Релятивистская кинематика

Материал этого листка выходит за рамки кодификатора и вряд ли попадётся на ЕГЭ. Листок написан для тех, кто хочет глубже разобраться в основных вопросах теории относительности.

Напомним, что основной задачей механики является описание движения, а именно — выяснение того, как меняются координаты тела с течением времени.

Для описания движения нужно иметь систему отсчёта. В классической механике, как мы знаем, в систему отсчёта входят три объекта: тело отсчёта (относительно которого рассматривается движение), жёстко связанная с телом отсчёта система координат, а также часы для измерения времени. Наблюдатель, находящийся в данной системе отсчёта, имеет возможность измерять координаты тела и сопоставлять эти координаты с показаниями часов. В результате наблюдатель получает зависимость координат тела от времени; располагая такой зависимостью, он может найти скорость тела и другие кинематические величины.

Одновременность событий

Сопоставление координат тела и показаний часов — ключевой момент. Здесь мы подходим к важнейшему понятию одновременности событий. Прежде всего, процитируем Эйнштейна.

> Мы должны обратить внимание на то, что все наши суждения, в которых время играет какую-либо роль, всегда являются суждениями об *одновременнных событиях*. Если я, например, говорю: «Этот поезд прибывает сюда в 7 часов», — то это означает примерно следующее: «Указания маленькой стрелки моих часов на 7 часов и прибытие поезда суть одновременные события».
>
> (А. Эйнштейн. «К электродинамике движущихся тел».)

Что такое одновременность в классической механике? Вопрос, казалось бы, ясен: события являются одновременными, если они происходят в один и тот же момент времени по часам наблюдателя. Отметим здесь два существенных момента.

- Неважно, происходят ли данные события в одной точке пространства или в различных точках. В классической механике мы спокойно говорим об одновременности пространственно разделённых событий.

- Понятие одновременности имеет абсолютный смысл: два события, одновременные в одной системе отсчёта, будут одновременными и в любой другой системе отсчёта. Во всех инерциальных системах отсчёта время течёт одинаково — это выражается равенством $t' = t$ в преобразованиях Галилея.

Такое понимание одновременности, однако, носит интуитивный характер. И, что совсем плохо, оно базируется на предположении о *мгновенности* передачи взаимодействий.

В самом деле, если сигналы от событий, происходящих в разных точках пространства, достигают наблюдателя мгновенно, то какая ему разница, насколько велико расстояние между этими событиями? Никакой задержки в приходе сигналов ведь не будет. Точно так же несущественно и то, покоится ли наблюдатель или движется — раз сигналы распространяются с бесконечной скоростью, события будут казаться наблюдателю одновременными независимо от факта его движения.

Но в действительности скорость сигнала является конечной и не может превышать скорость света в вакууме. Тем самым наше интуитивное понимание одновременности пространственно разделённых событий оказывается некорректным. Ведь если мы, держа в руках секундомер, фиксируем по нему время наступления окружающих событий и пытаемся судить об их одновременности, то нам придётся считаться с задержками прихода сигналов из различных точек пространства. Более того, эти задержки могут оказываться разными в зависимости от того, находимся ли мы в покоящейся системе отсчёта или в движущейся.

Что же получается — понятие одновременности вообще теряет смысл? Оказывается, нет! Эйнштейн предложил чёткую программу преодоления указанных трудностей. Суть её состоит в следующем: раз уж всё оказывается так плохо при измерении времени по одним-единственным часам наблюдателя, то давайте использовать *много синхронно идущих часов*, расставленных в разных точках пространства. Два события будут считаться одновременными, если совпадают показания часов, расположенных в тех точках, где произошли события.

А теперь — подробнее и по пунктам.

1. Пусть в некоторой точке пространства имеются часы. Если *в этой точке* происходит событие, то наши часы показывают время данного события. Таким образом, если в этой самой точке происходят два события, то мы всегда можем сказать, одновременны они или нет — просто сравнив показания наших часов в моменты наступления событий.

   Итак, с определением одновременности событий, происходящих в одной точке пространства, проблем нет.

