

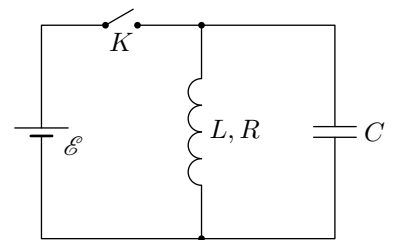
## Переходные процессы в RCL-цепях

В данном листке рассматриваются задачи на расчёт количества теплоты, которое выделяется в цепях, состоящих из резисторов и катушек индуктивности (и, возможно, конденсаторов). Напомним, что катушка индуктивностью  $L$ , через которую течёт ток  $I$ , обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

(это энергия магнитного поля тока, протекающего через катушку).

**ЗАДАЧА 1.** (МФТИ, 1979) Колебательный контур, состоящий из конденсатора ёмкостью  $C$  и катушки индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R$ , через ключ  $K$  подключён к источнику с постоянной ЭДС  $\mathcal{E}$  (см. рисунок). Через некоторое время после замыкания ключа установится стационарный режим: токи во всех элементах цепи будут постоянны. После этого ключ  $K$  снова размыкают. Какое количество теплоты выделится в катушке после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



$$\frac{\mathcal{E}^2}{2R} + \frac{\mathcal{E}^2}{2C} = 0$$

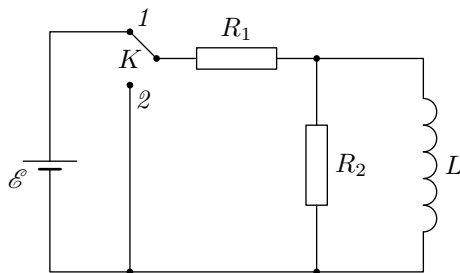
**ЗАДАЧА 2.** (МФТИ, 1994) В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью  $L = 1$  Гн и конденсатора ёмкости  $C = 1$  мкФ с утечкой (омическое сопротивление диэлектрика, заполняющего конденсатор,  $R = 10^3$  Ом), происходят затухающие колебания. В некоторый момент времени амплитуда (максимальное значение) напряжения на конденсаторе была равна  $U_0 = 2$  В. Какое количество теплоты выделится на конденсаторе от этого момента до полного затухания колебаний в контуре?

$$\frac{\mathcal{E}^2}{2C} + \frac{\mathcal{E}^2}{2L} = 0$$

**ЗАДАЧА 3.** (МФТИ, 1994) В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью  $L = 0,1$  Гн и омическим сопротивлением  $R = 1$  Ом и конденсатора ёмкости  $C = 10$  мкФ, происходят слабо затухающие колебания (в любой момент времени потеря энергии за один период колебаний много меньше энергии контура). В некоторый момент времени, когда ток в контуре достигает максимального значения, напряжение на конденсаторе  $U_C = 1$  В. Какое количество теплоты выделится в катушке за один период колебаний?

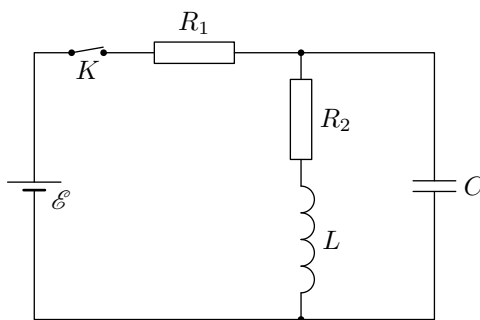
$$\frac{\mathcal{E}^2}{2C} + \frac{\mathcal{E}^2}{2L} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{2R} = 0$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1995) Какое количество теплоты выделится на резисторе  $R_2$  в схеме, изображённой на рисунке, после перемещения ключа  $K$  из положения 1 в положение 2? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



$$\frac{\mathcal{E}^2 R_2}{2(R_1 + R_2)} = Q$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1995) Какое количество теплоты выделится в схеме (см. рисунок) после размыкания ключа  $K$ ? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

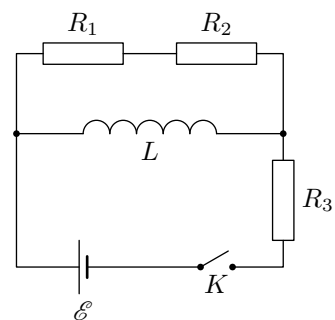


$$\frac{\mathcal{E}^2 R_2}{2(L + CR_2)} = Q$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1997) В электрической схеме (см. рисунок) в начальный момент ключ  $K$  замкнут. После размыкания ключа на резисторе  $R_1$  выделяется количество тепла  $Q_1$ .

