

## Сила упругости

[Овчинкин] → 2.87, 4.17, 4.63.

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2018, ШЭ, 10) В системе, состоящей из трёх одинаковых динамометров и груза, подвешенных определённым образом друг за другом (см. рисунок слева), динамометр  $A$  показывает значение  $F_1 = 3,8$  Н, а динамометр  $B$  показывает  $F_2 = 2,2$  Н. Определите, что будет показывать каждый из динамометров, если систему перевернуть и вновь подвесить (см. рисунок справа). Пружины динамометров очень лёгкие.

$$F_1 = F_2 = F_3 = 2,2 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) Лёгкая пружина жёсткостью  $k = 40$  Н/м состоит из  $N = 40$  витков. Определите, на сколько сантиметров увеличится расстояние между двенадцатым и двадцать пятым витками вертикально расположенной пружины, если к ней подвесить груз массой  $m = 600$  г. Модуль ускорения свободного падения считайте равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

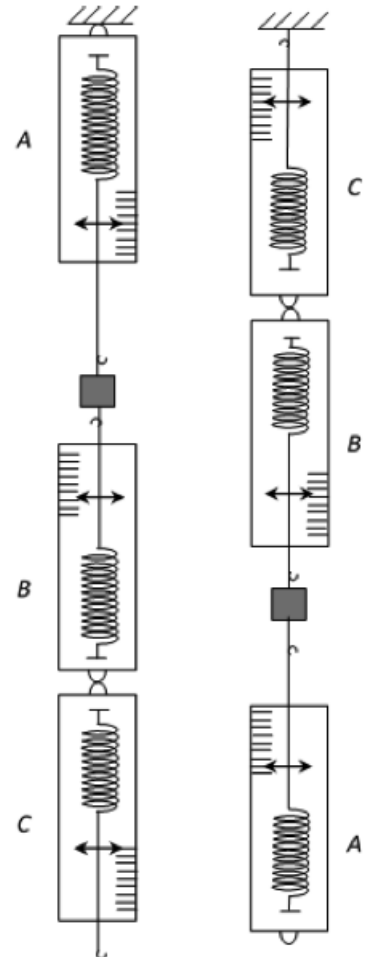
$$\Delta x = \frac{(1-N)mg}{k} = 5 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Два отрезка лески изготовлены из одинакового материала. При этом диаметр первой лески в два раза меньше, чем у второй, а длина — в два раза больше. Под весом прикрепленного к концу лески груза первая леска растянулась на 4 мм (что значительно меньше её длины). Какой будет величина деформации второй лески, если на ней подвесить тот же груз?

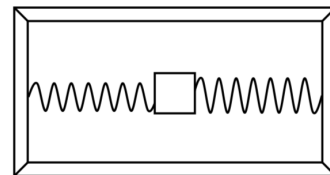
$$8 \text{ мм}$$

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 2019, 10) Длинная однородная резинка с коэффициентом жесткости 12 Н/м подчиняется закону Гука, пока сила упругости в ней не превышает значения 10 Н. Какой максимальной массы груз можно подвесить к системе, полученной из соединенных параллельно друг с другом частей разрезанной исходной резинки, если под действием этого груза система растягивается упруго на 20 см? Ускорение свободного падения равно 10 м/с<sup>2</sup>. Ответ выразите в кг и округлите до целых.

$$4 \text{ кг}$$



ЗАДАЧА 5. («Росатом», 2020, 8–11) Тело прикрепляют с помощью двух пружин, коэффициенты жёсткости которых отличаются в два раза, к прямоугольной рамке. При этом тело может двигаться только вдоль длинной стороны рамки. Когда рамку расположили горизонтально (см. рисунок), тело оказалось точно посередине рамки, при этом пружины действуют на тело с силами  $F$ . Когда рамку расположили вертикально так, что более жёсткая пружина находится сверху, одна из пружин оказалась недеформированной. Найти массу тела. Считать, что для любых деформаций пружин справедлив закон Гука.



$$\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \varepsilon} = \tau u \text{ или } \frac{\delta}{\delta \varepsilon} = \tau u$$

ЗАДАЧА 6. («Курчатов», 2018, 9) Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз массой  $m = 2$  кг, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 90 оборотов в минуту. Коэффициент жёсткости жгута  $k = 700$  Н/м, его длина в недеформированном состоянии 1 см.

