

## Продольное увеличение

Увеличение  $\Gamma$ , с которым вы постоянно имели дело в предыдущем листке «[Формула линзы](#)», называется ещё *поперечным увеличением* линзы; в самом деле, величина  $\Gamma$  показывает, во сколько раз меняются размеры изображения в направлении, перпендикулярном главной оптической оси. В некоторых ситуациях важно знать также *продольное увеличение*, которое показывает, во сколько раз меняется размер изображения *вдоль* главной оптической оси линзы.

**ЗАДАЧА 1.** Имеется собирающая линза с фокусным расстоянием  $f$ . Точки  $A_1$  и  $A_2$  расположены по одну сторону от линзы на главной оптической оси на расстояниях  $3f$  и  $4f$  от линзы. Точки  $B_1$  и  $B_2$  являются изображениями точек  $A_1$  и  $A_2$ .

- 1) Вычислите продольное увеличение  $\gamma = \frac{B_1 B_2}{A_1 A_2}$ .
- 2) Найдите поперечные увеличения  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  для точек  $A_1$  и  $A_2$ .
- 3) Убедитесь, что  $\gamma = \Gamma_1 \Gamma_2$ .

**ЗАДАЧА 2.** Покажите, что для любой линзы и для любого отрезка, расположенного на главной оптической оси линзы (и не пересекающего фокальную плоскость в случае собирающей линзы) отношение длины изображения отрезка к длине самого отрезка равно произведению поперечных увеличений на концах отрезка. В частности, при малой длине отрезка *продольное увеличение равно квадрату поперечного*.

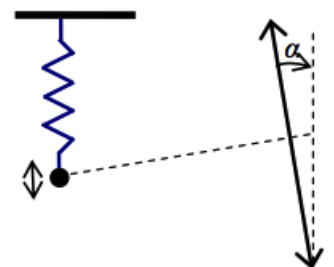
**ЗАДАЧА 3.** Есть другой полезный способ вывести формулу  $\gamma = \Gamma^2$ . Пусть источник движется вдоль главной оптической оси. Тогда  $a$  и  $b$  — функции времени. Продифференцируйте по времени формулу линзы

$$\frac{1}{a(t)} + \frac{1}{b(t)} = \frac{1}{f}.$$

**ЗАДАЧА 4.** («*Покори Воробьёвы горы!*», 2018, 10–11) Нить лампочки накаливания длиной  $l$  размещена вдоль главной оптической оси тонкой собирающей линзы с  $|F| \gg l$ . Изображение нити имеет 5-кратное увеличение. Каким станет увеличение, если нить повернуть на  $90^\circ$ , не меняя её положения?

$$\frac{a}{l} = \Gamma$$

**ЗАДАЧА 5.** («*Покори Воробьёвы горы!*», 2018, 10–11) Маленький груз совершает малые вертикальные гармонические колебания на пружине. Амплитуда колебаний равна  $x_m$ . За этими колебаниями наблюдают через тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F \gg x_m$ . Линза отклонена от вертикали на «не слишком большой» угол  $\alpha$ , а её главная оптическая ось проходит через положение равновесия груза. Найти амплитуду колебаний изображения груза, если расстояние от точки равновесия груза до линзы  $a = \frac{3}{2}F$ .



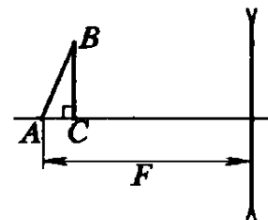
$$\frac{v}{z} \sin \varepsilon + \frac{1}{f} \wedge u x z = \frac{u}{x}$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1994) На главной оптической оси положительной линзы лежит булавка так, что её середина находится на двойном фокусном расстоянии от линзы. С каким увеличением изображается булавка, если её длина втрое меньше фокусного расстояния линзы?

$$\frac{y_2}{y_1} = k$$

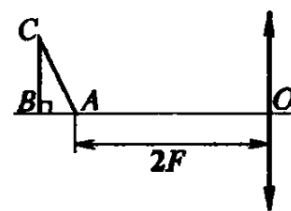
ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1993) Площадь изображения треугольника  $ABC$  в 4,5 раза меньше площади самого треугольника. Определить, с каким увеличением  $\Gamma$  изображается сторона  $BC$ , если точка  $A$  лежит в фокусе рассеивающей линзы (см. рисунок).

