

Уравнение состояния идеального газа

Уравнение состояния идеального газа — это уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Газы везде считаются идеальными. Важно помнить о полезной модификации уравнения состояния, которая получается делением его на V :

$$p = \frac{\rho}{\mu}RT.$$

Перед решением задач листка рекомендуется поработать с материалами из приведённого списка. В статьях, помеченных красным кружком, имеются упражнения (ответы — либо в конце документа, либо отдельной ссылкой), которые, разумеется, необходимо делать. Пустой кружок означает факультативный материал; его можно пропустить при первом знакомстве.

- [Б. Б. Буховцев. Законы идеальных газов. «Квант», 1972, №5. \[Ответы\]](#)

Вывод уравнения состояния идеального газа из газовых законов (как оно и было исторически получено). Обратите внимание, каким образом на экспериментальных графиках Гей-Люссака и Шарля появляется температура -273°C (абсолютный нуль). Упражнения.

- [Я. А. Смородинский. Идеальный газ. «Квант», 1970, №10.](#)

Вывод основного уравнения МКТ идеального газа $p = \frac{1}{3}mn\overline{v^2}$ в предположении упругих ударов молекул о стенки. Связь кинетической энергии молекулы с абсолютной температурой. Упоминание закона равномерного распределения энергии по степеням свободы. Вывод закона Дальтона. Задачи.

- [И. К. Белкин. Давление идеального газа. «Квант», 1983, №10.](#)

Показано, что формула $p = \frac{1}{3}mn\overline{v^2}$ остаётся справедливой и без предположения упругости удара молекулы о стенку (что было вскользь упомянуто в статье Смородинского).

- [Г. Я. Мякишев. Давление газа в сосуде. «Квант», 1987, №9.](#)

Показано, что давление газа не зависит от материала стенки и её температуры.

- [Е. Е. Городецкий. Идеальный газ — универсальная физическая модель «Квант», 1991, №9.](#)

Здесь не всё может оказаться понятно десятикласснику, но обязательно надо уловить идею теоремы о равномерном распределении энергии по поступательным, вращательным и колебательным степеням свободы. Это пригодится чуть позже — когда речь пойдёт о внутренней энергии и теплоёмкости газа.

- [В. Е. Белонучкин. Уравнение газового состояния. «Квант», 1983, №2. \[Ответы\]](#)

Задачи МФТИ: как меняется объём газа с изменением наклона изохоры (pT); вытекание гелия; шаровая молния; равноускоренный взлёт сосуда с газом; оценка длины свободного пробега молекул как параметра, характеризующего применимость модели идеального газа. Упражнения.

- [Д. А. Александров. Газовые законы и механическое равновесие. «Квант», 1990, №8. \[Ответы\]](#)

Комбинированные задачи, в которых наряду с газовыми законами фигурируют условия равновесия тела: воздушный шарик, плавающий в воздухе; на какой глубине тонет перевернутый стакан; длина столбика ртути, оставшегося в трубке; сообщающиеся сосуды, один из которых запаян; запаянный капилляр; неустойчивость при вытеснении ртути нагреваемым газом. Упражнения.

- В. Эпштейн. От простого к сложному. «Квант», 2007, №3.

О неустойчивости процесса — в продолжение идеи последней задачи из статьи Александра.

- И. К. Белкин. Физический смысл универсальной газовой постоянной. «Квант», 1983, №10.

R — значит работа! Почему, кстати, $A = p\Delta V$ при изобарном расширении?

- А. Л. Стасенко. Эта манящая глубина. «Квант», 2013, №3.

Мы часто решаем задачи с погружающимися на глубину сосудами, используя при этом закон Бойля — Мариотта. Однако на деле не всё так просто.

- А. Л. Стасенко. Ещё один вечный двигатель? «Квант», 1998, №3.

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2011) Из баллона со сжатым газом израсходовали часть газа. Известно, что давление в баллоне уменьшилось в 3 раза, отношение начальной и конечной масс баллона с газом равно $5/4$, отношение начальной и конечной температур (по шкале Кельвина) равно $11/10$. Какую часть от начальной массы баллона с газом составляет начальная масса газа?

61/9

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2011) Воздушные шарики заполняются из баллона со сжатым газом. Объём одного шарика в $k = 10$ раз меньше объёма баллона. Сколько шариков было надуты, если давление в баллоне упало с $p_1 = 50$ атм до $p_2 = 30$ атм? Считать, что температура в баллоне и шариках успевает сравняться с температурой окружающей среды, а давление в шариках равно $p_0 = 1$ атм.

$$007 = \gamma \frac{p_1}{p_2 - p_0} = N$$

ЗАДАЧА 3. (МОШ, 2019, 10) Воздушные шарики с массой оболочки 0,5 г надувают смесью гелия и воздуха, так, что каждый шарик взлетает в воздухе. Смесью закачана в баллоны объёмом 60 л с давлением равным 4 атм. Молярная масса смеси в баллоне равна 19 г/моль. Сколько шариков можно надуть из одного баллона? Молярная масса воздуха 29 г/моль. Атмосферное давление 1 атм, температура воздуха 27 °С. Упругостью оболочки можно пренебречь. Ответ округлите до целых.