- 1) Рассчитайте угловую скорость  $\omega$  груза.
- 2) Найдите длину жгута  $l$ .

$$m \omega^2 l \approx \frac{k(m-l)}{l} = l \cdot \omega^2 / \text{rad} \cdot \text{с} \approx \omega$$

ЗАДАЧА 7. («Курчатов», 2018, 10) Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 30 оборотов в минуту, при этом жгут имеет длину  $l_1 = 80$  см. После того как угловую скорость вращения груза увеличили в 2 раза, жгут растянулся до длины  $l_2 = 140$  см. Коэффициент жёсткости жгута  $k = 632$  Н/м.

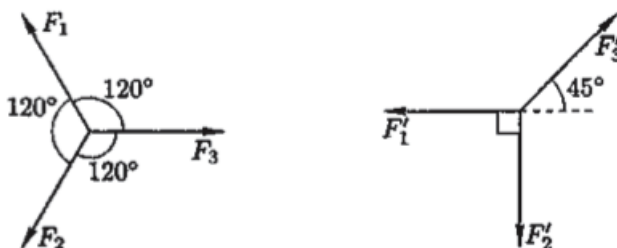
- 1) Рассчитайте начальную угловую скорость вращения  $\omega$ .
- 2) Рассчитайте длину жгута  $l_0$  в недеформированном состоянии.
- 3) Найдите массу  $m$  груза.

$$m \omega^2 l_1 \approx \frac{k(l_2 - l_1)}{l_1} = m \cdot \omega^2 \cdot l_1 = \frac{k(l_2 - l_1)}{l_1} \cdot \omega^2 / \text{rad} \cdot \text{с} \approx \omega$$

ЗАДАЧА 8. («Курчатов», 2014, 11) В невесомости грузик массой  $m$  подвесили на резинку жёсткостью  $k$  и раскрутили с угловой скоростью  $\omega$ . Найдите относительное удлинение резинки, а также отношение энергии упругой деформации к кинетической энергии груза.

$$\frac{m \omega^2 r}{2} \text{ и } \frac{k(m-r)}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2005, финал, 9) Три резиновых шнура связывают вместе и медленно растягивают в разные стороны (рис. слева). В некоторый момент длины всех трёх шнуров оказываются равны  $L_1 = 20$  см. Затем шнуры растягивают под другими углами (рис. справа). В этом случае равенство длин шнуров наступает при длине  $L_2 = 30$  см каждого из них.

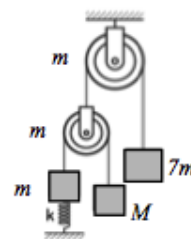


Известна начальная длина самого длинного шнура в недеформированном состоянии:  $l = 15$  см. Найдите длины двух других шнуров и отношение жёсткостей шнуров. Считайте, что резиновые шнуры подчиняются закону Гука.

$$L_1 : L_2 : L_3 = 20 : 30 : 15 \text{ см} \quad k_1 : k_2 : k_3 = 1 : 1 : 2$$

ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2017, 9) Система, состоящая из закреплённого и подвижного блоков массой  $m = 1,0$  кг, пружины и нескольких грузов, находится в равновесии.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Определите:

- 1) чему равна масса груза  $M$ ;
- 2) сжата или растянута пружина;
- 3) чему равна сила упругости пружины.