$$\frac{y_2}{y_1} = \Gamma$$



ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 1993) Линза создаёт изображение прямоугольного треугольника, катет  $AB$  которого лежит на главной оптической оси (см. рисунок). Площадь изображения треугольника в 9 раз меньше площади самого треугольника. Найти, с каким увеличением изображается катет  $BC$ , если точка  $A$  лежит на двойном фокусном расстоянии от линзы.

$$\frac{y_2}{y_1} = \Gamma$$



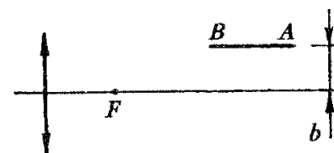
ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 2008) Сторона  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  (угол  $C$  — прямой) расположена на оптической оси собирающей линзы, причём расстояние от линзы до точки  $A$  в два раза больше фокусного расстояния линзы. Линза создаёт действительное изображение треугольника. Площадь изображения составляет  $1/4$  площади треугольника  $ABC$ . С каким увеличением изображается сторона  $BC$ ?

$$\Gamma = 1/2$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 2008) Сторона  $AB$  квадрата  $ABCD$  расположена на оптической оси собирающей линзы, причём расстояние от линзы до точки  $A$  в два раза больше фокусного расстояния линзы. Линза создаёт действительное изображение квадрата. Площадь изображения в 3 раза больше площади квадрата  $ABCD$ . С каким увеличением изображается сторона  $BC$ ?

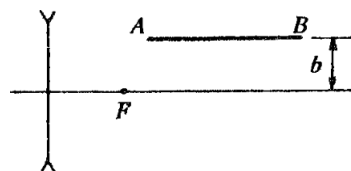
$$\Gamma = 3$$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 1991) Спичка расположена на прямой, параллельной главной оптической оси тонкой положительной линзы, так, что её ближний конец  $B$  находится на расстоянии  $a = 81$  мм от плоскости линзы (см. рисунок). Расстояние между главной оптической осью линзы и спичкой  $b = 9$  мм. Известно, что длина изображения спички в линзе в два раза меньше длины самой спички. Найти длину спички, если фокусное расстояние линзы  $F = 40$  мм.



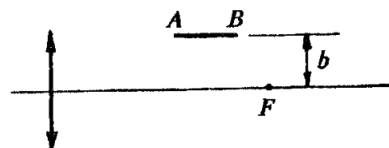
$$39 \text{ мм}$$

Задача 12. (МФТИ, 1991) Булавка расположена на прямой, параллельной главной оптической оси тонкой отрицательной линзы, так, что её ближний конец  $A$  находится на расстоянии  $d = 19$  мм от плоскости линзы (см. рисунок). Расстояние между главной оптической осью линзы и булавкой  $b = 8$  мм. Известно, что длина изображения булавки в линзе в 8 раз меньше длины самой булавки. Найти длину булавки, если фокусное расстояние линзы  $F = 15$  мм.



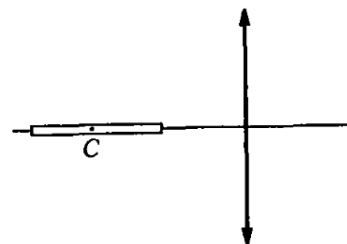
26 мм 92

Задача 13. (МФТИ, 1991) Граммофонная игла расположена на прямой, параллельной главной оптической оси тонкой собирающей линзы, так, что её ближний конец  $A$  находится на расстоянии  $d = 8$  см от плоскости линзы (см. рисунок). Расстояние между главной оптической осью линзы и иглой  $b = 5$  см. Известно, что длина изображения иглы в линзе в 13 раз больше длины самой иглы. Найти длину иглы, если фокусное расстояние линзы  $F = 12$  см.



1 см 1

Задача 14. (МФТИ, 1994) На главной оптической оси линзы с фокусным расстоянием  $F = 10$  см лежит спичка (см. рисунок). Линза создаёт действительное изображение спички с увеличением  $\Gamma_1 = 25/3$ . Если спичку повернуть на  $90^\circ$  вокруг её середины (точка  $C$ ), то она будет изображаться с увеличением  $\Gamma_2 = 2,5$ . Определить длину спички.



$$l = 2F \sqrt{\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} - \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}} = 4 \text{ см}$$

Задача 15. (МФТИ, 1994) На главной оптической оси положительной линзы с фокусным расстоянием 5 см лежит спица. Линза создаёт действительное изображение спицы. Спицу передвинули параллельно самой себе и перпендикулярно главной оптической оси на расстояние  $h$ . При этом длина изображения спицы увеличилась в 1,2 раза. Найти  $h$ .

3,3 см 7