

Плоское зеркало

Отражение лучей

В некоторых задачах достаточно подсчитывать углы, пользуясь законом отражения света.

ЗАДАЧА 1. (Катафот) Угловой отражатель образован двумя перпендикулярными зеркалами. На него падает луч света. Докажите, что после двукратного отражения (в обоих зеркалах) луч окажется параллелен падающему.

ЗАДАЧА 2. (Секстант) Угловой отражатель образован двумя зеркалами, образующими острый угол α . На него падает луч света. Известно, что после двух отражений луч пересёкся с падающим. Под каким углом?

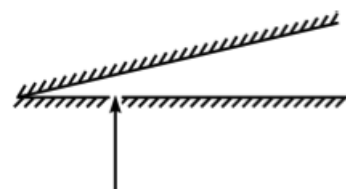
Угол не равен 2α

ЗАДАЧА 3. (МОШ, 2006, 9) В секстанте, который позволяет определять угол φ возвышения Солнца над горизонтом в полдень и, таким образом, широту местности, используются два плоских зеркала, от которых свет поочерёдно отражается и угол α между которыми регулируется. Изображение Солнца в этих зеркалах при измерениях с помощью секстанта необходимо совместить с линией горизонта, подбирая угол α . Найдите связь угла α с углом φ и объясните, почему использование секстанта сильно упрощает задачу нахождения угла φ , особенно при качке корабля.

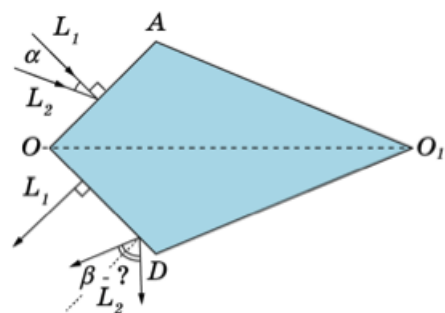
$\alpha = \varphi$

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 2012, 9) Два зеркала сложены под углом 7° . Школьник Станислав направил через маленькое отверстие в одном из зеркал луч лазерной указки перпендикулярно этому зеркалу. Сколько всего отражений испытает луч от этих зеркал?

12

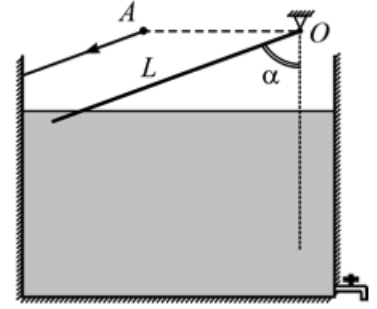


ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2019, РЭ, 9) Основание стеклянной призмы форму четырёхугольника OAO_1D (см. рисунок). Угол AOD — прямой. Призма симметрична относительно плоскости, содержащей OO_1 и перпендикулярной основанию. Луч L_1 нормально падает на грань OA и после отражений на гранях DO_1 и AO_1 выходит через грань OD так же под прямым углом к ней. Луч L_2 падает на грань OA под углом α к нормали. Под каким углом β относительно нормали к грани OD он выйдет из призмы после отражений на гранях DO_1 и AO_1 ? Все лучи перпендикулярны к граням призмы лежат в плоскости OAO_1D .



$\beta = \alpha$

Задача 6. (МОШ, 2015, 10) Отличник Тимофей уравновесил тонкую однородную палочку, прикрепленную одним концом к шарниру, опустив другой её конец в вертикальный сосуд с жидкостью. При этом палочка находилась в равновесии, располагалась под углом α к вертикали и была погружена в жидкость на $1/n$ часть своей длины. Площадь горизонтального поперечного сечения сосуда S , длина палочки L , плотность её материала ρ . Стенки сосуда и поверхность палочки посеребрены.



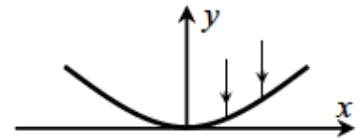
В некоторой точке A над поверхностью жидкости, на одной высоте с точкой крепления палочки, экспериментатор Тимофей расположил выходное окно лазерной указки и направил от неё на стенку сосуда узкий световой луч, идущий параллельно палочке. Этот луч, распространяясь только в воздухе, отразился от стенки сосуда, затем отразился от палочки, и вернулся обратно в точку A . Но тут «добрая» подруга Анфиса решила привлечь внимание Тимофея и приоткрыла кран, через который жидкость начала медленно выливаться из сосуда. Тимофей сначала рассердился, но быстро успокоился, так как понял, что через некоторое время луч все равно вернётся в точку A — главное, вовремя закрыть кран! Какую массу жидкости следует вылить из сосуда для того, чтобы при неизменном угле падения света на стенку сосуда луч света, испущенный из точки A , распространяясь только в воздухе, опять вернулся в эту точку?

