# Рассеяние частиц

Данный листок служит продолжением листков «Упругие взаимодействия» и «Неупругие взаимодействия». Здесь нас в основном интересуют ситуации нецентрального удара — как упругого, так и неупругого. Размеры соударяющихся тел во всех задачах несущественны. Таким образом, *рассеяние частиц* есть сокращение для *упругого или неупругого столкновения материальных точек, в общем случае нецентрального.*

## Упругое рассеяние

[Овчинкин] → 4.82, 4.85, 4.87, 4.127, 4.128.

Переходим к рассмотрению ключевой задачи о рассеянии на покоящейся частице и о существовании предельного угла рассеяния в такой ситуации. Ввиду особой важности этой задачи мы будем решать её двумя способами: в ЛСО и в СЦМ.

Задача 1. Частица массой $m_1$ движется со скоростью $\vec{v}_0$ и упруго рассеивается на покоящейся частице массой $m_2$. Обозначим через $\varphi$ угол рассеяния, то есть угол между вектором $\vec{v}_1$ скорости первой частицы после рассеяния и вектором $\vec{v}_0$. Работаем в ЛСО.

1) Пусть $m_1 < m_2$. Покажите, что угол рассеяния может быть любым от 0 до $\pi$.

2) Пусть $m_1 = m_2$. Покажите, что $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

3) Пусть $m_1 > m_2$. Покажите, что $\varphi \in [0; \varphi_{\max}]$, где $\varphi_{\max} = \arcsin \frac{m_2}{m_1}$.

*Указание.* Законы сохранения → квадратное уравнение → $D \geqslant 0$. Удобно ввести параметр $a = \frac{m_2}{m_1}$.

Как видите, решение в ЛСО является формально-алгебраическим (как типичное аналитическое решение задачи с параметром). А вот решение в СЦМ проясняет геометрический смысл получаемого результата! Но для начала вспомним, чем хороша СЦМ.

Задача 2. Частицы массами $m_1$ и $m_2$ движутся со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$.

1) Покажите, что в СЦМ суммарный импульс частиц равен нулю.

2) Частицы упруго рассеиваются. Покажите, что в СЦМ векторы импульсов частиц поворачиваются на некоторый угол, оставаясь неизменными по абсолютной величине.

Задача 3. Решите задачу 1 в СЦМ.

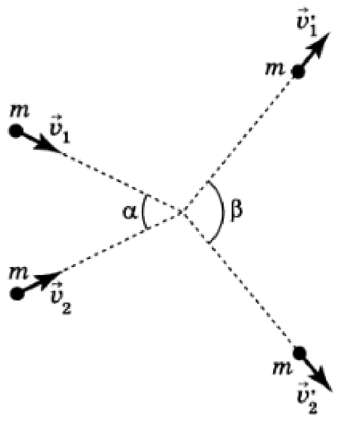
*Указание.* Введите скорость $\vec{v}_c$ центра масс и скорость $\vec{u}_1$ рассеянной частицы в СЦМ. Какую известную задачу из кинематики напоминает данная ситуация?

[Овчинкин] → 4.90, 4.91, 4.93, 4.110, 4.111, 4.129, 4.130, 4.131, 4.134, 4.135, 4.140, 4.141.

Задача 4. (*Всеросс., 2005, ОЭ, 10*) Небольшая шайба, движущаяся по гладкой горизонтальной поверхности, налетела на вторую шайбу, покоившуюся на той же поверхности. После абсолютно упругого удара шайб их скорости $v_1$ и $v_2$ оказались направлены под углом $\varphi$ друг к другу. Найдите скорость $v_0$ первой шайбы до удара. Массы шайб не заданы, но известно, что они различны.

$$v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\varphi}$$

Задача 5. (*Всеросс., 1998, ОЭ, 10*) Два одинаковых маленьких шарика упруго сталкиваются (рис.). Известны их скорости $v_1$ и $v_2$ до столкновения и острый угол $\alpha$ между ними (причём $v_1 \neq v_2$). Найдите максимально возможный угол $\beta$ разлёта частиц после столкновения.




