаковых маленьких металлических шарика (рис.). Спицу поставили на подставку ширины $l \ll L$ так, что её середина оказалась над серединой подставки, и отклонили на небольшой угол $\varphi_0 \ll 1$. Определите период малых колебаний спицы, если при переходе спицы с одного ребра на другое потери энергии пренебрежимо малы, а спица от подставки не отрывается и не проскальзывает.



$T = 4L\sqrt{\frac{\varphi_0}{gl}}$

Задача 32. (*Всеросс., 2016, финал, 11*) Длинный цилиндрический валик радиуса R_0, вращающийся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_0, прижимают к свободно (без трения в оси) вращающемуся на оси диску радиуса R. Линия касания диска и валика совпадает с радиусом диска (см. рисунок).



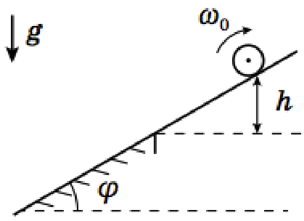
1) Найдите установившуюся угловую скорость ω_μ вращения диска, если трение между валиком и диском сухое.

2) Найдите установившуюся угловую скорость ω_η вращения диска, если трение вязкое. Считайте, что величина силы вязкого трения, приходящаяся на единицу длины соприкосновения, пропорциональна относительной скорости движения соприкасающихся поверхностей валика и диска.

3) Определите отношение $k = \omega_\eta / \omega_\mu$.

1) $\omega_\mu = \omega_0 \frac{R_0}{R}\sqrt{2}$; 2) $\omega_\eta = \frac{3}{2}\omega_0 \frac{R_0}{R}$; 3) $k = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

Задача 33. (*Всеросс., 2018, финал, 11*) Верхняя часть наклонной плоскости гладкая, нижняя — шероховатая. На верхнюю часть кладут тонкостенную цилиндрическую трубу, вращающуюся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_0, и отпускают. В начальный момент ось цилиндра неподвижна, а линия касания трубы с плоскостью находится на высоте $h = 10$ см над границей раздела гладкого и шероховатого участков. Коэффициент трения между трубой и шероховатой поверхностью $\mu = 0{,}1$. Радиус цилиндра равен $R = 5$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



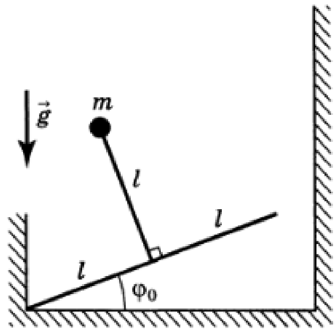
1) Считайте, что ω_0 велико. При каком угле $\varphi = \varphi_m$ труба вернётся в начальное положение за минимальное время?

2) Найдите это минимальное время $t_{\min}$.

3) Пусть $\varphi = \varphi_m$. При каких ω_0 труба вернётся в начальное положение?

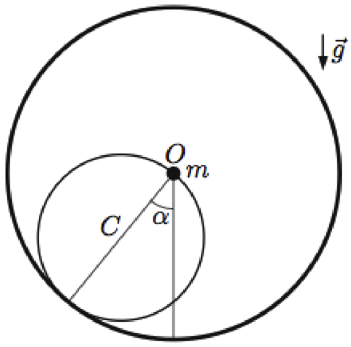
1) $\varphi_m = 0{,}05$; 2) $t_{\min} = 11{,}3$ с; 3) $\omega_0 \geqslant \frac{5\sqrt{2gh}}{R} = 140$ рад/с

Задача 34. (*Всеросс., 1994, ОЭ, 10*) Лёгкая Т-образная штанга с закреплённым на ней тяжёлым грузом массы m находится на твёрдой шероховатой поверхности. В начальный момент времени система отклонена в плоскости рисунка на угол φ_0 ($\varphi_0 \ll 1$). Найдите минимальное время, за которое система примет первоначальное положение. Размеры штанги указаны на рисунке. Удар штанги о поверхность можно считать упругим.



$\tau = 8\sqrt{\frac{l\varphi_0}{g}}$

Задача 35. (*Всеросс., 2019, финал, 11*) Внутрь закреплённого цилиндра радиуса R, ось O которого горизонтальна, помещают легкий цилиндр вдвое меньшего радиуса. Ось C меньшего цилиндра также горизонтальна. На поверхности меньшего цилиндра закреплено маленькое тело массы m. Меньший цилиндр удерживают так, что тело находится на оси бóльшего цилиндра, а плоскость OC (в которой лежат оси обоих цилиндров) составляет угол α с вертикалью (рис.).



1) Меньший цилиндр отпускают и он начинает катиться по внутренней поверхности большего без проскальзывания. Определите ускорение тела сразу после начала движения.

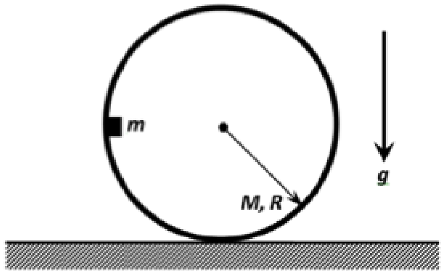
2) Определите ускорение и скорость тела в момент времени, когда плоскость OC вертикальна. Считайте, что до этого момента движение шло без проскальзывания.

3) Определите минимальное значение коэффициента трения между цилиндрами μ, при котором возможно движение без проскальзывания до момента, когда плоскость OC займёт положение симметричное начальному по отношению к вертикали.

4) Определите скорость тела в момент начала проскальзывания, если коэффициент трения между цилиндрами задан и равен μ.

1) $a = g\sin\alpha$; 2) $v = \sqrt{2gR}\sin\alpha$; 3) $\mu_{\min} = \operatorname{tg} 2\alpha$; 4) $v = \sqrt{\frac{2\mu gR\sin\alpha}{\sqrt{1+\mu^2}}}$

Задача 36. (*IPhO, 2014*)[1] Небольшое тело массой m осторожно положили на внутреннюю поверхность полого тонкого цилиндра массой M и радиуса R. В начальный момент времени цилиндр покоится на горизонтальной поверхности стола, а тело находится на высоте R над поверхностью стола. Найдите силу F взаимодействия между телом и цилиндром в тот момент, когда тело находится в низшей точке своей траектории. Трение между телом и внутренней поверхностью цилиндра отсутствует, а цилиндр сам движется по поверхности стола без проскальзывания. Ускорение свободного падения равно g.



$\boxed{F = mg\left(3+\frac{m}{M}\right)}$

Задача 37. (*APhO, 2017*)

- Космический мусор / Space Debris.
- Solution.

Задача 38. (*IPhO, 2002*)

- A Heavy Vehicle Moving on An Inclined Road.
- Solution.

[1]Первое задание на IPhO-2014 состояло из трёх независимых задач, и это — одна из них.

Ответ к задаче 20

Мгновенная ось ℓ вращения диска проходит через точку касания диска с горизонтальной плоскостью и точку пересечения вертикальной оси конуса с главной осью симметрии диска.

Скорости крайних точек горизонтального диаметра диска:

$$u = v\sqrt{\frac{3-\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\,;$$

вектор $\vec{u}$ составляет с диаметром диска угол

$$\beta = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2}{1-\sin\alpha}}$$

в плоскости, проходящей через данный диаметр перпендикулярно оси ℓ.

На краю диска есть точки, движущиеся с большей скоростью; они расположены на концах горизонтальных хорд, проходящих выше центра диска.