Авторыский ответ 192; возможен также ответ 144

ЗАДАЧА 4. («Курчатов», 2017, 10) Воздушные шарики надувают гелием из баллона, в котором гелий находится в газообразном состоянии. Давление в баллоне до того, как надували шарики, было равно $p_1 = 150p_0$, где p_0 — атмосферное давление, а после надувания стало равным $p_2 = 90p_0$. Сколько шариков надули? Давление внутри надутых шариков $p = 1,2p_0$. Процесс происходит при постоянной температуре 25 °С, объём надутых шариков в $k = 10$ раз меньше объёма баллона.

009

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2011) К пустому сосуду подсоединили через редуктор баллон со сжатым газом. Давление в сосуде стало равно $p = 2$ атм. Объём сосуда в $k = 5$ раз меньше объёма баллона. Найти разность начального и конечного давлений в баллоне. Считать, что температура в баллоне успевает стать равной температуре окружающей среды.

$$p_1 = \frac{p}{k} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ атм}$$

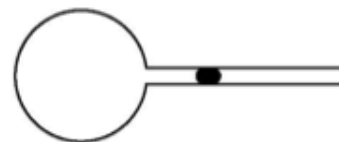
ЗАДАЧА 6. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 11*) Горизонтальный цилиндрический сосуд разделён на две части поршнем, способным свободно перемещаться вдоль сосуда без трения. В начальный момент поршень делит сосуд на две равные части, в каждой из которых находится идеальный газ при температуре T_0 и давлении p_0 . До какой температуры T нужно нагреть газ в правой части сосуда, чтобы занимаемый им объём стал в 3 раза больше, чем объём, занимаемый газом слева от поршня? Температура газа слева от поршня поддерживается постоянной.

$$\boxed{0L\varepsilon = L}$$

ЗАДАЧА 7. (*«Физтех», 2015, 10*) Поршень, который может двигаться в горизонтальном цилиндре без трения, делит его объём на две части. В одной части находится $m_1 = 1$ г водорода, а в другой — $m_2 = 7$ г азота. Температуры газов одинаковые. Какую часть объёма цилиндра занимает водород? Молярные массы водорода и азота: $\mu_1 = 2$ г/моль, $\mu_2 = 28$ г/моль.

$$\boxed{\varepsilon/z}$$

ЗАДАЧА 8. (*«Физтех», 2015, 10*) В тонкостенную колбу впаяна длинная тонкая стеклянная трубка постоянного внутреннего сечения (см. рисунок). В трубке находится капелька ртути, отделяющая воздух в колбе от окружающего воздуха. Изменение температуры окружающего воздуха при постоянном атмосферном давлении приводит к смещению капельки — получаем газовый термометр. При температуре $t_1 = 17^\circ\text{C}$ капелька находится на расстоянии $L_1 = 20$ см от колбы, а при температуре $t_2 = 27^\circ\text{C}$ — на расстоянии $L_2 = 30$ см. Чему равна длина трубки, если максимальная температура, которую можно измерить этим термометром, $t_3 = 47^\circ\text{C}$? Атмосферное давление считать неизменным.



$$\boxed{L = 0\varepsilon = (T - zT) \frac{L_2 - L_1}{T_2 - T_1} + L_1 = L}$$

ЗАДАЧА 9. (*«Росатом», 2013, 11*) Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделён подвижным поршнем на две части. Газ в левой части имеет температуру T_1 , в правой — температуру T_2 . При этом отношение объёмов оказывается равным $V_1/V_2 = 3/2$. После того как температуры выровнялись, соотношение объёмов изменилось: $V_1'/V_2' = 2/3$. Найти отношение температур T_1/T_2 .

$$\boxed{\frac{v}{6} = \frac{zL}{L}}$$

ЗАДАЧА 10. (*МФТИ, 1995*) Горизонтально расположенный закрытый цилиндрический сосуд с гладкими стенками разделён подвижным теплонепроницаемым поршнем на две части, в которых находятся различные идеальные газы с одинаковой температурой $T_0 = 300$ К. Объём, занимаемый одним из газов, в $\alpha = 3$ раза больше объёма другого газа. Газ в большем объёме нагревают, и он увеличивает свой объём на $\beta = 1/20$ объёма всего сосуда. На сколько увеличилась температура этого газа, если температура в другой части сосуда поддерживается постоянной и равной T_0 ?

$$\boxed{X 001 = \frac{(\beta\alpha - \beta - 1)\alpha}{z(\alpha + \beta)\beta} 0L = L\nabla}$$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 1981) Шаровая молния представляет собой слабо светящийся газовый шар, свободно плавающий в воздухе. Обычно она наблюдается после грозы. Согласно модели Стаханова молния состоит из идеального газа, представляющего собой комплексное соединение, каждая молекула которого состоит из иона азота ($\mu_N = 14$ г/моль), связанного с несколькими молекулами воды ($\mu_B = 18$ г/моль). Температура молнии $t = 600^\circ\text{C}$. Температура окружающего воздуха $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Сколько молекул воды связывает каждый ион азота?

□

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 1982) Найти длину свободного пробега молекулы в воздухе при нормальных условиях ($T = 273$ К, $p = 10^5$ Па). Диаметр молекул принять равным $d = 3,7 \cdot 10^{-10}$ м.