$\boxed{\beta_{\max} = \arccos\left(\frac{2v_1v_2\cos\alpha}{v_1^2+v_2^2}\right)}$

Задача 6. (*Всеросс., 2007, финал, 11*) На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $\mu$ находятся два одинаковых малых диска с гладкой боковой поверхностью. Первый диск покоился, а второй налетел на него со скоростью $\vec{v}$ в момент удара. Считая столкновение дисков упругим, но не обязательно лобовым, найдите, на каком расстоянии окажутся диски к моменту их остановки, если первый диск остановился, пройдя расстояние $x_1$. Чему равны наибольшее и наименьшее возможные конечные расстояния между дисками при данных значениях модуля скорости $v$ и коэффициента трения $\mu$?

Размерами дисков пренебречь. Ускорение свободного падения $g$.

$\boxed{r = \sqrt{2x_1^2 - 2sx_1 + s^2}, \text{ где } s = \frac{v^2}{2\mu g};\ r_{\max} = s,\ r_{\min} = \frac{s}{\sqrt{2}}}$

## Неупругое рассеяние

При неупругом рассеянии суммарная кинетическая энергия частиц не сохраняется: часть её превращается во внутреннюю энергию частиц. В задачах, как правило, одна из сталкивающихся частиц переходит в возбуждённое состояние; кинетическая энергия частиц при этом уменьшается на величину энергии возбуждения.

[Овчинкин] → 4.94, 4.97.

Теперь займёмся задачей о предельном угле рассеяния в случае неупругого столкновения, которая обобщает задачу 1.

Задача 7. Частица массой $m_1$ с энергией $E$ налетает на неподвижную частицу массой $m_2$. В результате неупругого удара поглощается энергия $Q$ (например, первая частица переходит в возбуждённое состояние с энергией $Q$). Работаем в ЛСО, действуем аналогично задаче 1.

1) Покажите, что для осуществления данного процесса необходимо выполнение неравенства

$$E \geqslant \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) Q. \tag{1}$$

2) Покажите, что при условии (1) для угла рассеяния $\varphi$ справедливо неравенство

$$\sin\varphi \leqslant \frac{m_2}{m_1}\sqrt{1 - \frac{m_1 + m_2}{m_2}\frac{Q}{E}}\,. \tag{2}$$

3) Объясните, в чём состоит обобщение задачи 1.

4) Покажите, что минимально возможному значению $E$ отвечает нулевой угол рассеяния.

Задача 8. Получите формулу (2), решая задачу в СЦМ.

Задача 9. При каком условии возможно рассеяние под прямым углом?

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} < 1 - \frac{Q}{E}}$$

Минимально возможное значение энергии $E$, определяемое неравенством (1), называется *пороговой энергией*:

$$E_{\text{пор}} = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)Q. \tag{3}$$

Неупругое рассеяние на неподвижной мишени, при котором поглощается энергия $Q$, может произойти лишь в том случае, когда энергия налетающей частицы превышает пороговую.

Понятие пороговой энергии встретится нам и в дальнейшем — в листке «Ядерные реакции». Для лучшего уяснения этого понятия сделайте следующую простую задачу и сопоставьте её ответ с формулой (3).

Задача 10. Маленькая шайба массой $m_1$ движется по гладкой горизонтальной поверхности и начинает плавно въезжать на незакреплённую и изначально неподвижную горку массой $m_2$ (расположенную на той же поверхности). В верхней точке горки на высоте $h$ имеется ямка. Какой должна быть минимальная энергия шайбы, чтобы она смогла оказаться в ямке?

$$\boxed{E_{\min} = \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)m_1 g h}$$

[Овчинкин] → <u>4.95</u>, 4.96, <u>4.99</u>, 4.108, 4.142.