- 1) Какое количество тепла выделится на резисторе  $R_2$ ?
- 2) Чему равна ЭДС батареи?

Сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и индуктивность катушки  $L$  известны.

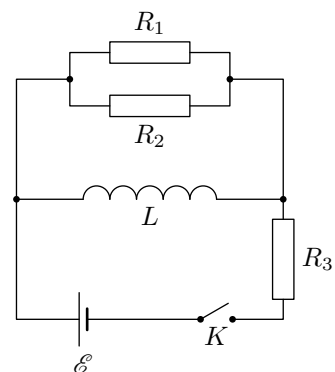


$$\frac{1}{2} \mathcal{E}^2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = Q_1$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1997) В электрической схеме (см. рисунок) в начальный момент ключ  $K$  замкнут. После размыкания ключа в цепи выделяется количество тепла  $Q$ .

- 1) Чему равна ЭДС батареи  $\mathcal{E}$ ?
- 2) Какое количество тепла выделится на каждом из резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ?

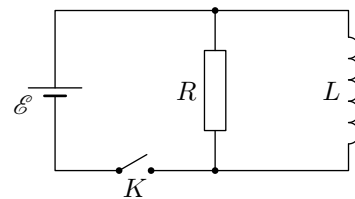
Считать заданными  $L$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ .



$$Q = \mathcal{E}^2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

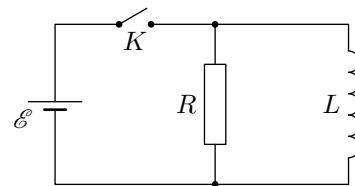


Задача 12. (МФТИ, 2007) В схеме, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными. Параметры элементов указаны на рисунке. До замыкания ключа ток в цепи отсутствовал. Ключ  $K$  замыкают на некоторое время  $\tau$ , а затем размыкают. Оказалось, что за всё время опыта (т. е. за время, пока ключ был замкнут, и за время, пока ключ был разомкнут) в схеме выделилось количество теплоты  $Q$ . Найдите время  $\tau$ .



$$\frac{y}{T} - \frac{\tau \mathcal{E}}{\partial \tau \mathcal{E}} + \frac{y}{\tau} \Big|_{\mathcal{E}} = \mathcal{L}$$

Задача 13. (МФТИ, 2007) В схеме, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными. Параметры элементов указаны на рисунке. До замыкания ключа ток в цепи отсутствовал. Ключ  $K$  замыкают на некоторое время  $\tau$ , а затем размыкают. Оказалось, что за время, пока ключ был замкнут, и за время, пока ключ был разомкнут, в схеме выделились равные количества теплоты.

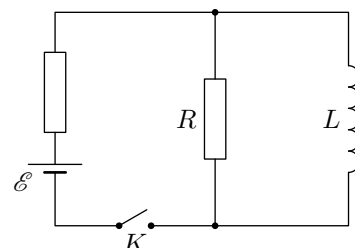


1) Какой заряд протёк через источник за время, пока ключ был замкнут?

2) Какое количество теплоты выделилось в схеме за всё время опыта?

$$\frac{\tau \mathcal{H}}{T \mathcal{E} \mathcal{E}^2} = \partial \left( \tau : \frac{\tau \mathcal{H}}{T \mathcal{E}^2} = b \right) (1)$$

Задача 14. (МФТИ, 2008) Электрическая цепь состоит из катушки индуктивностью  $L$ , резистора сопротивлением  $R$  и батареи с ЭДС  $\mathcal{E}$  и неизвестным внутренним сопротивлением (см. рисунок). Ключ  $K$  на некоторое время замыкают, а затем размыкают. За время, пока ключ был замкнут, через источник протёк заряд  $q$ , а в катушке запаслась энергия  $W$ .



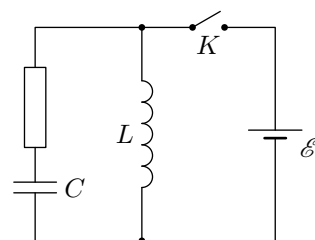
1) Найдите количество теплоты, выделившейся в цепи, пока ключ был замкнут.

