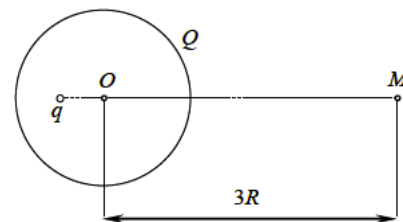


Проводящие сферы

ЗАДАЧА 1. Металлическая сфера радиуса R имеет заряд q . Найдите потенциал поля этого заряда в центре сферы. Чему тогда равен потенциал сферы?

$$\frac{U}{b^2} = \phi$$

ЗАДАЧА 2. (МОШ, 2016, 11) Внутри проводящей сферы радиусом R , несущей заряд Q , на расстоянии $R/2$ от её центра O находится точечный заряд q . Найдите потенциал ϕ в точке M . Точка M , центр сферы O и заряд q лежат на одной прямой. Найдите заряды внутренней и внешней поверхностей сферы. Распределён ли заряд на внутренней поверхности равномерно или неравномерно? А на внешней? Качественно изобразите вид силовых линий электрического поля.



$$\frac{U}{(b+Q)} = \phi; \text{ см. конспект}$$

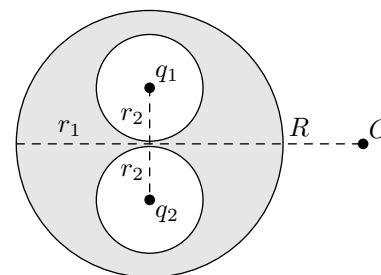
ЗАДАЧА 3. Точечный заряд q расположен на расстоянии r от центра проводящей незаряженной сферы радиуса R . Найдите потенциал сферы в случаях $r > R$ и $r < R$.

$$\frac{U}{kq} = \phi \text{ если } r > R; \text{ если } r < R, \text{ то } \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

ЗАДАЧА 4. Точечный заряд q расположен на расстоянии r от центра проводящей сферы радиуса R . Заряд сферы равен Q . Найдите потенциал сферы в случаях $r > R$ и $r < R$.

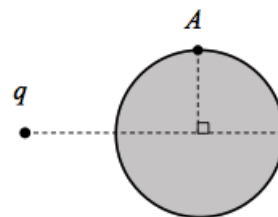
$$\frac{U}{k(Q+q)} = \phi \text{ если } r > R; \text{ если } r < R, \text{ то } \phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

ЗАДАЧА 5. (Диагн. работа в формате ЕГЭ, 2013) Внутри незаряженного металлического шара радиусом $r_1 = 40$ см имеются две сферические полости радиусами $r_2 < r_1/2$, расположенные таким образом, что их поверхности почти соприкасаются в центре шара. В центре одной полости поместили заряд $q_1 = +1$ нКл, а затем в центре другой — заряд $q_2 = +2$ нКл (см. рисунок). Найдите модуль и направление вектора напряжённости \vec{E} электростатического поля в точке O , находящейся на расстоянии $R = 1$ м от центра шара на серединном перпендикуляре к отрезку, соединяющему центры полостей.



$$E = \frac{k(q_1 + q_2)}{R^2} = 27 \text{ В/м}; \text{ вектор направлен от центра шара к точке } O$$

ЗАДАЧА 6. (МОШ, 2018, 11) Вблизи незаряженного проводящего шара радиусом R расположен точечный заряд q на расстоянии $2R$ от центра шара, как показано на рисунке. На какую величину $\Delta\varphi_A$ изменится потенциал точки (пространства) A , если шар удалить на бесконечность?



$$\left(\frac{\varepsilon}{1} - \frac{\varepsilon^{\wedge}}{1}\right) \frac{q}{4\pi R^2} = \Delta\varphi_A$$

ЗАДАЧА 7. Имеются две концентрически расположенные проводящие сферы. Внутренняя сфера имеет радиус R_1 и заряд q_1 ; внешняя сфера имеет радиус R_2 и заряд q_2 . Найдите потенциалы сфер.

$$\frac{q_1}{4\pi R_1^2} = \tau_1, \frac{q_2}{4\pi R_2^2} = \tau_2, \frac{q_1}{4\pi R_2^2} + \frac{q_2}{4\pi R_2^2} = \tau_2$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2013) Проводящий шарик радиусом R с зарядом Q имеет потенциал $\varphi_1 = 400$ В. Каким станет потенциал φ_2 шарика, если он окажется внутри полого проводящего шара с радиусами сферических поверхностей $4R$ и $5R$ и зарядом $4Q$? Центры заряженного шарика и полого шара совпадают.