2. Для определения понятия одновременности пространственно разделённых событий нам понадобится много одинаковых часов, расставленных в пространстве достаточно часто. Каждые часы показывают время событий, происходящих в той точке, где эти часы расположены.

   Чтобы была возможность судить об одновременности событий, происходящих в различных точках пространства, все эти часы должны идти *синхронно*, т. е. показывать одно и то же время. Но возникает естественный вопрос: а как этого добиться? Каким образом можно произвести синхронизацию часов?

3. Чтобы синхронизировать часы, расположенные в различных точках пространства, Эйнштейн предложил использовать световые сигналы.

   Пусть в точках A и B имеются часы. Предположим, что из точки A в точку B посылается световой сигнал, который отражается в точке B и возвращается назад в A.

   Пусть в момент отправления сигнала часы A показывали t_1, а в момент возвращения сигнала показания тех же часов A равны t_2.

   Правило Эйнштейна. *По определению, часы A и B идут синхронно, если в момент прихода сигнала в точку B показания часов B равны* $(t_1 + t_2)/2$.

   Иными словами, часы B должны показывать ровно середину промежутка между t_1 и t_2. Правило Эйнштейна иллюстрируется на рис. 1.

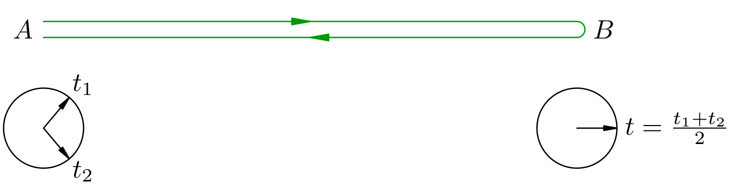

Рис. 1. Синхронизация часов по правилу Эйнштейна

Можно дать и другую, равносильную формулировку правила Эйнштейна.

Произведём в середине отрезка AB вспышку света. По определению, часы A и B идут синхронно, если в моменты прихода света в точки A и B показания часов совпадают.

4. Правило Эйнштейна основано на том, что скорость света в вакууме не зависит от направления распространения света. В самом деле, ведь при синхронизации часов мы считаем, что световой сигнал идёт с одной и той же скоростью в обоих направлениях: как от A к B, так и обратно от B к A.

   Одинаковость скорости света по всем направлениям — это факт, подтверждаемый многочисленными опытами.

5. Может возникнуть следующий вопрос: а зачем вообще использовать какие-то световые сигналы? Давайте сначала поместим двое часов в точку A, поставим их одинаково, а затем перенесём одни из этих часов в точку B. Вот и получится пара синхронизированных часов в двух различных точках A и B!

   Беда заключается в том, что такой способ не согласуется с правилом Эйнштейна. Если в точке B уже имеются часы, синхронизированные по правилу Эйнштейна с часами A, то перенесённые из A часы покажут в точке B время *меньшее*, чем первые. При этом перенесённые часы будут отставать тем больше, чем с большей скоростью они двигались! Об этом свидетельствует опыт, и мы скоро поймём, почему так получается.

   Так что альтернативы правилу Эйнштейна нет: оно является простым, естественным и приводит к стройной теории, прекрасно согласующейся с экспериментом.

6. По правилу Эйнштейна мы можем синхронизировать любую пару часов. Но является ли это правило непротиворечивым? А именно, если мы синхронизировали указанным способом сначала часы A и B, а затем часы B и C, то окажутся ли при этом синхронизированными часы A и C?

   Хотелось бы думать, что да, однако из правила Эйнштейна это логически не следует (как, впрочем, не следует и ответ «нет»). Эйнштейн *постулировал* непротиворечивость своего правила: *да, часы A и C окажутся при этом синхронизированными.* Данный постулат согласуется с экспериментом; принятие этого постулата не ведёт в дальнейшем к противоречиям в теории.

7. Итак, мы получили релятивистскую систему отсчёта с большим количеством часов. Все часы идут согласованно, они синхронизированы по правилу Эйнштейна. Время каждого события (*местное время*) измеряется по часам, расположенным в том месте, где событие совершилось.