$$\text{Если } \alpha < \frac{\pi}{4}, \text{ то } m \text{ от } \frac{L}{n} \text{ до } \frac{L}{n} \text{ и } \sin \alpha = \cos \alpha; \text{ если } \alpha \geq \frac{\pi}{4}, \text{ то решение не существует.}$$

Задача 7. (МОШ, 2012, 11) Летом в ясный солнечный день школьник вышел во двор своего дома с прямоугольным зеркальцем в руках. Поймав зеркальцем солнечный свет, он направил зайчик перпендикулярно на неосвещённую стену дома и стал постепенно отходить от неё. Оказалось, что вначале зайчик имел квадратную форму со стороной $d = 5$ см, а потом его края стали размываться, и он постепенно стал практически круглым, с небольшим размытием по краям. Пренебрегая явлением дифракции, объясните наблюдаемый эффект и оцените, при каком расстоянии L от стены ширина размытой области на краю зайчика станет менее 10% от диаметра его ярко освещённой круглой части. Размер зеркальца 5×7 см, угловой размер Солнца $\varphi \approx 0,01$ радиана.

$$L \approx \frac{d}{\varphi} < 7$$

Задача 8. («Росатом», 2016, 11) Зеркало образовано вращением параболы $y = 2x^2$ вокруг оси y (параболическое зеркало). На зеркало параллельно оси y падают два луча: один на некотором расстоянии x , второй — на расстоянии $2x$ от оси y . Какой из лучей после отражения от поверхности зеркала пересечет ось y ближе к вершине параболы и на сколько? Найти расстояние от вершины параболы до точки пересечения этого луча с осью y .



$$\text{Оба луча пересекутся в точке } (0, \frac{8}{3})$$

Изображение в зеркале. Область видимости

При решении ряда задач нужно использовать изображение S' источника света S — точку, симметричную точке S относительно плоскости зеркала. Важно понимать, что луч, идущий к зеркалу от источника S , после отражения идёт так, как будто бы он испущен из S' .

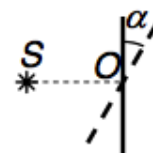
Область видимости изображения S' — это часть пространства, которая освещается лучами

источника S после отражения от зеркала (иными словами, это та область, из которой можно увидеть S'). Область видимости заключена между зеркалом и лучами с началом в S' , идущими через края зеркала.

Указанные соображения позволяют заменить зеркало точкой S' вкуче с её областью видимости.

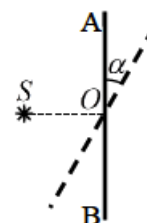
ЗАДАЧА 9. (*Снова катафот*) Угловой отражатель образован двумя перпендикулярными зеркалами. Покажите, что источник света S имеет в данной системе зеркал три изображения — два *первичных* и одно *вторичное*. Почему эти изображения так называются?

ЗАДАЧА 10. («Росатом», 2011, 2013, 11) Точечный источник света находится на расстоянии d от зеркала. Зеркало повернули на угол $\alpha = \arcsin(1/2)$ вокруг оси, перпендикулярной чертежу и проходящей через точку O (повёрнутое зеркало показано пунктиром). Найти перемещение изображения.



$$p = d \sin \alpha$$

ЗАДАЧА 11. («Росатом», 2018, 11) Точечный источник света S находится на расстоянии $d = 15$ см от зеркала АВ (см. рисунок). Зеркало вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через основание перпендикуляра, опущенного из источника на зеркало (через точку O). Найти мгновенную скорость и мгновенное ускорение изображения источника в зеркале в тот момент, когда зеркало повернулось на угол $\alpha = 30^\circ$ по сравнению с первоначальным положением. Угловая скорость вращения зеркала $\omega = 1$ рад/с.



$$v = d \omega \sin \alpha$$

ЗАДАЧА 12. (*МФТИ, 1996*) Лампочка настольной лампы находится на расстояниях $L_1 = 0,6$ м от поверхности стола и $L_2 = 1,8$ м от потолка. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света. На столе лежит осколок плоского зеркала в форме треугольника со сторонами 5 см, 6 см и 7 см.