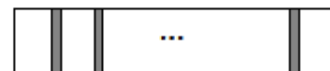
$$\lambda \approx \frac{RT}{p} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \frac{4}{3} \pi d^2 N} = \lambda$$

ЗАДАЧА 13. («Росатом», 2014, 10) Горизонтальный цилиндрический сосуд длины l разделен на три равные части двумя подвижными теплонепроницаемыми поршнями. Первоначально температура газа во всех частях сосуда равна T_0 . На какое расстояние передвинутся поршни, если в левой части сосуда температуру повысить до значения $2T_0$, а в остальных частях поддерживать равной T_0 ?



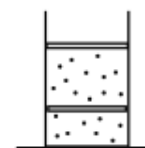
$$\frac{x}{l} = \frac{2T_0 - T_0}{2T_0 + T_0} = \frac{1}{3}$$

ЗАДАЧА 14. («Росатом», 2017, 10) В горизонтальном цилиндрическом сосуде длиной l находятся n подвижных теплонепроницаемых поршней, делящих сосуд на $n + 1$ отсек. Первоначально температура газа во всех отсеках была равна T_0 , объёмы всех отсеков одинаковы. Затем газ в самом левом отсеке нагревают до температуры T_1 , а температуру газа в других отсеках поддерживают равной T_0 . На сколько сместится при этом самый правый поршень?



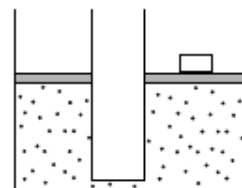
$$\frac{(T_1 - T_0)(1 + u)}{(T_1 + T_0)(1 - u)} = x$$

ЗАДАЧА 15. («Росатом», 2014, 11) Цилиндрический сосуд закрыт двумя массивными одинаковыми подвижными поршнями. Газ между поршнями нет. Из-за неплотных контактов между стенками и нижним поршнем газ медленно просачивается в пространство между поршнями. Известно, что когда нижний поршень оказался на высоте h от дна сосуда, верхний был на расстоянии $2h$ от нижнего. На какой высоте от дна будет верхний поршень, когда нижний поршень окажется на дне? Температура постоянна. Контакты между верхним поршнем и стенками плотные, трения нет. Атмосферным давлением пренебречь.



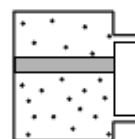
$$\frac{h}{2h} = \frac{h}{2h}$$

ЗАДАЧА 16. («Росатом», 2017, 11) Имеется два вертикальных цилиндрических сосуда с разной площадью сечения, которые в своих нижних частях соединены тонкой трубкой. Сосуды закрыты подвижными поршнями одинаковой массы m . Поршни находятся в равновесии на одинаковой высоте h от дна сосуда, на большем поршне лежит дополнительный груз массой $m/2$ (см. рисунок). В некоторый момент времени груз снимают с поршня. На какой высоте от дна сосуда окажется этот поршень после установления равновесия? Атмосферным давлением пренебречь, температура газа не меняется.



$$\chi \frac{z}{g} = H$$

ЗАДАЧА 17. («Росатом», 2018, 11) Вертикальный цилиндрический сосуд разделен подвижным поршнем массой m и площадью S на два отсека. Под действием силы тяжести поршень медленно опускается. При этом давления газа в сосуде остаются неизменными, что обеспечивается перетеканием газа по трубке малого объёма. Температуры газа в отсеках поддерживаются постоянными: T в верхнем и $1,2T$ в нижнем. Найти давление газа в отсеках.



$$\frac{S}{b \mu g} \text{ и } \frac{S}{b \mu g}$$

ЗАДАЧА 18. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) В вертикальном гладком цилиндре с площадью сечения $S = 4 \text{ см}^2$ под поршнем массой $M = 800 \text{ г}$ находится газ. При увеличении абсолютной температуры газа в $n = 1,5$ раза поршень поднимается вверх и упирается в уступы. При этом объём газа по сравнению с первоначальным увеличивается в $k = 1,2$ раза. Определить силу, с которой поршень давит на уступы. Атмосферное давление $p_0 \approx 100 \text{ кПа}$, ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

$$H \approx (bM + S^0 d) \left(1 - \frac{\gamma}{n}\right) = J$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2010, 10) Горизонтальный сосуд с газом разделён на две части подвижным вертикальным поршнем, не проводящим тепло. Вначале давление в сосуде было равно p_0 , а температура — T_0 . Нагревая газ в левой части сосуда до температуры $T_0 + \Delta T$, исследуют зависимость давления в системе p от параметра $x = \Delta T/T_0$. Эта зависимость оказалась линейной: $p = p_0(1 + \alpha x)$ с параметром $\alpha = 0,5$. Найдите отношение $k = \nu_1/\nu_2$ количеств газа в левой и правой частях сосуда. Температура в правой части сосуда поддерживается постоянной, трением между поршнем и стенками сосуда можно пренебречь.