   Теперь можно дать определение одновременности событий.

   Два пространственно разделённых события в данной системе отсчёта считаются одновременными, если при наступлении этих событий совпадают показания часов, расположенных в тех точках, где события произошли.

   Можно запомнить более короткую формулировку: *события одновременны, если их местные времена совпадают.*

Как видим, существование максимальной скорости распространения сигналов ведёт к коренному пересмотру наших обыденных представлений о пространстве и времени. Оказалось, например, что понятие одновременности событий нуждается в строгом определении. Данное определение является непротиворечивым, согласуется с опытом и приводит к следствиям, весьма неожиданным с повседневной точки зрения.

Так, понятие одновременности, а также величины промежутков времени и расстояний между точками теряют свой абсолютный характер и становятся относительными, то есть зависящими от выбора той или иной системы отсчёта.

Относительность одновременности

Давайте ещё раз осмыслим определение одновременности событий. Мы смогли его дать, введя предварительно единое время для нашей системы отсчёта. Это единое время задаётся множеством синхронно идущих часов, расставленных в различных точках пространства.

Тем самым понятие одновременности пространственно разделённых событий оказывается «привязанным» к данной системе отсчёта. Выясняется, что *два события, одновременные в одной системе отсчёта, могут оказаться не одновременными в другой системе отсчёта.* В этом нетрудно убедиться на следующем простом примере.

Рассмотрим вагон, который движется вправо со скоростью $\vec{v}$ (рис. 2). В точке S, находящейся в центре вагона, происходит световая вспышка. Одновременно ли свет достигнет точек A и B, расположенных соответственно на задней и передней стенке вагона?

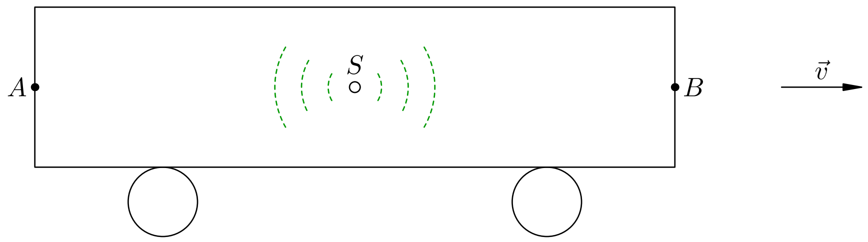

Рис. 2. Два события, одновременные в вагоне и не одновременные на земле

В системе отсчёта, связанной с вагоном, всё происходит точно так же, как в неподвижной лаборатории. По вагонным часам свет придёт в точки A и B одновременно.

Но в системе отсчёта, связанной с землёй, картина окажется иной. Точка A движется навстречу сигналу, а точка B удаляется от него; поэтому для достижения точки A свету потребуется пройти меньшее расстояние, чем для достижения точки B. Но в земной системе отсчёта скорость света будет одинакова в обоих направлениях — ведь согласно второму постулату СТО скорость света не зависит от факта движения источника. Стало быть, по земным часам свет придёт в точку A раньше, чем в точку B.

Таким образом, два события — приход сигнала от источника S в точки A и B — являются одновременными в системе отсчёта вагона и не одновременными в системе отсчёта земли.

В конце предыдущего листка было приведено противоречивое на первый взгляд рассуждение, в котором волновой фронт световой вспышки оказывался одновременно на двух различных сферах. Перечитайте это рассуждение ещё раз. Теперь становится ясно, что разрешение возникшего противоречия состоит в относительности понятия одновременности. Действительно, свет одновременно достигает поверхности сферы с центром в точке O только в системе K, но не в системе K'. И наоборот, свет одновременно достигает сферической поверхности с центром в точке O' только в системе K', но не в системе K.

Относительность промежутков времени

Снова рассмотрим вагон, который движется со скоростью $\vec{v}$. Предположим, что пассажир вагона подбрасывает яблоко; оно летит вертикально вверх, возвращается, и пассажир ловит его.