- 1) На каком расстоянии от потолка находится изображение нити накала лампочки в зеркале?
- 2) Найти форму и размеры «зайчика», полученного от осколка зеркала на потолке.

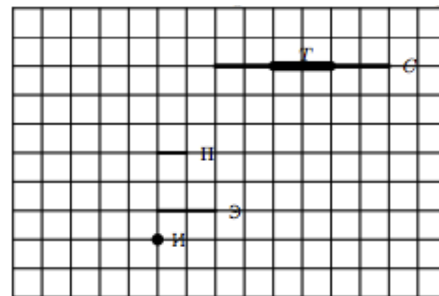
$$x = L_1 + L_2 = 2,4 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 13. («Курчатов», 2015, 9–10) В прямоугольной комнате на одной из стен висит картина, а на другой — плоское зеркало (см. рисунок). Из какой точки комнаты (A , B или C) можно полностью увидеть отражение картины в зеркале?



$$A$$

Задача 14. (МОШ, 2015, 9–11) Маленькая лампочка И отделена от стены С непрозрачным экраном Э (вид сверху показан на рисунке). Как надо расположить плоское зеркало, чтобы предмет П отбрасывал на стену тень Т, а остальная часть стены была освещена? Перерисуйте рисунок к себе в работу, нарисовав дополнительно зеркало. Постарайтесь использовать зеркало как можно меньшего размера.



См. конец листка

Задача 15. (МОШ, 2007, 9) Длинное наклонное зеркало соприкасается с горизонтальным полом и наклонено под углом α к вертикали (см. рисунок). К зеркалу приближается школьник, глаза которого расположены на высоте h от уровня земли. На каком максимальном расстоянии от нижнего края зеркала школьник увидит:



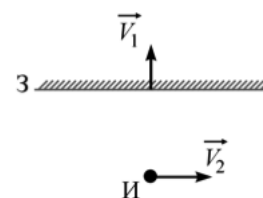
- а) изображение своих глаз?
- б) своё изображение полностью, во весь рост?

$$x = \begin{cases} 0, & \text{если } \alpha \leq 45^\circ \\ h \operatorname{ctg} 2\alpha, & \text{если } \alpha > 45^\circ \end{cases} \quad \text{а) } x = h \operatorname{ctg} \alpha$$

Задача 16. (Всеросс., 2014, МЭ, 9–10) Под настольной лампой, находящейся на высоте $h = 1$ м над поверхностью стола, по столу проложены прямые рельсы (проходящие строго под лампой). По ним со скоростью $v = 1$ м/с катится маленькая тележка с лежащим на ней горизонтально зеркальцем. С какой скоростью u бежит светлое пятнышко по потолку? Высота потолка над поверхностью стола равна $H = 2$ м.

$$u = v \frac{H}{h} = 2$$

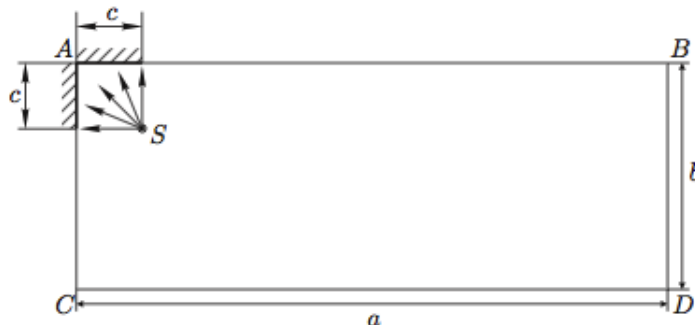
Задача 17. (Всеросс., 2015, МЭ, 9–11) По комнате движутся во взаимно перпендикулярных направлениях школьница Ирина и шкаф на колёсиках, причём шкаф удаляется от Ирины. На шкафу расположено плоское зеркало, в котором Ирина видит своё изображение. Скорости шкафа и Ирины относительно комнаты равны соответственно $v_1 = 1,5$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Найдите модуль скорости изображения Ирины



- а) относительно зеркала;
- б) относительно комнаты;
- в) относительно Ирины.