$$1 = \frac{\nu-1}{\nu} = \gamma$$

ЗАДАЧА 20. («Росатом», 2011, 11) Две открытые с обоих концов в атмосферу трубы с площадями сечений S_1 и S_2 ($S_1 < S_2$) состыкованы между собой. В них вставлены соединённые стержнем поршни, которые при температуре T_0 находятся на одинаковых расстояниях от стыка труб. Между поршнями находится идеальный газ. При какой температуре газа между поршнями правый поршень переместится влево на половину первоначального расстояния между ним и стыком труб? Ответ обосновать.



$$0,1 \frac{(zS_1 + 1S_2)z}{zS_1 + 1S_2} = J$$

ЗАДАЧА 21. («Курчатов», 2015, 10) Герметичный теплонепроницаемый вертикальный цилиндрический сосуд разделён массивным теплонепроницаемым горизонтальным тонким поршнем, скользящим вдоль стенок без трения. В обеих частях сосуда находится один и тот же идеальный газ. Известно, что при температуре T в обеих частях сосуда поршень делит сосуд в отношении $2 : 1$, считая от его верхнего торца. Если перевернуть сосуд и нагреть оказавшийся под поршнем газ до температуры $4T$, а температуру второй части оставить неизменной, то поршень вновь разделит сосуд в отношении $2 : 1$, считая от верхнего торца. Чему равно отношение масс газов, разделённых поршнем?

8 : 1

ЗАДАЧА 22. («Курчатов», 2014, 10) Юный экспериментатор изучает зависимость давления идеального газа от температуры. Для этого он изготовил сосуд, заполненный воздухом при атмосферном давлении $p = 10^5$ Па (при таких условиях с хорошей точностью можно считать, что воздух — идеальный газ). К сосуду подсоединён манометр, и имеется возможность измерять температуру воздуха внутри сосуда, помещая сосуд в воду. К сожалению, из-за неопытности экспериментатора установка получилась негерметичной: она выпускает воздух, если разность давлений внутри и снаружи превысит некоторое критическое значение Δp . Сначала газ в сосуде медленно нагрели до температуры $T_1 = 323$ К, затем медленно охладили. При этом давление в сосуде оказалось на $\Delta p_1 = 3$ кПа меньше атмосферного. Какую разность давлений Δp_2 измерит юный экспериментатор, если проделает тот же эксперимент, только нагревая газ до температуры $T_2 = 353$ К? Начальное давление газа вновь равно атмосферному. Изменением объёма сосуда при всех происходящих в эксперименте процессах можно пренебречь.

$$\int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{p} = \frac{\gamma_L}{\gamma_L - 1} \frac{dV}{V} + \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_L - 1} - 1 \right) d = \gamma dV$$

ЗАДАЧА 23. (МОШ, 2015, 10) В нижней части вертикального цилиндрического сосуда, разделённого подвижным лёгким поршнем, находится аргон. Верхняя часть сосуда полностью заполнена водой массой $m = 1$ кг и открыта в атмосферу. При температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$ поршень расположен на высоте, составляющей $1/4$ высоты сосуда. После нагревания всей системы до температуры $t_2 = 127^\circ\text{C}$ равновесие достигается при расположении поршня на $1/2$ высоты сосуда. Найдите площадь S поперечного сечения сосуда и высоту H сосуда. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Абсолютный нуль считайте равным $t_0 = -273^\circ\text{C}$, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$m g \approx \left(1 - \frac{\gamma_L}{\gamma_L - 1} \right) \frac{6dV}{6dV} = H \cdot \frac{1}{\gamma_L} \frac{dV}{V} = \frac{\left(1 - \frac{\gamma_L}{\gamma_L - 1} \right) 6dV}{6dV} = S$$

ЗАДАЧА 24. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Идеальный газ участвует в процессе, в котором его температура изменяется от T_0 до $5T_0$, а график зависимости давления от температуры — парабола

$$p = p_0 \left(1 + \frac{T^2}{4T_0^2} \right).$$

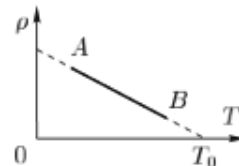
Плотность газа в конце процесса равна ρ_k . Чему равна минимальная плотность газа в этом процессе?

$\frac{6\rho}{\rho_k}$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2005, ОЭ, 10) Идеальный одноатомный газ расширяется квазистатически, причём давление и объём газа линейно зависят от времени. Когда температура достигла своего максимального значения T_0 , давление и объём газа были равны p_0 и V_0 соответственно. Какими будут давление p_1 и температура T_1 в момент времени, когда объём газа достигнет величины $V_1 = \alpha V_0$?