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{R}{4R} = 100 \text{ В}$$

ЗАДАЧА 9. («Курчатов», 2016, 10) Точечный заряд $q = 10$ нКл помещён на расстоянии $L = 1$ м от центра проводящего заземлённого шара радиусом $R = 20$ см. Найдите заряд шара Q .

$$Q = -q \frac{R}{L} = -2 \text{ нКл}$$

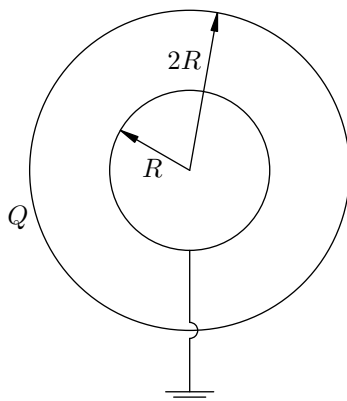
ЗАДАЧА 10. На расстоянии a от центра заземлённой проводящей сферы радиуса R расположен точечный заряд q . Чему равен заряд сферы?

$$Q = -q \frac{R}{a} \text{ если } a < R, \text{ и } Q = 0 \text{ если } a > R$$

ЗАДАЧА 11. Проводящая сфера радиуса R имеет заряд q . Сферу окружают концентрической сферической проводящей оболочкой радиуса $3R$. Чему станет равен потенциал сферы, если заземлить оболочку?

$$\frac{q}{4\pi R^2} = \tau$$

ЗАДАЧА 12. Проводящую сферу радиуса R окружают концентрической сферической проводящей оболочкой радиуса $2R$, несущей заряд Q . Чему станет равен потенциал оболочки после заземления сферы (см. рисунок)?



$$\frac{\partial V}{\partial Q} = \phi$$

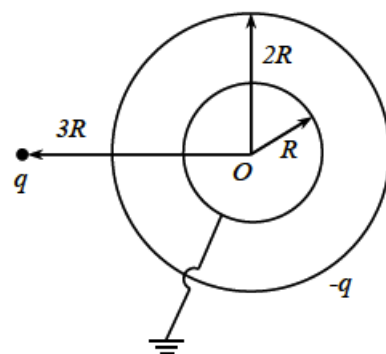
ЗАДАЧА 13. Металлический шар радиуса r , имеющий потенциал φ , окружают сферической проводящей оболочкой радиуса R . Найдите потенциал шара после того, как он будет на некоторое время соединён с оболочкой.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} = \phi$$

ЗАДАЧА 14. Два небольших проводящих заряженных шара радиусом r расположены на расстоянии a друг от друга. Шары поочерёдно на некоторое время заземляют. Определите потенциал шара, который был заземлён первым, если первоначально каждый шар имел заряд q .

$$\left(\frac{a^2}{r^2} - 1 \right) \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} = \phi$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2017, 11) Система состоит из двух концентрических проводящих сфер — внутренней радиусом R , внешней радиусом $2R$ — и точечного заряда q ($q > 0$), который находится на расстоянии $3R$ от точки O . Внешняя сфера имеет заряд $-q$. Внутреннюю сферу заземляют (см. рис.).



1) Чему равен заряд, индуцируемый на поверхности внутренней сферы?

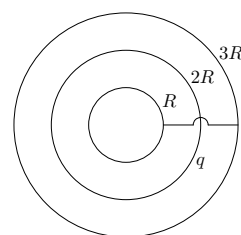
2) Какой заряд индуцируется на внутренней поверхности сферы радиусом R ?

3) Какой заряд индуцируется на внутренней поверхности сферы радиусом $2R$? Как он распределится: равномерно или неравномерно?

$$\text{ондммонвд } q/b - \epsilon_0 (z; q/b) \text{ (1) } q/b; (2) 0; (3) -q/6, \text{ равномерно}$$

ЗАДАЧА 16. Три концентрические проводящие сферы имеют радиусы R , $2R$ и $3R$. Заряд средней сферы равен q . Внутренняя и внешняя сферы не заряжены, и их на некоторое время соединяют проволокой. Какой заряд пройдёт по проволоке?

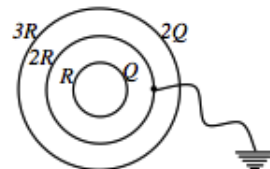
$$\frac{q}{5}$$



ЗАДАЧА 17. («Росатом», 2013, 11) Три металлические концентрические сферы имеют радиусы R , $2R$ и $4R$. Меньшую сферу заряжают зарядом Q , большую — зарядом $-3Q$, а среднюю заземляют с помощью длинного и тонкого проводника. Найти потенциал большей сферы. Ёмкостью проводника пренебречь.

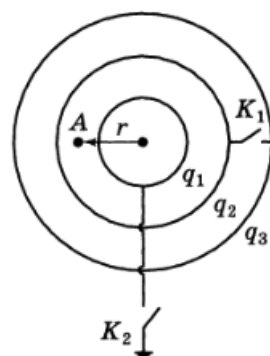
$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial q} = \phi$$

ЗАДАЧА 18. («Росатом», 2012, 11) Три металлических концентрических сферы имеют радиусы R , $2R$ и $3R$. Меньшую сферу заряжают зарядом Q , большую — зарядом $2Q$, а среднюю заземляют с помощью проводника малой ёмкости. Найти потенциал меньшей сферы после установления равновесия.



