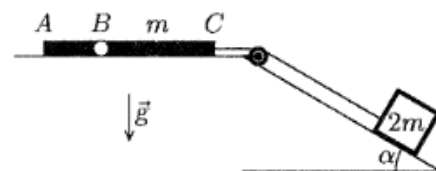


ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2002) Однородный канат массой $m = 3$ кг соединён с бруском массой $2m$ лёгкой нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Канат находится на горизонтальной поверхности, а брусок — на наклонённой под углом α ($\sin \alpha = 0,6$) к горизонту поверхности. Коэффициент трения скольжения каната и бруска о соответствующие поверхности $\mu = 0,3$.



- 1) Найти ускорение бруска.
- 2) Найти силу натяжения каната в точке B , для которой $AB = AC/3$. Массой блока и трением в его оси пренебречь.

$$N \approx \mu mg \approx \mu m (g \cos \alpha) = ((v \cos \alpha - 1) \mu + v \sin \alpha) \mu m g \frac{6}{5} = L \left(\frac{1}{5} \frac{v}{g} + \mu \right) \approx \mu \frac{9L}{5(1-\mu)} = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 7. Однородный стержень массой m и длиной l шарнирно закреплён за один из концов. Стержень отклонили на некоторый угол от вертикального положения и отпустили. В момент прохождения вертикального положения скорость нижней точки равна v . Найдите силу натяжения в средней точке стержня в этот момент времени.

$$\left(\frac{1}{2} \frac{v}{g} + \mu \right) \frac{v}{u} = L$$

ЗАДАЧА 8. («Росатом», 2014, 10) Верёвка массой m и длиной l вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через один из её концов (см. рисунок). Найти силу натяжения веревки на расстоянии $2l/3$ от оси вращения.



$$l \omega^2 m \frac{8l}{9} = L$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2017, 9, 11) Груз массой $m = 100$ г прикреплен к концу однородного каната массой $M = 3m$ и длиной $l = 70$ см. Другой конец каната прикреплен к вертикальной оси. Канат и груз вращаются вокруг оси, скользя по гладкой горизонтальной поверхности. Частота вращения $n = 1$ с⁻¹. Размер груза много меньше длины каната.

- 1) Найти минимальную силу натяжения каната.
- 2) Во сколько раз максимальная сила натяжения каната больше минимальной?

$$\frac{v}{g} = \frac{m \omega^2}{L} + 1 = \frac{m \omega^2 L}{3m \omega^2 L} \left(\frac{2}{3} \right) \approx 1,8 \frac{2}{3} \approx \frac{2}{3} \left(\frac{m \omega^2 L}{3m \omega^2 L} \right) = \frac{m \omega^2 L}{3m \omega^2 L} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2014, 10–11) Однородный канат длиной $L = 75$ см и массой $m = 600$ г вращается с угловой скоростью $\omega = 5$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через один конец каната, скользя по гладкой поверхности стола. Найдите силу натяжения каната на расстоянии $x = 25$ см от оси вращения.

$$N \approx \frac{1}{2} \frac{m \omega^2 x^2}{L} = L$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2007) Шайба массой m прикреплена к концу однородной верёвки массой $2m$ и длиной l . Другой конец верёвки прикреплен к вертикальной оси. Шайба с верёвкой вращаются вокруг оси с постоянной угловой скоростью, скользя по гладкой горизонтальной поверхности стола. Размер шайбы мал по сравнению с длиной верёвки. Скорость шайбы v .

- 1) Найдите силу натяжения верёвки вблизи шайбы.
- 2) Найдите силу натяжения верёвки на расстоянии $3l/4$ от оси.

$$\frac{1}{2} \frac{m \omega^2 l^2}{2m} = \frac{1}{2} L \left(\frac{1}{2} \frac{v}{g} + \mu \right) = L \quad (1)$$

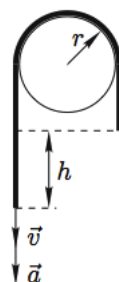
ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2011, 10) В далёком космосе оказался школьный динамометр, корпус которого имеет массу $M = 20$ г, а пружина имеет массу $m = 10$ г. За крючок, укрепленный на корпусе, тянут с силой $F_1 = 5$ Н, направленной вдоль оси пружины, а за крючок, находящийся на свободном конце пружины, тянут с силой $F_2 = 2$ Н, направленной в сторону, противоположную силе F_1 . Что будет «показывать» динамометр, то есть напротив какого деления на шкале остановится индикаторная стрелка?

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{(m+M)z}{F_2 z + (F_1 + F_2)u} = 1$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2010, 10) Тонкую гладкую однородную верёвку массой m и длиной L расстелили на горизонтальной поверхности, обернув на половину оборота вокруг вертикальной цилиндрической колонны радиусом $R \ll L$. Первоначально верёвку тянули за оба конца, находившиеся на одинаковом расстоянии от колонны, с одинаковой силой \vec{F} , затем один из концов отпустили, продолжая действовать с той же силой на другой её конец. В течение какого времени t после этого длина участка верёвки, соприкасающегося с колонной, будет оставаться неизменной?

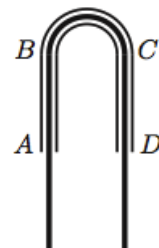
$$\frac{d\xi}{dt} \wedge = t$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2007, ОЭ, 10) Однородный нерастяжимый канат линейной плотностью ρ (кг/м) тянут через блок радиусом r (рис.). В некоторый момент разность длин свисающих кусков равна h , а левый конец каната движется вниз со скоростью v и ускорением a . Найдите горизонтальную F_x и вертикальную F_y проекции суммы всех сил, действующих на канат в этот момент времени. Свисающие концы каната движутся по вертикали.



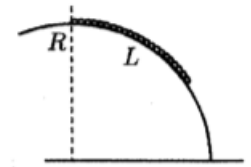
$$(a^2 z + v^2) \rho = F_x \rho \sin \alpha = F_y \rho \cos \alpha$$

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 2007, ОЭ, 11) Симметричная жёстко закреплённая труба состоит из трёх частей: двух прямых вертикальных участков AB и CD и соединяющего их участка BC , имеющего форму полуокружности (рис.). Через трубу пропущен однородный тяжёлый канат, который может двигаться внутри неё без трения. В начальный момент времени его концы находятся на одной высоте. Вследствие пренебрежимо малого внешнего воздействия канат начинает соскальзывать в одну из сторон. Найдите ускорение a концов каната и долю k длины каната, на которую опустится один из его концов, в тот момент, когда вертикальная составляющая силы, действующей на канат со стороны трубы, станет равна нулю. Длиной изогнутого участка трубы можно пренебречь по сравнению с длиной вертикальных кусков каната в любой момент времени.



$$\frac{d\xi}{dt} = v : \frac{d\xi}{dt} = \eta$$

Задача 16. (Всеросс., 2010, финал, 11) Однородная цепочка длины L закреплена одним концом на вершине гладкой сферической поверхности радиуса R , причём $L < \frac{\pi R}{2}$ (рис.). Верхний конец цепочки освобождают.



1) С каким ускорением a (по модулю) будет двигаться сразу после освобождения каждый элемент цепочки?

2) В каком месте цепочки сила натяжения T сразу после освобождения будет максимальной?

Рассмотрите случай, когда длина цепочки L равна $2\pi R/6$.

$$\frac{6}{v} \sin \alpha = \rho \left(\frac{g}{l} \cos \alpha - 1 \right) \frac{l}{4b} = v \left(1 \right)$$

[Овчинкин] → 2.65.