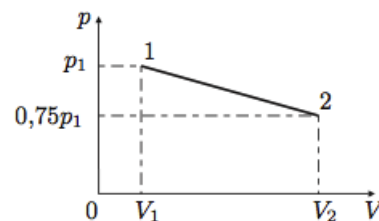
$$p \propto T \text{ или } p \propto T^{\gamma} \text{ или } p \propto T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ или } p \propto T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ или } p \propto T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2010, РЭ, 10) Идеальный газ в количестве ν моль участвует в процессе AB , изображённом на рисунке в координатах $\rho(T)$, где ρ — плотность газа, а T — его температура. При каких условиях (температуре) давление газа на 25% меньше максимального? Температура T_0 известна.



$$p \propto \rho^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ или } p \propto \rho^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ или } p \propto \rho^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

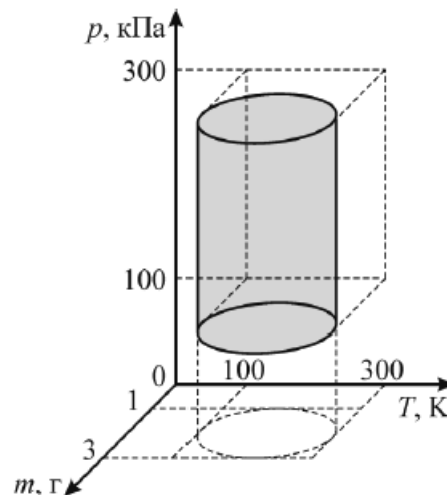
ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2012, финал, 10) Один моль идеального газа переводят из состояния с известным давлением p_1 и известным объёмом V_1 в состояние с давлением $0,75p_1$ и объёмом $V_2 > V_1$. Зависимость $p(V)$ в этом процессе является линейной функцией (рис.).



При каких значениях конечного объёма V_2 температура в данном процессе изменяется монотонно?

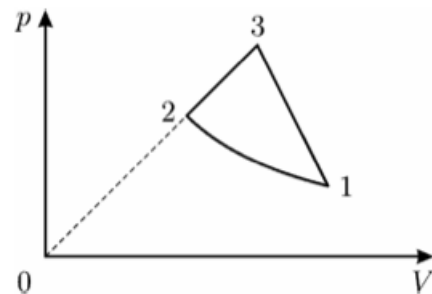
$$T_2 \leq T_1 \text{ или } T_2 \geq T_1$$

ЗАДАЧА 28. (МОШ, 2017, 10) Кислород находится в специальном устройстве, которое обеспечивает ограничение на возможные значения объёма, давления p , температуры T и массы m газа. Все возможные значения p , T и m , будучи нанесёнными на трёхмерную p - T - m -диаграмму (см. рис.), лежат внутри цилиндрической поверхности, ограниченной диапазонами изменения давления от 100 кПа до 300 кПа, массы — от 1 г до 3 г и температуры — от 100 К до 300 К. Найдите минимальное и максимальное значение, которое может принимать объём газа, и укажите значения p , T и m , которые соответствуют этим состояниям. Молярная масса кислорода $\mu = 32$ г/моль.



См. конец листа

Задача 29. (МОШ, 2017, 10) Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, состоящий из изотермы 1–2 и процессов 2–3 и 3–1, в которых давление является линейной функцией объёма, как показано на рисунке. Известно, что в состояниях 1 и 2 давление газа равно p_1 и p_2 соответственно. При каких давлениях в состоянии 3 в нём достигается максимальная температура газа за весь цикл?



$$\frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{d} \leq \epsilon d$$

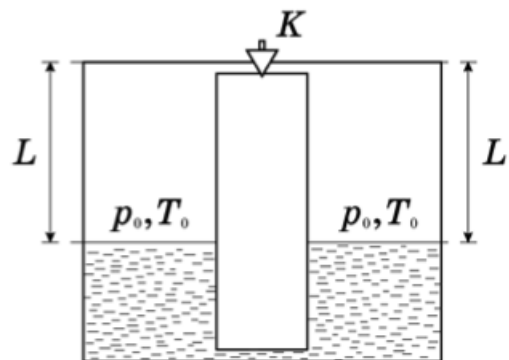
Задача 30. (МФТИ, 1997) Найти массу кислорода, содержащегося в атмосфере Земли. Известно, что температура воздуха вблизи поверхности Земли $T = 290$ К, радиус Земли $R_3 = 6370$ км, а ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с². Масса кислорода, содержащегося в одном литре воздуха, взятого у поверхности Земли, $\rho = 0,26$ г/л. Процентное содержание кислорода (по массе) в атмосфере Земли считать постоянным. Толщина атмосферы много меньше радиуса планеты.

$$\mu_{\text{O}_2} \approx \frac{\rho_{\text{O}_2}}{\rho_{\text{air}}} = w$$

Задача 31. (МОШ, 2013, 10) Оцените температуру в центре Солнца. Считайте, что плотность вещества Солнца постоянна, а в центре Солнца атомы водорода полностью распадаются на протоны и электроны, образуя плазму с молярной массой $\mu = 0,5$ г/моль, для которой можно использовать уравнение идеального газа. Первая космическая скорость для Солнца (скорость движения спутника вблизи поверхности Солнца) составляет $v = 400$ км/с. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

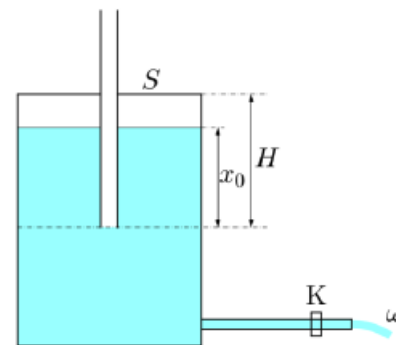
$$\frac{v^2}{2} \sim \mu R T \Rightarrow T \approx \frac{v^2}{2\mu R}$$