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = 2,5$$

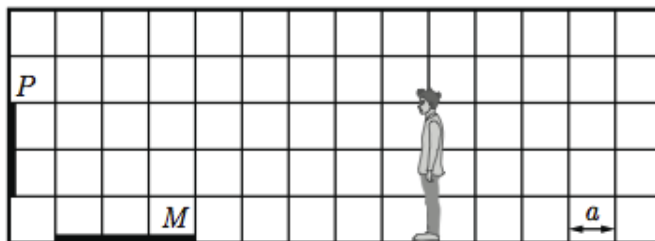
ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) В углу прямоугольной комнаты размерами $a \times b \times H = 9 \text{ м} \times 3,5 \text{ м} \times 4 \text{ м}$ на стенах висят два высоких зеркала от пола до потолка шириной $c = 1 \text{ м}$ каждое, вплотную прижатые друг к другу. На расстоянии c от зеркал находится яркий точечный источник, такой, что свет от него попадает только на зеркала (см. рисунок).



Существуют ли в комнате участки стен, на которые не попадает свет? Если да, то какова площадь неосвещённой части стен?

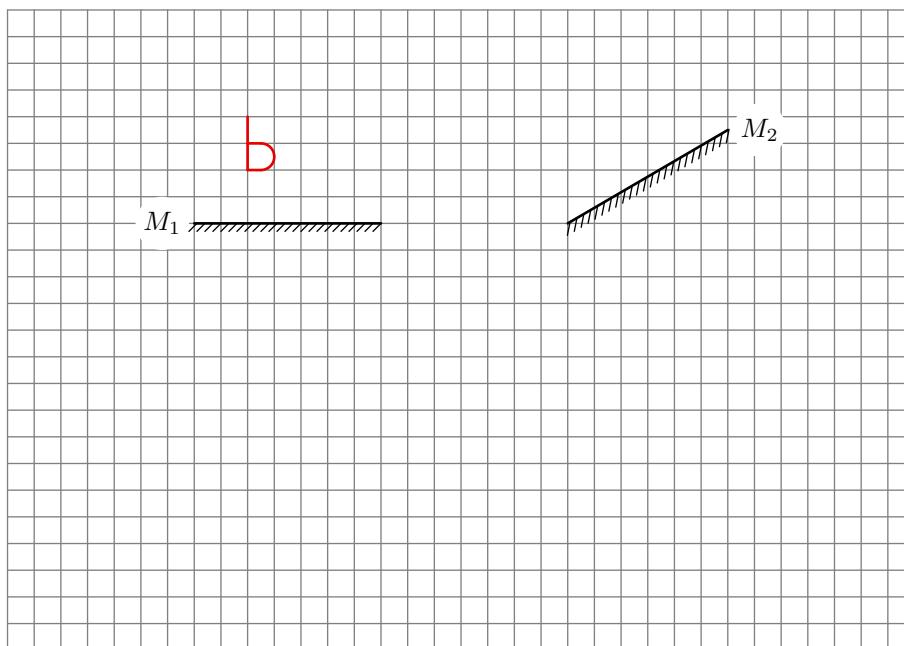
1,5 м²

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2019, 11) На стене комнаты висит картина P , а на полу лежит зеркало M (см. рис.). На каком расстоянии x от картины должен стоять человек, чтобы он мог видеть изображение картины в зеркале целиком? Какую часть изображения человек сможет увидеть, встав на расстоянии a от дальней стены? Длина стороны клетки $a = 0,55 \text{ м}$.



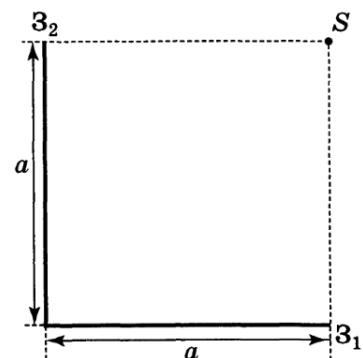
$2,2 \text{ м} < x < 4,4 \text{ м}; \frac{6}{1}$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2010, РЭ, 9) Перед системой зеркал M_1 и M_2 расположена буква Ь так, как показано на рисунке. Постройте на том же рисунке все изображения, даваемые этой системой. Докажите, что других изображений быть не может. Длина каждого из зеркал равна расстоянию между ними.