2) Найдите количество теплоты, выделившейся в цепи после размыкания ключа.

3) Какой заряд протёк через катушку при замкнутом ключе?

$$\frac{y}{M T \mathcal{E}^2} - b = \tau b \left( \mathcal{E} : M = \tau \partial \left( \tau : M - b \mathcal{E} = \tau \partial \right) (1) \right)$$

Задача 15. (МФТИ, 2008) Электрическая цепь состоит из идеальной батарейки с ЭДС  $\mathcal{E}$ , катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора ёмкостью  $C$  и резистора с неизвестным сопротивлением (см. рисунок). Ключ  $K$  замыкают на время  $\tau$ , а затем размыкают. За время, пока ключ был замкнут, через резистор протёк заряд  $q$ .

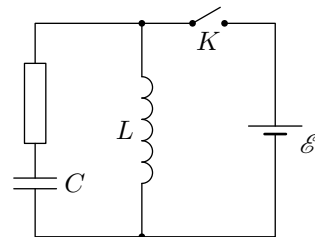


1) Какое количество теплоты выделилось в цепи за время, пока ключ был замкнут?

2) Какое количество теплоты выделилось в цепи после размыкания ключа?

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\tau b} + \frac{\tau \mathcal{E}}{\tau \mathcal{E}^2} = \tau \partial \left( \tau : \frac{\partial \mathcal{E}}{\tau b} - b \mathcal{E} = \tau \partial \right) (1)$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 2008) Электрическая цепь состоит из идеальной батарейки с ЭДС  $\mathcal{E}$ , катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора ёмкостью  $C$  и резистора с неизвестным сопротивлением (см. рисунок). Ключ  $K$  замыкают на время  $\tau$ , а затем размыкают. За время, пока ключ был замкнут, через источник протёк заряд  $q$ .

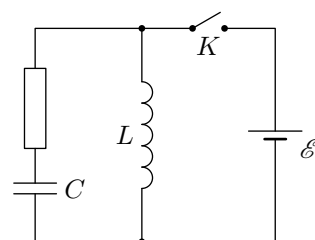


1) Какое количество теплоты выделилось в цепи за время, пока ключ был замкнут?

2) Какое количество теплоты выделилось в цепи после размыкания ключа?

$$\frac{\tau \mathcal{E}}{\tau^2 \mathcal{E}^2} + \left( \frac{\tau \mathcal{E}}{\tau^2 \mathcal{E}^2} - b \right) \frac{\partial \tau}{\partial \tau} = \tau \mathcal{E} \left( \tau : \frac{\tau \mathcal{E}}{\tau^2 \mathcal{E}^2} - \left( \frac{\tau \mathcal{E}}{\tau^2 \mathcal{E}^2} - b \right) \frac{\partial \tau}{\partial \tau} - b \mathcal{E} \right) = \tau \mathcal{E} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 2008) Электрическая цепь состоит из идеальной батарейки с ЭДС  $\mathcal{E}$ , катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора ёмкостью  $C$  и резистора с неизвестным сопротивлением (см. рисунок). Ключ  $K$  на некоторое время замыкают, а затем размыкают. За время, пока ключ был замкнут, через резистор протёк заряд  $q = C\mathcal{E}/3$ . После размыкания ключа в цепи выделилось количество теплоты  $Q$ .

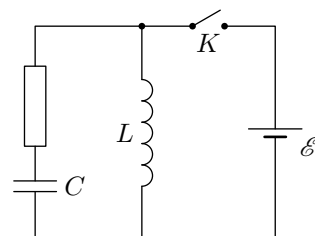


1) Какое количество теплоты выделилось в цепи за время, пока ключ был замкнут?

2) Сколько времени был замкнут ключ?

$$\frac{6}{\partial \tau} - \frac{\tau \mathcal{E}}{\partial \tau \mathcal{E}} \wedge = \tau \left( \tau : \tau \mathcal{E} \mathcal{E} \frac{8 \mathcal{E}}{3} = \tau \mathcal{E} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 18. (МФТИ, 2008) Электрическая цепь состоит из идеальной батарейки с ЭДС  $\mathcal{E}$ , катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора ёмкостью  $C$  и резистора с неизвестным сопротивлением (см. рисунок). Ключ  $K$  на некоторое время замыкают, а затем размыкают. Непосредственно перед размыканием ключа напряжение на резисторе равнялось  $\mathcal{E}/2$ . Суммарное количество теплоты, выделившееся в цепи при замкнутом ключе и после размыкания ключа, равно  $Q$ .