Задача 32. (Всеросс., 2018, РЭ, 10) Два одинаковых вертикальных цилиндра соединены сверху и снизу трубками пренебрежимо малого объёма. В верхней трубке имеется кран K , который исходно открыт. В цилиндры налита жидкость плотности ρ . Оставшийся объём цилиндров высоты L заполнен газом с давлением p_0 и комнатной температурой T_0 . При неизменной температуре газа в левом цилиндре газ в правом нагрели до температуры T и закрыли вентиль. Нагреватель отключили. Когда воздух в правом цилиндре остыл до комнатной температуры, разность уровней жидкости в цилиндрах стала $2h$. Найдите температуру T , если в левом цилиндре температура газа всё время оставалась комнатной. Ускорение свободного падения g .



$$\frac{(p_0 + \rho g h) V}{T_0} = \frac{(p_0 - \rho g h) V}{T}$$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью дна S , в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис.). Нижний конец трубки расположен на расстоянии H от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. В начальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной трубки равна x_0 , а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт. В момент времени $t = 0$ кран открывают, и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку. Расход вытекающей жидкости равен ω (объём в единицу времени). Температура сосуда T , атмосферное давление p_0 , молярная масса M воздуха известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки. Плотность воды равна ρ .



- 1) Чему равна масса m_0 воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?
- 2) Чему равна скорость μ изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени?
- 3) С какой скоростью β изменяется μ (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

$$\frac{S \rho H}{2 \omega \rho d \rho \rho} = g \left(\varepsilon : (0x6d \rho z - H6d + 0d) \frac{LH}{\omega} = 0 \rho l (z : (0x6d - 0d)(0x - H) \frac{LH}{S \rho} = 0 \omega \right) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2013, РЭ, 11) В вертикальном цилиндре сечения S тяжёлый поршень массы m лежит на шероховатом дне при открытых отверстиях в верхнем и нижнем торцах, так, что в цилиндре находится ν_0 моль воздуха. Отверстия закрывают и переворачивают цилиндр. После этого открывают отверстие в верхнем торце и ждут установления равновесия. Затем отверстие закрывают и ещё раз переворачивают цилиндр. Снова открывают верхнее отверстие, ждут установления равновесия, и так далее.

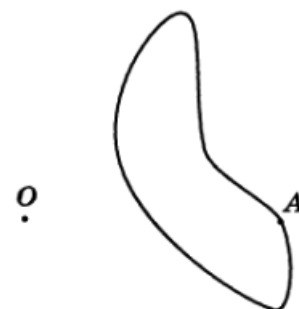
Определите максимальное количество воздуха, оказавшееся в цилиндре.

Какое количество воздуха ν окажется в цилиндре после многократного повторения процедуры переворачивания?

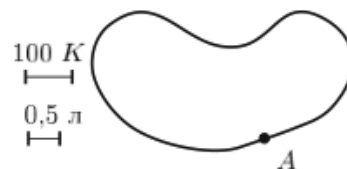
Атмосферное давление p_0 , температура постоянна, трение между поршнем и цилиндром отсутствует. Ускорение свободного падения g .

$$\frac{\delta \nu + S^0 d z}{\delta \nu + S^0 d} 0 \rho z = \rho : \frac{\delta \nu + S^0 d}{\delta \nu z + S^0 d} 0 \rho = \text{хещ} \rho$$

ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 2000, ОЭ, 11) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли график циклического процесса, совершённого над идеальными газом (рис.). От времени чернила выцвели, и от координатных осей p (давление) и V (объём) осталась только точка O их пересечения. Из пояснений к тексту следовало, что в точке A температура газа максимальна, а кратчайший поворот от положительного направления оси V к положительному направлению оси p совершается против часовой стрелки. Восстановите построением положение осей p и V .



ЗАДАЧА 36. (Всеросс., 2009, финал, 11) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли график циклического процесса, совершённого над одним молем идеального одноатомного газа (рис.). Со временем чернила выцвели, и от координатных осей T (температура) и V (объём) не осталось и следа. Из пояснений к тексту следовало, что в точке A температура равна 400 К, объём — 4 л, давление газа минимально, а начало координат находится в нижней части рисунка. Там же был указан масштаб по осям.



- 1) Восстановите построением положение осей T и V .
- 2) Найдите максимальное давление газа в этом процессе.

$$p_{\max} \approx 4,75 \text{ МПа}$$

ЗАДАЧА 37. (МФТИ, 1994) Транспортный баллон с гелием имеет массу 61,6 кг при температуре 27°C и давлении гелия внутри, равном 200 атмосфер. Часть гелия была использована, чтобы надуть резиновые шарики объёмом 4 л каждый. Масса оставшегося гелия с баллоном при температуре -3°C оказалась равной 60,6 кг, а давление в баллоне — 70 атмосфер. Найти объём транспортного баллона и количество надутых шариков, если давление в них равно 1 атмосфере.

$$V = \frac{RT_1 \Delta M}{p_1 \Delta T_1} \approx 1560 \text{ л}; \quad N = \frac{0,04 \Delta n}{RT_2 \Delta M} \approx 1560 \text{ шариков}$$