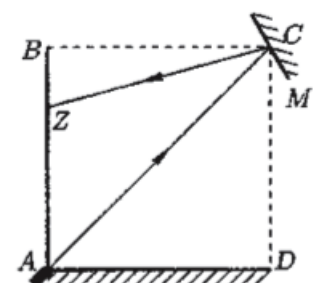


Для изображения

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2001, ОЭ, 9) Два плоских зеркала Z_1 и Z_2 , каждое из которых имеет форму квадрата со стороной a , сложены под прямым углом. Точечный источник света S располагается на расстоянии a от каждого из зеркал (схема опыта приведена на рис.). Заптрихуйте области, находясь в которых наблюдатель сможет увидеть ровно n изображений источника S ; принять $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

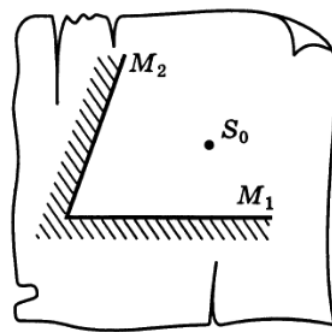


ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2006, ОЭ, 9) Экран AB и плоское зеркало AD образуют две боковые грани прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Вдоль ребра C проходит ось вращения небольшого плоского зеркальца M , которое равномерно вращается и совершает один оборот за время $T = 12$ мин. Из небольшого отверстия в ребре A в центр этого зеркальца светит луч лазера (рис.). За какое время t в течение одного оборота зеркальца лазерный зайчик Z скользит по экрану AB ?



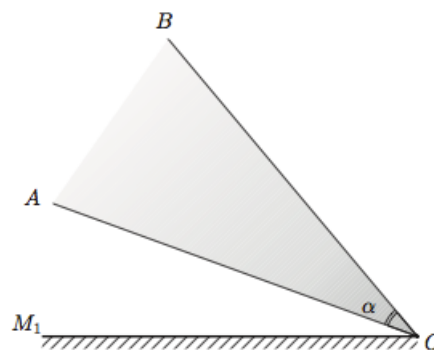
с 89

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 1999, финал, 9) В архиве Снеллиуса нашли чертёж, на котором были изображены два плоских зеркала M_1 и M_2 , образующих двугранный угол в 70° , и точечный источник света S_0 (рис.). От времени чернила выцвели, и невозможно было разглядеть, сколько изображений источника S_0 давала такая система зеркал. Попробуйте восстановить все изображения источника S_0 . Сколько изображений источника S_0 можно было увидеть в такой системе зеркал?



Пять изображений

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2012, финал, 9) В архиве Снеллиуса нашли чертёж, на котором были изображены два плоских зеркала M_1 и M_2 , образующие двугранный угол φ , точечный источник света S и область AOB (она заштрихована), из которой можно было видеть одновременно оба изображения источника. От времени чернила выцвели, и невозможно стало разглядеть, как расположено зеркало M_2 и точечный источник S (рис.).



Восстановите по имеющимся данным с помощью циркуля и линейки без делений положение зеркала M_2 и геометрическое место точек, где бы мог находиться источник S . Зеркала считайте полубесконечными.

Вычислите угол φ между плоскостями зеркал, если $\angle AOB = \alpha = 30^\circ$.

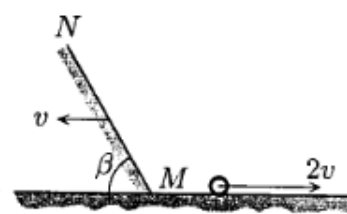
$$\varphi = \frac{\pi}{3} - \alpha = \varphi$$

ЗАДАЧА 25. (МФТИ, 1996) В комнате на стене висит плоское зеркало в форме эллипса, большая и малая оси которого равны 15 см и 10 см. Стена с зеркалом находится на расстояниях $x_1 = 1$ м от висящей лампочки и $x_2 = 3$ м от противоположной стены. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света.

- 1) На каком расстоянии x от противоположной стены находится изображение нити накала лампочки в зеркале?
- 2) Найти форму и размеры «зайчика», полученного от зеркала на противоположной стене.

$$x = 1 + x_1 + x_2 = 4 \text{ м} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 26. («Физтех», 2008) Поверхность плоского зеркала MN составляет угол $\beta = 60^\circ$ с поверхностью стола. Зеркало перемещают поступательно со скоростью v вдоль стола. По столу катится в противоположном направлении шарик со скоростью $2v$. Скорости шарика и зеркала перпендикулярны ребру двугранного угла, образованного поверхностями зеркала и стола (см. рисунок).

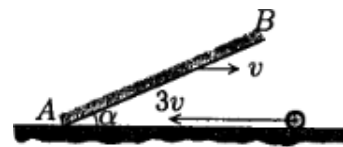


1) Найдите скорость шарика относительно зеркала и покажите её направление, нарисовав рисунок.