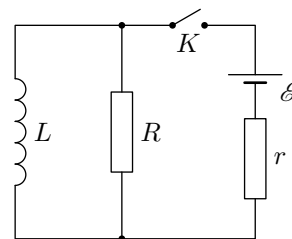


1) Какое количество теплоты выделилось в цепи за время, пока ключ был замкнут?

2) Сколько времени был замкнут ключ?

$$\mathcal{E} \tau - \frac{\tau \mathcal{E}}{\partial \tau \mathcal{E}} \wedge = \tau \left( \tau : \tau \mathcal{E} \mathcal{E} \frac{8}{3} = \tau \mathcal{E} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 19. («Физтех», 2009) Электрическая цепь состоит из батарейки с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ , катушки индуктивностью  $L$  и резистора сопротивлением  $R = 3r$  (см. рисунок). Ключ  $K$  замыкают, а затем размыкают в момент, когда напряжение на катушке достигает величины  $2\mathcal{E}/3$ .

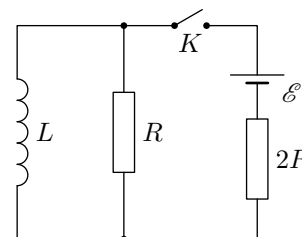


1) Найдите напряжение на катушке сразу после замыкания ключа.

2) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

$$\frac{\mathcal{E}^2 L}{2r^2} = \mathcal{Q} \quad (\mathcal{E} : \frac{\mathcal{E}}{3} = 0 \text{ В}) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 20. («Физтех», 2009) В схеме, изображённой на рисунке, все элементы можно считать идеальными, до замыкания ключа ток в цепи отсутствовал, параметры элементов указаны на рисунке. Ключ  $K$  замыкают, а затем размыкают в момент, когда тепловая мощность на резисторе с сопротивлением  $R$  становится в два раза больше скорости изменения энергии катушки.

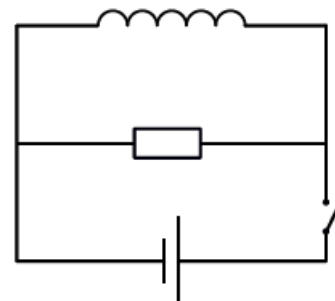


1) Найдите мощность, выделяющуюся на резисторе с сопротивлением  $R$  сразу после замыкания ключа.

2) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

$$\frac{\mathcal{E}^2 L}{2r^2} = \mathcal{Q} \quad (\mathcal{E} : \frac{\mathcal{E}}{2} = 0 \text{ В}) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 21. («Физтех», 2017, 11) В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, все элементы идеальные, ключ разомкнут, тока в цепи нет. Ключ на некоторое время замыкают, а затем размыкают. Заряд, протекший через катушку индуктивностью  $L$  при разомкнутом ключе, оказался в 3 раза больше заряда, протекшего через катушку при замкнутом ключе. После размыкания ключа в цепи выделилось количество теплоты  $Q$ .

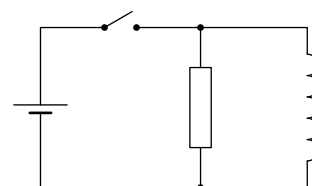


1) Найти ток, протекавший через резистор сразу после размыкания ключа.

2) Найти ток, протекавший через резистор перед размыканием ключа.

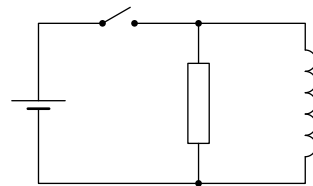
$$\frac{\mathcal{E}}{2r} \sqrt{\frac{L}{2}} = \mathcal{I} \quad (\mathcal{E} : \frac{\mathcal{E}}{2} \sqrt{\frac{L}{2}} = 0 \text{ В}) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 22. («Физтех», 2010) В цепи, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными. В начальный момент ключ разомкнут, ток в цепи отсутствует. Ключ на некоторое время замыкают, а потом размыкают. Оказалось, что после размыкания ключа в цепи выделилось в два раза больше теплоты, чем при замкнутом ключе. Найдите отношение заряда, протекшего через источник при замкнутом ключе, к заряду, протекшему через резистор после размыкания ключа.