ЗАДАЧА 38. (МФТИ, 1994) В переносном газовом баллоне объёмом $V = 5$ л может поместиться не больше $m = 2,2$ кг жидкого пропана (C_3H_8) под давлением 16 атмосфер и при температуре 17°C . Сколько пропана в газообразном состоянии останется в баллоне, если из полного баллона израсходовать 80% пропана?

$$m = 0,8 m_0 \left(1 - \frac{\Delta n}{m_0} \right)$$

ЗАДАЧА 39. (МФТИ, 1993) В модели адиабатической атмосферы температура воздуха меняется с высотой h по линейному закону: $T = T_0 - 2\mu gh/7R$, где $T_0 = 273$ К (температура поверхности земли), $\mu = 29$ г/моль — средняя молярная масса воздуха, $g = 9,8$ м/с² — ускорение свободного падения, $R = 8,31$ Дж/(моль · К) — газовая постоянная. В той же модели температура T и плотность ρ на высоте h связаны с температурой T_0 и плотностью ρ_0 у поверхности земли формулой $T^5/\rho^2 = T_0^5/\rho_0^2$. Найти массу воздуха, содержащегося в 1 литре, взятом на высоте Эльбруса $H = 5,5$ км. Воздух у поверхности Земли находится при нормальных условиях.

$$m \approx 0,7 \text{ г}$$

ЗАДАЧА 40. (МОШ, 2014, 10–11) На Тритоне, спутнике планеты Нептун, давление воздуха, состоящего в основном из азота (молярная масса 28 г/моль), составляет 1,5 Па, температура -235°C . Ускорение свободного падения на поверхности спутника $0,78$ м/с². Абсолютный нуль составляет -273°C , универсальная газовая постоянная $8,3$ Дж/(моль · К), одному молю соответствует $6 \cdot 10^{23}$ частиц.

А) Определите массу воздуха в одном кубическом метре у поверхности Тритона. Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.

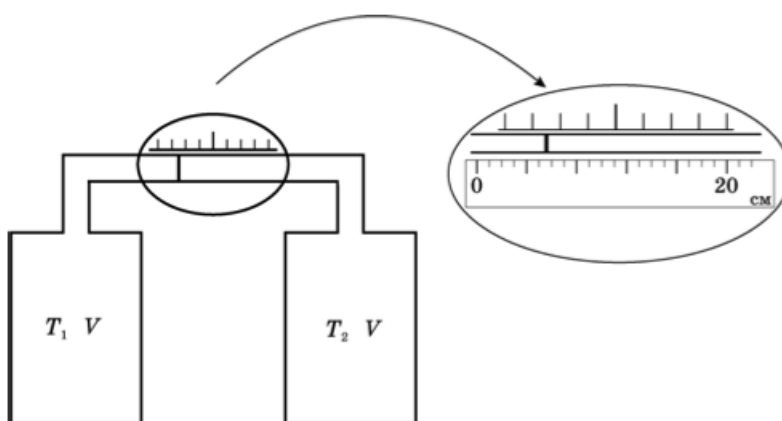
В) Какой высоты должна быть льдинка (плотность $0,9$ г/см³) в форме прямоугольного параллелепипеда, чтобы она создавала на поверхность Тритона такое же давление, что и воздух? Ответ представьте в миллиметрах и округлите до второй значащей цифры.

С) Сколько молекул воздуха содержится в кубике длиной ребра 4 микрометра? Ответ округлите до второй значащей цифры.

D) Представим, что имеется прямоугольный параллелепипед, в основании которого — квадрат с длиной стороны 0,1 нанометра (один нанометр — это миллиардная доля метра), порядка размера молекулы. Какой высоты должен быть параллелепипед, чтобы в него в среднем попадала одна молекула? Ответ представьте в миллиметрах и округлите до второй значащей цифры. Полученное Вами значение по порядку величины равно длине свободного пробега — расстоянию, которую молекула проходит между двумя последовательными столкновениями.

(A) 0,13; (B) 2,1; (C) 18000; (D) 35

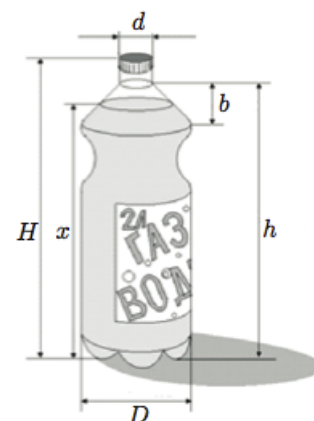
ЗАДАЧА 41. (Всеросс., 2018, PЭ, 11) Два одинаковых сосуда с объёмами $V = 1,0$ л каждый соединены трубкой длиной $L = 300$ см и поперечным сечением $S = 1$ см² с небольшим поршнем внутри, который может скользить в ней без трения (см. рис.).



Когда температуры газов в сосудах равны $T_0 = 300$ К, поршень располагается посередине трубки. При незначительных изменениях температур в сосудах поршень смещается вдоль шкалы, нанесённой рядом. Перерисовав в тетрадь, проградуируйте эту шкалу (оцифруйте её деления в градусах Кельвина), чтобы по ней можно было считывать разность температур $\Delta T = T_1 - T_2$ (с учётом знака!). Будет ли эта шкала линейной? На выносном рисунке рядом со шкалой помещена линейка.