$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial q} = \phi$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 1996, финал, 10) Три концентрические металлические сферы 1, 2, 3, радиусы которых связаны соотношением $r_1 < r_2 < r_3$, имеют соответственно заряды q_1, q_2, q_3 (рис.). Найдите потенциал поля в некоторой точке A , расположенной между сферами 1 и 2 на расстоянии r от центра сфер в следующих случаях:



- ключи K_1 и K_2 разомкнуты;
- после замыкания ключа K_1 ;
- после замыкания ключа K_2 при замкнутом ключе K_1 .

$$\frac{\epsilon_1}{r_1} \left(\frac{\epsilon_1}{r_1} - \frac{\epsilon_2}{r_2} - \frac{\epsilon_3}{r_3} \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) \frac{\epsilon_1}{(\epsilon_2 b + \epsilon_3 a)q} = \phi \quad (\epsilon)$$

$$\frac{\epsilon_1}{(\epsilon_2 b + \epsilon_3 a)q} + \frac{\epsilon_2}{r_2 q} - \frac{1}{r_3 q} = \phi \quad (\zeta); \quad \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2 b q} + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_3 a q} + \frac{1}{r_3 q} = \phi \quad (\Gamma)$$

ЗАДАЧА 20. Две концентрические проводящие незаряженные сферы имеют радиусы R и $3R$. На расстоянии $2R$ от центра сфер расположен точечный заряд q . Какие заряды окажутся на сферах, если их соединить тонкой проволокой?

$$\frac{q}{b} \text{ на внутренней сфере, } -\frac{q}{b} \text{ на внешней сфере}$$

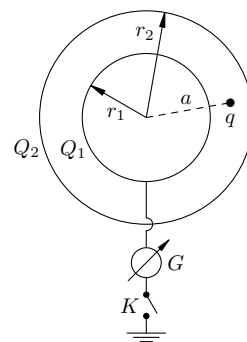
ЗАДАЧА 21. Имеются три концентрические проводящие сферы радиусов R , $2R$ и $3R$. Среднюю сферу заряжают зарядом q , а внутреннюю и внешнюю сферы заземляют. Какие заряды появятся на внутренней и внешней сферах?

$$-\frac{q}{3} \text{ на внутренней сфере, } -\frac{q}{3} \text{ на внешней сфере}$$

ЗАДАЧА 22. Имеются две концентрические проводящие сферы радиусов R и $3R$. На расстоянии $2R$ от центра сфер расположен точечный заряд q . Какие заряды появятся на сферах после их заземления?

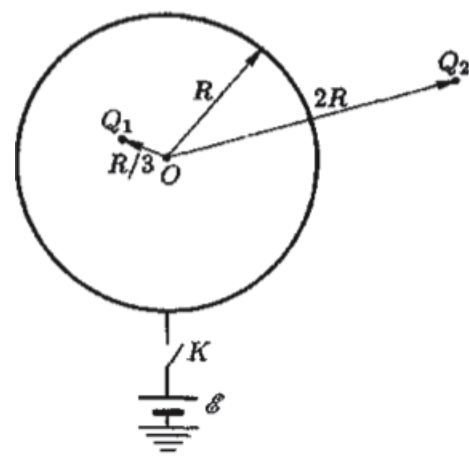
$$-\frac{q}{3} \text{ на внутренней сфере, } -\frac{q}{3} \text{ на внешней сфере}$$

Задача 23. (МФТИ, 2005) Между двумя концентрически расположенными проводящими сферами с радиусами r_1 и r_2 и зарядами Q_1 и Q_2 расположен точечный заряд q на расстоянии a от центра сфер (см. рисунок). Какой заряд протечёт через гальванометр G после замыкания ключа K , приводящего к заземлению внутренней сферы?



$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon_0$$

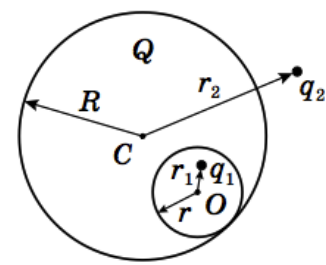
Задача 24. (Всеросс., 2006, ОЭ, 11) Внутри тонкостенной незаряженной проводящей сферы радиусом R находится точечный заряд Q_1 на расстоянии $R/3$ от центра сферы O (рис.). Снаружи сферы находится точечный заряд Q_2 на расстоянии $2R$ от центра сферы. Сфера расположена на расстоянии от Земли значительно большем R и соединена с Землёй через источник с ЭДС \mathcal{E} и ключ K . Потенциал Земли примите равным нулю.



- 1) Найдите потенциал φ в центре сферы при разомкнутом ключе K .
- 2) Найдите заряд Q сферы после замыкания ключа K и наступления равновесия.

$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon_0$$

Задача 25. (Всеросс., 2018, финал, 10) Проводящий шар радиусом R имеет сферическую полость радиусом r , касающуюся наружной поверхности шара. Заряд шара равен Q . В полости, на расстоянии r_1 от её центра, находится точечный заряд q_1 . Вне шара, на расстоянии r_2 от его центра, находится точечный заряд q_2 .



- 1) Найдите потенциал $\varphi_{ш}$ шара.
 - 2) Найдите потенциал φ_O в центре O полости.
- Потенциал бесконечно удаленных точек примите равным нулю.

$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon_0$$

Ответ к задаче 2