В системе отсчёта вагона события «яблоко брошено» и «яблоко поймано» происходят в одной точке. Промежуток времени между этими событиями, т. е. время полёта яблока в системе отсчёта вагона, измеряется по *одним и тем же* часам, расположенным в точке броска-ловли.

Но в системе отсчёта земли наши события происходят в различных пространственных точках. Момент броска яблока фиксируется по часам, расположенным в исходной точке, а момент ловли — по *другим* часам, расположенным в той точке, куда переместится вагон за время полёта яблока. Эти двое часов синхронизированы по правилу Эйнштейна. Время полёта яблока в системе отсчёта земли — это разность показаний вторых часов в момент ловли и первых часов в момент броска.

И вот оказывается, что время полёта яблока, измеренное по вагонным часам, будет *меньше* времени полёта, измеренного по часам на земле!

Разобраться в этом не сложно. Давайте только заменим яблоко на световой сигнал, который бегает между горизонтальными зеркалами, расположенными внутри вагона (рис. 3). Тем самым мы максимально упростим себе задачу.

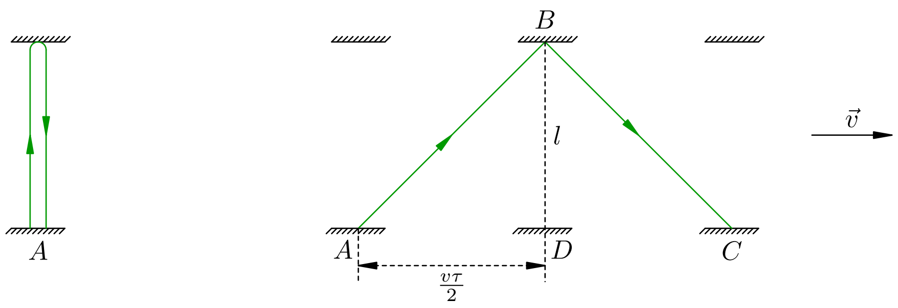

Рис. 3. Промежуток времени относителен

Сначала рассмотрим ход сигнала в системе отсчёта вагона. Сигнал выходит из точки A, идёт вертикально вверх, отражается от зеркала и возвращается назад в точку A (рис. 3, слева).

Время распространения сигнала от нижнего зеркала к верхнему и обратно, измеренное по часам A, обозначим τ_0. Если l — расстояние между зеркалами, то выполнено соотношение

$$2l = c\tau_0. \qquad (1)$$

Теперь перейдём в систему отсчёта земли. Здесь сигнал будет двигаться между зеркалами по ломаной ABC (рис. 3, справа).

Время распространения сигнала от нижнего зеркала к верхнему и обратно есть разность показаний синхронизированных часов: в точке C в момент прихода сигнала и в точке A в момент его отправления. Обозначим это время через τ.

За время τ сигнал проходит путь $AB + BC$, равный $c\tau$, а вагон — путь $AC = v\tau$. По теореме Пифагора имеем: $AB^2 = AD^2 + BD^2$ или

$$\left(\frac{c\tau}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\tau}{2}\right)^2 + l^2.$$

Умножаем это равенство на 4:

$$(c\tau)^2 = (v\tau)^2 + (2l)^2.$$

С учётом (1) получим:

$$(c\tau)^2 = (v\tau)^2 + (c\tau_0)^2.$$

Отсюда можно выразить τ через τ_0:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\,. \qquad (2)$$

Полученная формула (2) носит совершенно общий характер. Пусть имеются две системы отсчёта K и K', причём система K' движется относительно K со скоростью v. Рассмотрим два события, которые в системе K' происходят в одной точке пространства. Время τ_0 между этими событиями в системе K' называется *собственным временем*. По часам системы K между этими событиями проходит время τ, которое связано с собственным временем соотношением (2).

Обратите внимание, что в формуле (2) собственное время τ_0 делится на величину, меньшую единицы; поэтому всегда выполнено неравенство $\tau > \tau_0$. При этом время τ оказывается тем больше, чем с большей скоростью система K' движется относительно K.