Шкала линейна с делениями 1,2 К

ЗАДАЧА 42. (Всеросс., 2013, финал, 11) На заводе воду в бутылках (рис. справа) обезгаживают (извлекают растворённый воздух), газифицируют углекислым газом до насыщения при температуре $t_1 = 4^\circ\text{C}$ и давлении $p_1 = 150$ кПа, а затем герметично закрывают и отправляют на склад, где температура воздуха согласно условиям хранения не превышает $t_2 = 35^\circ\text{C}$. Пренебрегая изменением объёма жидкости и бутылки, определите:



1) минимальный объём надводной части V_0 , если максимальное давление в бутылке при хранении $p_2 = 370$ кПа;

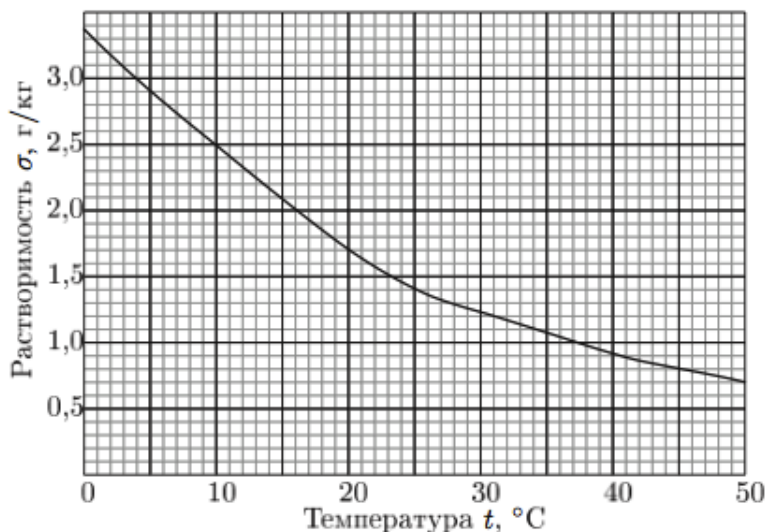
2) уровень x , до которого на заводе наливают воду, соответствующий этому объёму.

Масса воды в бутылке $m_b = 2$ кг, молярная масса углекислого газа $\mu = 44$ г/моль.

Геометрические размеры бутылки: $d = 3$ см, $b = 10$ см, $h = 27$ см, $H = 30$ см, $D = 13$ см.

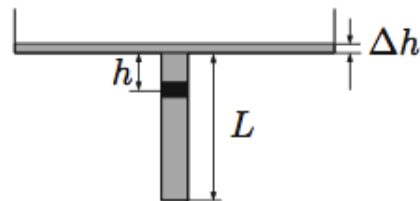
Примечание. Считайте, что растворимость газов σ при постоянной температуре пропорциональна их парциальному давлению над жидкостью (закон Генри), а график зависимости растворимости углекислого газа в воде от температуры при его парциальном давлении $p_0 = 100$ кПа

дан на рисунке ниже. Парциальным давлением паров воды в данном диапазоне температур можно пренебречь. Растворимость σ — масса газа (в граммах), растворённого в 1 кг жидкости.



1) $V_0 \approx 250 \text{ см}^3$; 2) $x \approx 20 \text{ см}$

ЗАДАЧА 43. (Всеросс., 2011, финал, 11) Закрытый снизу тонкостенный цилиндр длиной $L = 1,50$ м установлен вертикально. В верхней части он соединён с другим цилиндром значительно большего диаметра (рис.). В нижнем цилиндре на расстоянии $h_1 = 380$ мм от верхнего края расположен тонкий лёгкий поршень. Над поршнем находится слой ртути высотой $h + \Delta h$, где $\Delta h \ll h$, ниже поршня — гелий под давлением $p_1 = p_0 + \rho_p g h_1$, где $p_0 = 760$ мм. рт. ст. — атмосферное давление, $\rho_p = 13,6 \text{ г/см}^3$ — плотность ртути. Из-за большой разницы диаметров цилиндров изменением Δh можно пренебречь при смещениях поршня по всей длине нижнего цилиндра.



Из условия задачи следует, что поршень находится в равновесии. Является ли это положение равновесия устойчивым? Существуют ли другие положения равновесия? Если есть, то при каких расстояниях h_i от поршня до верхнего края? Являются ли эти положения равновесия устойчивыми? Можно считать, что при малых изменениях объёма под поршнем температура гелия остаётся постоянной.

Ещё $h_2 = 360 \text{ мм}$; первое — устойчивое, второе — нет

Ответ к задаче 28

Используются обозначения $m_0 = 1$ г и $T_0 = 100$ К.

- $V_{\min} = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{m_0 R T_0}{\mu p_{\max}} \approx 0,145$ л; достигается при $p = 300$ кПа, $m = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 1,29$ г
и $T = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 129$ К;
- $V_{\max} = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{m_0 R T_0}{\mu p_{\min}} \approx 1,903$ л; достигается при $p = 100$ кПа, $m = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 2,71$ г
и $T = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 271$ К.