$$1) M = 3m = 3,0 \text{ кг}; 2) \text{ растянута}; 3) F = 2mg = 20 \text{ Н}$$

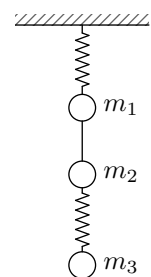
ЗАДАЧА 11. («Росатом», 2017, 11) Лёгкую пружину подвесили за один конец к потолку. Если к свободному концу пружины прикрепить груз массой  $m$ , то её длина будет равна  $l_1$ . Если от пружины отрезать одну четверть, а к её оставшейся части прикрепить груз массой  $2m$ , её длина будет равна  $l_2$ . Найти коэффициент жёсткости первоначальной пружины.

$$k = \frac{3mg}{b(l_2 - \frac{3}{4}l_1)}$$

ЗАДАЧА 12. Неподвижный груз массы  $m$  висит на вертикально расположенной пружине жёсткостью  $k$ . Груз оттягивают вниз на небольшое расстояние  $x$  и отпускают. Найдите ускорение груза сразу после отпускания. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$a = \frac{mg}{x}$$

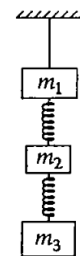
ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 1995) Шары с массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и лёгкой нити (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) шара массой  $m_1$  сразу после пережигания нити.

$$1) T = m_2 g + m_3 g; 2) a = \frac{m_1 g}{m_2 + m_3}$$

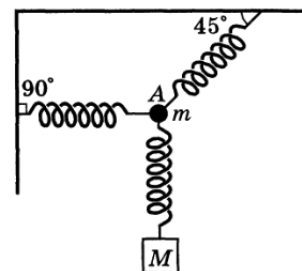
ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 1995) К потолку с помощью лёгкой нити и двух невесомых пружин подвешены грузы массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) груза массой  $m_1$  сразу после пережигания нити.

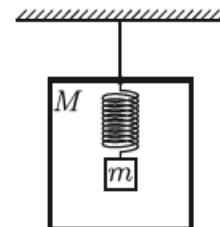
$$\frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3} g = a \quad (2) \quad \text{где } a = a_1 + a_2 + a_3 = a \quad (1)$$

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Груз массы  $M$  и шарик массы  $m$  висят на трёх невесомых пружинах одинаковой жёсткости (рис.). Верхняя пружина отрывается от шарика в точке  $A$ . Определите ускорение  $\vec{a}$  (модуль и направление) шарика в начальный момент после отрыва.



$$a = \frac{m}{m+M} g$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2008, 9) Коробка массой  $M$  подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой  $m$ . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

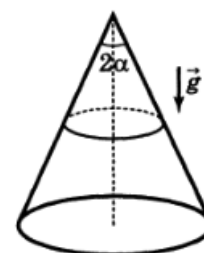


$$a = \frac{M}{m+M} g$$

ЗАДАЧА 17. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Тонкое кольцо радиусом  $R$  сделано из материала плотностью  $\rho$  и модулем Юнга  $E$ . На сколько изменится длина окружности кольца, если его закрутить вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости кольца с угловой скоростью  $\omega$ ? Изменения длины считать малыми.

$$\Delta L = \frac{E}{2\rho R^2} \omega^2 R^3$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 1997, финал, 10) Из тонкого шнура массой  $m$  с коэффициентом упругости  $k$  сделано кольцо радиусом  $r_0$ . Кольцо надевают на прямой круговой конус с углом при вершине  $2\alpha$  (рис.). Ось конуса вертикальна, его поверхность гладкая. Найдите радиус  $r$  кольца, находящегося на конусе. До какой угловой скорости  $\omega$  надо раскрутить кольцо вместе с конусом вокруг оси конуса, чтобы радиус кольца, находящегося на конусе, стал  $2r$ ?