Данный эффект — так называемое *релятивистское замедление времени* — оказывается весьма существенным при скоростях, близких к скорости света. Давайте вернёмся к нашему примеру с пассажиром, подбрасывающим яблоко в вагоне. Предположим, что вагон движется со скоростью $v = 0{,}999c$, а время полёта яблока по часам пассажира равно $\tau_0 = 1$ с. Тогда на земле между подбрасыванием яблока и его ловлей пройдёт время

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}999^2}} \approx 22{,}4 \text{ с.}$$

Ну а теперь представьте, что с Земли отправляется звездолёт со скоростью $0{,}999c$. Космическое путешествие длится 10 лет по часам астронавтов. Вернувшись на Землю, астронавты обнаруживают, что попали в совершенно иную эпоху — ведь по земным часам прошло 224 года!

Звучит фантастично, но никакой фантастики тут нет — мы имеем дело со строгими фактами теории относительности. Ни с чем подобным нам сталкиваться не доводилось по той причине, что мы не умеем пока перемещаться с околосветовыми скоростями. Но как только эти скорости будут достигнуты, станет реальностью и машина времени для путешествий в будущее :-)

Относительность расстояний

При выводе формулы (2) мы неявно предполагали, что расстояние l между зеркалами одинаково как в вагоне, так и на земле. Но так ли это на самом деле? Да, это действительно так: вертикальные размеры предметов являются одними и те же как в вагонной, так и в земной системе отсчёта.

Чтобы убедиться в этом, давайте возьмём два одинаковых вертикальных стержня; один из них поместим в вагон, а другой оставим на земле. Оба стержня пусть будут на одной и той же высоте над землёй. Когда стержни поравняются друг с другом, концы одного стержня сделают засечки на другом стержне. Так вот, из принципа относительности следует, что эти засечки должны прийтись в точности на концы другого стержня.

В самом деле, пусть по засечкам оказывается, например, что вагонный стержень короче земного, т. е. движущийся стержень короче покоящегося. Но по принципу относительности инерциальные системы отсчёта полностью равноправны. Давайте перейдём в систему отсчёта вагона: там вагонный стержень будет покоиться, а земной — двигаться. Тогда получится, что движущийся стержень длиннее покоящегося. Противоречие!

Итак, *поперечные* размеры предметов одинаковы как в покоящейся, так и в движущейся системе отсчёта. Иначе обстоит дело с *продольными* размерами.

Вновь вернёмся к нашему вагону и рассмотрим стержень AB, расположенный вдоль вектора скорости вагона (рис. 4; изображать вагон надобности уже нет). Стержень, таким образом, двигается со скоростью v параллельно оси X.

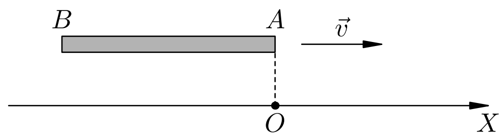

Рис. 4. Длина стержня относительна

Пусть l_0 — длина неподвижного стержня, измеренная в вагоне. Она называется *собственной длиной* стержня. Через l обозначим длину движущегося стержня, измеренную на земле.

Для нахождения соотношения между l и l_0 рассмотрим два события: 1) прохождение точки A мимо фиксированной точки O на оси X; 2) прохождение точки B мимо точки O.

В земной системе отсчёта наши события происходят в одной точке O. Промежуток времени между этими событиями по земным часам пусть равен τ_0 (это собственное время, разделяющее данные события). Очевидно, что

$$v = \frac{l}{\tau_0}\,. \tag{3}$$

В системе отсчёта вагона указанные события происходят в двух различных точках A и B. Промежуток времени между этими событиями по вагонным часам равен τ. Аналогично имеем:

$$v = \frac{l_0}{\tau}\,. \tag{4}$$

Приравнивая правые части формул (3) и (4), получим:

$$l = l_0 \frac{\tau_0}{\tau}\,.$$

Но в силу формулы (2) имеем:

$$\frac{\tau_0}{\tau} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,.$$

Отсюда получаем окончательную формулу:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,. \tag{5}$$

Как видим, собственная длина l_0 умножается на величину, меньшую единицы; стало быть, длина движущегося стержня будет меньше длины покоящегося стержня. Это так называемое *лоренцево сокращение* — все тела сокращают размеры в направлении своего движения.