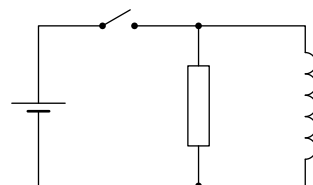
Э

ЗАДАЧА 23. («Физтех», 2010) В цепи, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными. В начальный момент ключ разомкнут, ток в цепи отсутствует. Ключ на некоторое время замыкают, а потом размыкают. Оказалось, что заряд, протекший через катушку при замкнутом ключе, в 4 раза больше заряда, протекшего через катушку после размыкания ключа. Найдите отношение теплоты, выделившейся в цепи после размыкания ключа, к теплоте, выделившейся в цепи при замкнутом ключе.



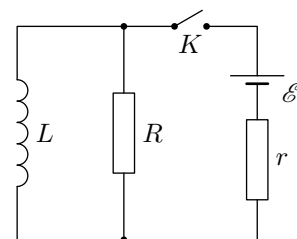
4

ЗАДАЧА 24. («Физтех», 2010) В цепи, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными. В начальный момент ключ разомкнут, ток в цепи отсутствует. Ключ на некоторое время замыкают, а потом размыкают. Оказалось, что заряд, протекший через источник при замкнутом ключе, в 4 раза больше заряда, протекшего через катушку после размыкания ключа. Найдите отношение теплоты, выделившейся в цепи после размыкания ключа, к теплоте, выделившейся в цепи при замкнутом ключе.



5

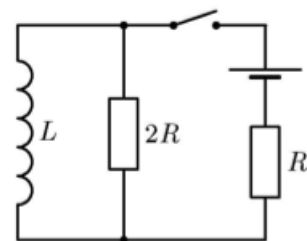
ЗАДАЧА 25. («Физтех», 2011) В цепи, показанной на рисунке, все элементы можно считать идеальными, параметры элементов указаны на рисунке. До замыкания ключа ток в цепи отсутствовал. Ключ замыкают на некоторое время, а затем размыкают. Оказалось, что величина тока через резистор  $R$  непосредственно перед размыканием ключа в три раза меньше, чем сразу после размыкания.



- 1) Найдите ток через резистор  $R$  сразу после замыкания ключа.
- 2) Найдите ток через катушку сразу после размыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

$$\frac{z(\mathcal{E}+r)}{z^2 T^6} = \partial (\mathcal{E} : \frac{\mathcal{E}+r}{z} = 0 T I (z : \frac{\mathcal{E}+r}{z} = 0 \mathcal{E} I (I$$

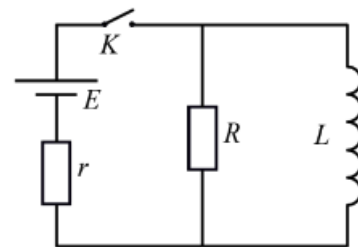
ЗАДАЧА 26. («Физтех», 2015) В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, все элементы идеальные, их параметры указаны. До замыкания ключа ток в цепи отсутствовал. Ключ на некоторое время замыкают, а затем размыкают. Сразу после замыкания ключа ток через резистор  $2R$  равен  $I_0$ . Сразу после размыкания ключа ток через этот же резистор равен  $2I_0$ .



- 1) Найдите количество теплоты, которое выделится в цепи после размыкания ключа.
- 2) Найдите ток, текущий через источник непосредственно перед размыканием ключа.
- 3) Найдите заряд, протекший через резистор  $2R$  при замкнутом ключе.

$$\frac{\mathcal{E}}{0 T} = b (\mathcal{E} : 0 T \frac{\mathcal{E}}{z} = I (z : 0 T T z = \partial (I$$

ЗАДАЧА 27. («Физтех», 2018, 11) В цепи, схема которой показана на рисунке, все элементы идеальные, их параметры указаны на схеме, причём  $R = 5r$ . Ключ  $K$  разомкнут, режим в цепи установился. Ключ замыкают на некоторое время, а затем размыкают. К моменту размыкания скорость роста силы тока в катушке индуктивности уменьшается в 1,5 раза.