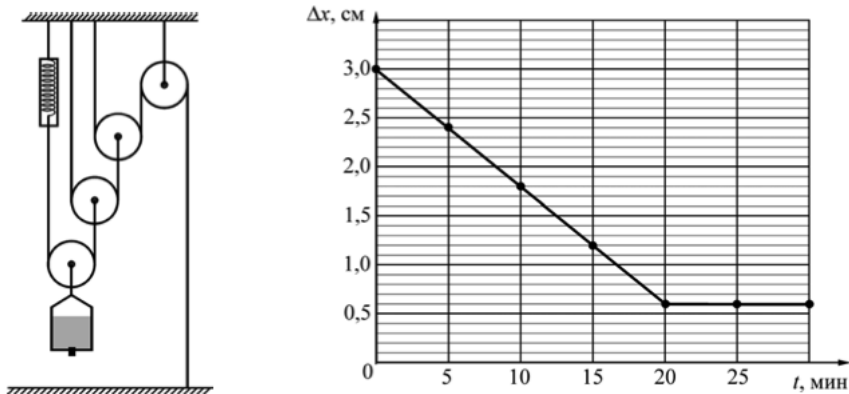
$$\frac{m}{2r} \omega^2 = \frac{m}{2r} g \frac{r}{r_0} + 0 = a$$

Задача 19. (МОШ, 2013, 10) Проводя опыты с верёвкой, школьник Вася обнаружил, что её удлинение пропорционально растягивающей силе, причём при силе натяжения  $F_0 = 4$  кН удлинение составляет 20% от начальной длины. Вася закрепил концы верёвки на стволах двух деревьев, расположенных на расстоянии  $L = 20$  м друг от друга на разных берегах реки. Верёвка оказалась на высоте  $0,1L = 2$  м над водой. Груз какой максимальной массы можно прикрепить к середине верёвки, чтобы он в положении равновесия не оказался в воде? Решите задачу в двух случаях:

- (а) длина ненатянутой верёвки равна  $L$ ;
  - (б) верёвка вначале натянута с силой  $F_0/3$ , то есть длина ненатянутой верёвки меньше  $L$ .
- Размерами груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

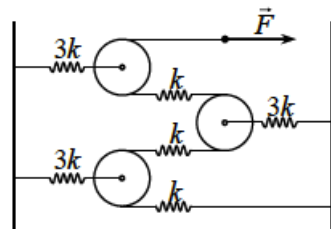
$$\Delta L = \frac{F}{k} \approx 0,1L \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{4000}{0,2L} = 10^4/L \text{ (а)} \quad \Delta L = \frac{F}{k} \approx 0,1L \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{4000}{0,2L} = 10^4/L \text{ (б)}$$

Задача 20. (МОШ, 2013, 10) На лабораторной работе по физике отличнику Грише и красавице Арише с помощью системы блоков, изображённой на рисунке, требовалось измерить массу воды, налитой в сосуд, который сам был нелёгким. К одной из нитей Гриша прикрепил динамометр, жёсткость пружины которого была известна и равна 1000 Н/м. Гриша налил воды в сосуд и аккуратно измерил удлинение пружины. В этот момент Ариша случайно задела небольшую пробку в дне сосуда и, вооружившись тряпкой, стала ликвидировать растекающуюся по столу воду. Гришу же заинтересовало совсем другое явление — он стал записывать значения удлинения пружины, поглядывая на часы. Используя график, получившийся у ребят, определите, сколько граммов воды в секунду вытекало из сосуда.



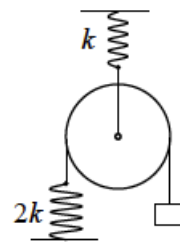
$$\Delta x = \frac{F}{k}$$

Задача 21. («Росатом», 2017, 8–9) Три одинаковые пружины с коэффициентами жёсткости  $k$  связаны кусками невесомой нерастяжимой нити. Полученная нить переброшена через три невесомых блока, привязанных к вертикальным стенам с помощью одинаковых пружин с коэффициентами жёсткости  $3k$  (см. рисунок). На конец нити действуют силой  $F$ . Насколько переместится при этом конец нити?