Подчеркнём ещё раз: *длина стержня в системе отсчёта, относительно которой стержень движется, меньше длины этого же стержня в системе отсчёта, относительно которой он покоится.* Данный эффект связан лишь с особенностями измерительных процедур, свойственных теории относительности. Никаких реальных «сжатий» в движущемся стержне, разумеется, не происходит.

Преобразования Лоренца

Теперь мы можем вывести формулы, связывающие координаты и время фиксированного события в двух различных инерциальных системах отсчёта.

Пусть снова имеются две системы отсчёта: система K и движущаяся относительно неё система K' (рис. 5). При $t = 0$ начала O и O' этих систем совпадают.

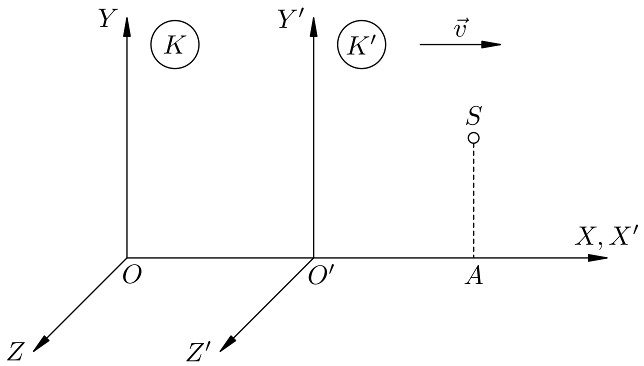

Рис. 5. К выводу преобразований Лоренца

Рассмотрим некоторое событие S (например, вспышку света). В системе K это событие происходит в точке с координатами (x, y, z) в момент времени t. В системе K' это же событие происходит в точке с координатами (x', y', z') в момент времени t'.

Как мы уже выяснили, поперечные размеры тел в обеих системах отсчёта одни и те же. Поэтому имеем: $y' = y$, $z' = z$.

Пусть A — проекция точки S на общую ось абсцисс. Найдём длину отрезка OA в системах K и K'.

В системе K отрезок OA покоится. Его длина равна x — это собственная длина данного отрезка. В системе K' отрезок OA движется со скоростью v, и его длина в силу формулы (5) равна $x\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Но с другой стороны, в системе K' длина OA равна $x' + vt'$. Следовательно,

$$x' + vt' = x\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,. \tag{6}$$

Теперь аналогично найдём длину отрезка $O'A$ в системах K и K'.

В системе K' отрезок $O'A$ покоится, его собственная длина равна x'. В системе K отрезок $O'A$ движется со скоростью v, и его длина равна $x'\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. С другой стороны, длина $O'A$ в системе K равна $x - vt$. Поэтому

$$x - vt = x'\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,. \tag{7}$$

Из формулы (7) выразим x'. Полученное выражение подставим в (6) и выразим оттуда t'. В результате получим:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,. \tag{8}$$

Формулы (8) называются *преобразованиями Лоренца*. Они дают искомую связь координат и времени события S в инерциальных системах отсчёта K и K'. Эти релятивистские формулы, вытекающие из принципов СТО, служат заменой классическим преобразованиям Галилея, опирающимся на представления о мгновенности распространения взаимодействий.

При малых скоростях движения, т. е. при $v \ll c$, мы можем считать отношение v/c равным нулю. Тогда преобразования Лоренца переходят в соотношения:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \tag{9}$$

Эти формулы есть не что иное, как преобразования Галилея. Мы видим, что преобразования Галилея служат предельным случаем преобразований Лоренца, когда скорости тел малы по сравнению со скоростью света. Поэтому при малых скоростях движения релятивистская механика Эйнштейна переходит в классическую механику Ньютона.

С системой равеств (6) и (7) можно поступить иначе. Выразим x из (6), подставим в (7) и выразим оттуда t. В результате придём к другому варианту записи преобразований Лоренца:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,. \tag{10}$$

Формулы (8) задают переход из системы K в систему K'. Формулы (10) задают обратный переход из системы K' в систему K.