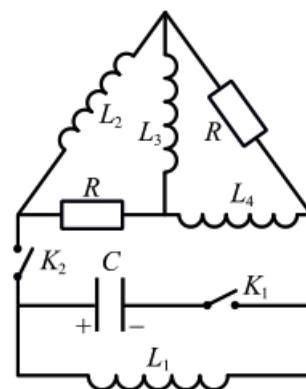
1) Найти скорость роста силы тока в катушке сразу после замыкания ключа.

2) Найти силу тока  $I_L$  через катушку непосредственно перед размыканием ключа.

3) Какое количество теплоты  $Q$  выделится в цепи после размыкания ключа?

$$\frac{z \cdot 48 \Gamma}{z \cdot 2 \Gamma} = \partial \left( \varepsilon : \frac{4 \varepsilon}{2} = \tau I \left( z : \frac{\tau 9}{2 \varepsilon} = 0^{-1} \right) \frac{3 \rho}{\tau I \rho} \right) \Gamma$$

ЗАДАЧА 28. («Физтех», 2019, 11) В цепи, схема которой показана на рисунке, все элементы идеальные, их параметры указаны, причём  $L_1 = L$ ,  $L_2 = 2L$ ,  $L_3 = 3L$ ,  $L_4 = 4L$ . Конденсатор ёмкостью  $C$  заряжен до напряжения  $U_0$ , ключи разомкнуты, режим в цепи установился. Ключ  $K_1$  замыкают. Когда напряжение на конденсаторе уменьшается в 3 раза, замыкают ключ  $K_2$ .



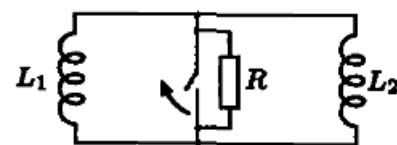
1. Найти ток  $I_0$  через  $L_1$  непосредственно перед замыканием ключа  $K_2$ .

2. Найти напряжение на конденсаторе  $C$  в установившемся режиме после замыкания ключа  $K_2$ .

3. Какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа  $K_2$ ?

$$\frac{0 \Omega \Omega \frac{06}{14}}{z \Omega \Omega \frac{06}{14}} = \partial \left( \varepsilon : 0 = \rho \Omega \left( z : \frac{\tau}{2 \varepsilon} \right) \wedge 0 \Omega \frac{\varepsilon}{z} = 0 \Gamma \right) \Gamma$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2003, ОЭ, 11) Две катушки индуктивности включены в цепь (рис.). В начальном состоянии ключ замкнут, ток через него и катушку  $L_1$  равен  $I_0$ , ток через катушку  $L_2$  отсутствует. Какое количество теплоты выделится на резисторе  $R$  при размыкании ключа? Сопротивлением катушек в данном процессе можно пренебречь.

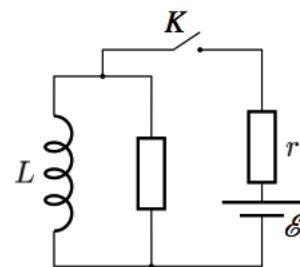


$$\frac{(z \Gamma + 1 \Gamma) z}{0 \Gamma z \Gamma 1 \Gamma} = \partial$$



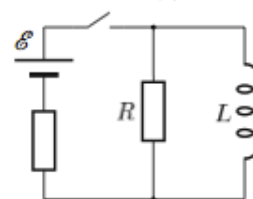
ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2009, РЭ, 11) Электрическая схема (рис.) состоит из источника постоянного тока с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ , индуктивности  $L$  и сопротивления неизвестной величины.

Ключ  $K$  в схеме сначала замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасённой индуктивностью, достигает максимума. Какое количество теплоты выделится в схеме после размыкания ключа?



$$\frac{\tau \cdot \mathcal{E}}{\tau \cdot \mathcal{E}} = 0$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 2009, финал, 11) В схеме на рисунке параметры всех элементов заданы. В начальном состоянии, когда ключ был разомкнут, ток в цепи, содержащей индуктивность  $L$ , отсутствовал. Ключ замыкают на некоторое время, а затем снова размыкают. Известно, что за время, пока ключ был замкнут, через индуктивность протёк заряд  $q_0$ . За всё время после размыкания ключа в схеме выделилось количество теплоты  $Q_0$ .