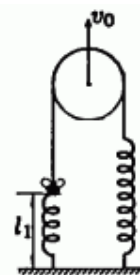
$$\frac{F}{3k} = x$$

ЗАДАЧА 22. («Росатом», 2016, 9–10) Через блок, прикреплённый к потолку с помощью пружины, перебросили верёвку. К одному концу верёвки прикрепили тело массой  $m$ , к другому пружину, второй конец которой закреплён на полу (см. рисунок). Коэффициенты жёсткости пружин равны  $k$  и  $2k$ . На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины недеформированы? Массой блока пренебречь.



$$\frac{\eta \zeta}{\text{битт}} = x$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Однородную пружину длины  $L$  разрезали на две части, одна из которых имеет длину  $l_1$ . Из получившихся кусков пружины, нерастяжимой нити и подвижного блока собрали систему (рис.). На верхний конец пружины длиной  $l_1$  села муха Цокотуха. В некоторый момент времени блок начали поднимать вертикально вверх со скоростью  $v_0$ . С какой скоростью стала подниматься сидящая на конце пружины муха Цокотуха? Трения в блоке нет. Вес мухи Цокотухи, нити, пружины и блока можно не учитывать.



$$\frac{\tau}{\tau_1} \text{о} \alpha \zeta = \tau \alpha$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2006, ОЭ, 10) К невесомой пружине, имеющей 500 витков, подвесили груз, в результате чего она удлинилась на  $x_0 = 10$  см. Затем груз убрали и нерастяжимыми нитями связали виток №100 с витком №300, а виток №200 с витком №400 (рис.). Длина каждого куска нити равна длине участка пружины между связываемыми витками в свободном состоянии. На какую величину  $x$  удлинится пружина при наличии нитей, если к ней подвесить тот же груз?

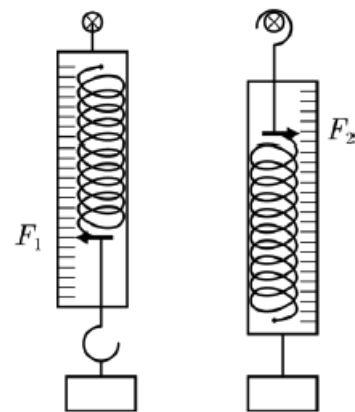


$$\text{ко} \frac{\varepsilon}{\text{в}} \frac{\text{л}}{\text{л}} = \text{о} x \frac{\varepsilon \text{л}}{\text{л}} = x$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) Три одинаковые длинные «резинки», которые при растяжении подчиняются закону Гука, уложили параллельно друг другу и совместили концы, которые с одной стороны связали узлом. Два свободных конца взял в руки Вася, а третий свободный конец — Петя. Вася, держа концы резинок, бежит на север со скоростью 8 м/с, а Петя, держа свою резинку, бежит на восток со скоростью 9 м/с. В тот момент, когда резинки выпрямились и совсем немного растянулись, они расположились в направлении «восток–запад». С какой по модулю скоростью двигался в этот момент узел?

$$\text{с/м с}$$

Задача 26. (МОШ, 2018, 11) У Васи есть два совершенно одинаковых динамометра с очень лёгкими пружинами и массивными корпусами. Эти динамометры не отградуированы, но оба имеют шкалы с линейной зависимостью показаний от растяжения пружины. Если к крючку пружины динамометра подвесить груз с известной массой  $m$ , и держать динамометр за корпус вертикально, то динамометр показывает некоторое значение  $F_1$  (см. рисунок). Если прикрепить тот же груз к корпусу динамометра и удерживать динамометр с грузом в вертикальном положении за крючок пружины, то динамометр показывает другое значение  $F_2$  (причём  $F_2 > F_1$ ). Вася привязал другой груз с неизвестной массой  $M$  между двумя динамометрами, и держит сверху эту конструкцию за её наивысшую точку так, что динамометры занимают вертикальное положение. При этом верхний динамометр показывает значение  $F_3$ , а нижний динамометр показывает значение  $F_4$ . Основываясь на результатах проведённых измерений, Вася вычислил массу  $M$  груза. Чему может быть равна эта масса  $M$ , если все четыре упомянутых показания динамометров различны и не равны нулю? Крючок пружины ненагруженного динамометра выступает за пределы его корпуса.



$$m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}, m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}, m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}, m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}$$