В предельном случае $v \ll c$ преобразования Лоренца (10) также переходят в преобразования Галилея:

$$x = x' + vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'. \tag{11}$$

Эти формулы, как легко видеть, полностью совпадают с формулами (9).

Релятивистский закон сложения скоростей

Опять рассмотрим наши системы отсчёта K и K'. Пусть точка M движется вдоль общего направления осей X и X' (рис. 6).

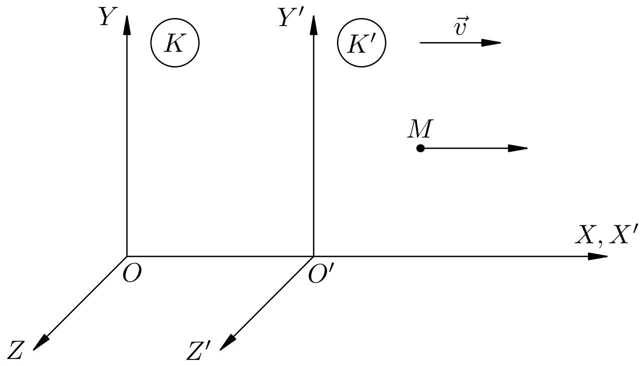

Рис. 6. К выводу закона сложения скоростей

Пусть u — скорость точки M в системе K; в системе K' скорость этой точки пусть будет u'. Как связаны друг с другом u и u'?

Давайте вспомним, как выводится соответствующая формула в классической механике. Берём первое из равенств (11) с заменой t' на t:

$$x = x' + vt.$$

Переходим к бесконечно малым приращениям координат и времени:

$$dx = dx' + vdt.$$

Делим обе части на dt:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v.$$

Остаётся заметить, что $\frac{dx}{dt} = u$, $\frac{dx'}{dt} = u'$:

$$u = u' + v. \tag{12}$$

Вот мы и получили классический закон сложения скоростей, которым неоднократно пользовались при решении задач механики.

Однако данный закон не может быть верным в теории относительности. В самом деле, рассмотрим вместо точки M световой сигнал в вакууме, мчащийся в системе K' со скоростью $u' = c$. Согласно закону (12) получится, что скорость нашего сигнала в системе K будет равна $u = c + v$. Но это противоречит принципу относительности, в силу которого скорость света в вакууме имеет одно и то же значение во всех инерциальных системах отсчёта.

Возникновение данного противоречия не удивительно: ведь вывод формулы (12) базируется на преобразованиях Галилея, которые в теории относительности уступают место преобразованиям Лоренца. Поэтому правильный закон сложения скоростей нужно выводить теперь из преобразований Лоренца.

Идея вывода — та же самая, что и для формулы (12). Мы исходим из того, что

$$u = \frac{dx}{dt}\,, \qquad u' = \frac{dx'}{dt'}\,. \tag{13}$$

В соотношениях (10) переходим к бесконечно малым приращениям координат и времени:

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\,, \qquad dt = \frac{dt' + \dfrac{v dx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}\,.$$

Делим первое из данных равенств на второе:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{dt' + \dfrac{v dx'}{c^2}}\,.$$

Разделим числитель и знаменатель правой части на dt':

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\dfrac{dx'}{dt'} + v}{1 + \dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx'}{dt'}}\,.$$

Остаётся учесть соотношения (13) и написать:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \dfrac{vu'}{c^2}}\,. \tag{14}$$

Это и есть *релятивистский закон сложения скоростей*, который приходит на смену классическому.

Теперь уже никакого противоречия не возникает: если скорость сигнала $u' = c$ в системе K', то в системе K его скорость равна:

$$u = \frac{c + v}{1 + \dfrac{vc}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \dfrac{v}{c}} = c,$$

как того и требует принцип относительности.

При $v \ll c$ формулы (14), как нетрудно видеть, переходят в формулы (12). Иными словами, *при малых скоростях движения релятивистский закон сложения скоростей переходит в классический закон.*