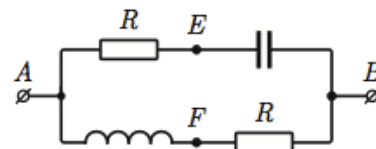


Предполагая идеальными все элементы цепи, определите:

- 1) силу тока  $I_0$ , протекающего через индуктивность непосредственно перед размыканием ключа;
- 2) заряд  $q_1$ , протекший через резистор  $R$  за время, пока ключ был замкнут;
- 3) заряд  $q_2$ , протекший через резистор  $R$  после того как ключ был разомкнут;
- 4) работу  $A$ , совершённую источником постоянного тока в течение всего процесса;
- 5) количество теплоты  $Q$ , выделившееся в схеме, пока ключ был замкнут.

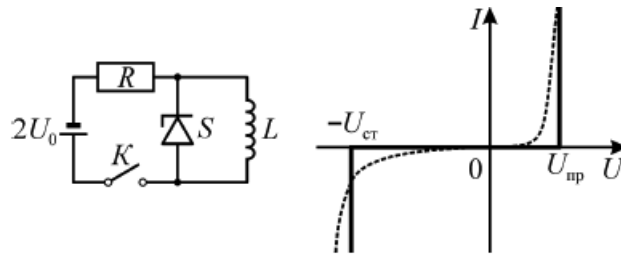
$$0\mathcal{O} - \mathcal{V} = \mathcal{O} : (1b + 0b)\mathcal{P} = \mathcal{V} : \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{O}T} = \tau b = 1b : \frac{T}{\mathcal{O}\mathcal{Z}} \wedge = 0I$$

ЗАДАЧА 32. (МОШ, 2019, 11) В цепи, изображённой на рис., сопротивление каждого из резисторов равно  $R$ . Выводы  $A$  и  $B$  цепи на время  $t_0$  подключают к идеальному источнику с ЭДС  $\mathcal{E}$ . Индуктивность катушки и ёмкость конденсатора подобраны таким образом, что при подключенном источнике в любой момент времени разность потенциалов точек  $E$  и  $F$  равна нулю. Определите заряд, протекающий через источник за время  $t_0$ . Если за время подключения источника в резисторах суммарно выделяется количество теплоты  $Q$ , то какое количество теплоты выделится в одном резисторе после отключения источника?



$$\frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{O}} - \frac{\mathcal{H}\mathcal{Z}}{\mathcal{O}_T\mathcal{Z}\mathcal{P}} = 1\mathcal{O} : \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{O}_T\mathcal{P}} = b$$

ЗАДАЧА 33. (МОШ, 2017, 11) Из батарейки с ЭДС  $2U_0$ , резистора с сопротивлением  $R$ , которое намного больше внутреннего сопротивления батарейки, идеальной катушки индуктивностью  $L$ , стабилитрона  $S$  и ключа  $K$  собрали цепь, схема которой изображена на левом рисунке. Стабилитрон — это полупроводниковый элемент, подобный диоду, который при подключении в прямом направлении открывается (начинает проводить ток) при напряжении  $U_{пр}$ , а при подключении в обратном направлении — открывается при напряжении стабилизации  $U_{ст}$ . Идеализированная вольт-амперная характеристика (ВАХ) стабилитрона показана на рисунке справа сплошной жирной линией, а реальная ВАХ обозначена пунктирной линией. У используемого в данной цепи стабилитрона  $U_{пр} = U_0$ ,  $U_{ст} = 10U_0$ , а его ВАХ можно считать идеализированной.



Ключ в цепи замыкают, ждут некоторое время и размыкают в тот момент, когда напряжение на резисторе составляет  $3U_0/2$ .

- 1) Найдите силу тока, текущего через резистор сразу после замыкания ключа.
- 2) Определите заряды, протекающие через стабилитрон при замкнутом и разомкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в стабилитроне за всё время?

$$\frac{\tau_{\text{ст}}}{L} = \tau_{\text{пр}} \left( \varepsilon : \frac{\tau_{\text{ст}}}{L} = \tau_{\text{пр}} : \frac{\tau_{\text{ст}}}{L} = \tau_{\text{пр}} \left( \tau : \frac{\tau_{\text{ст}}}{L} = \tau_{\text{пр}} \right) \right)$$