2) С какой скоростью (по модулю) относительно стола перемещается изображение шарика в зеркале?

$$v_{\text{шарика}} = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 27. («Физтех», 2008) Поверхность плоского зеркала AB составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с поверхностью стола. Зеркало перемещают поступательно со скоростью v вдоль стола. По столу катится в противоположном направлении шарик со скоростью $3v$. Скорости шарика и зеркала перпендикулярны ребру двугранного угла, образованного поверхностями зеркала и стола (см. рисунок).



1) Найдите скорость шарика относительно зеркала и покажите её направление, нарисовав рисунок.

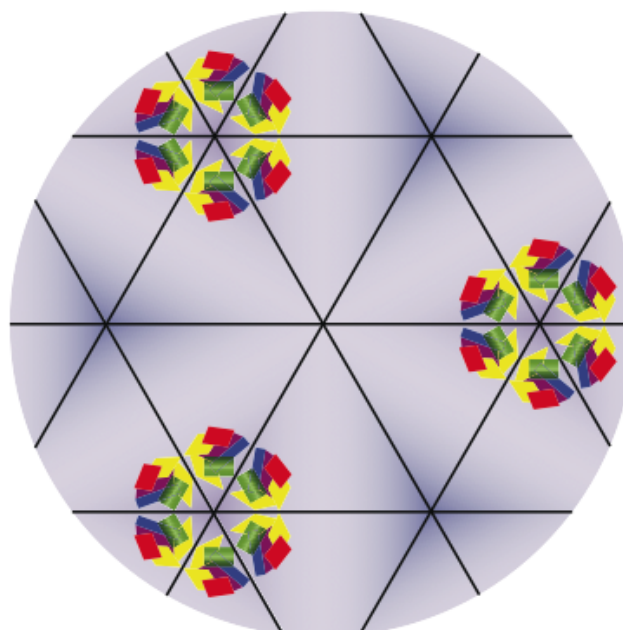
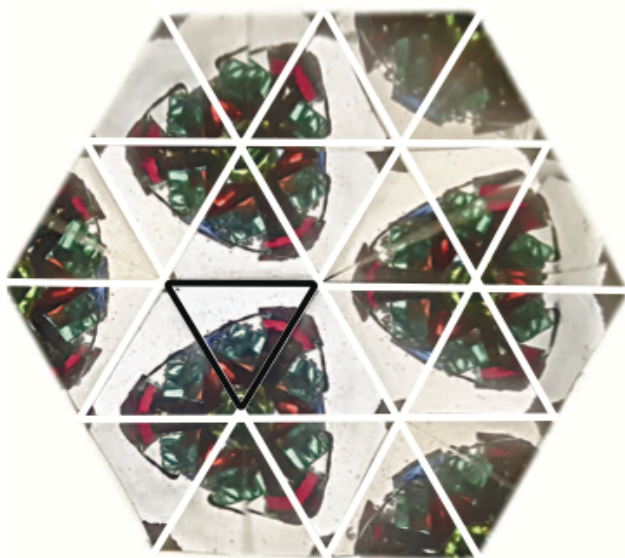
2) С какой скоростью (по модулю) относительно стола перемещается изображение шарика в зеркале?

$$\boxed{v_{\text{шарика}} = 2v \quad v_{\text{изображения}} = 4v}$$

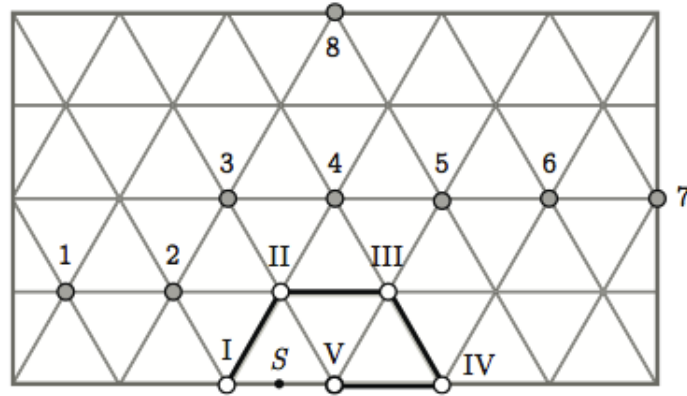
ЗАДАЧА 28. (МОШ, 2019, 9) Три плоских зеркала внутри трубки калейдоскопа образуют призму с равносторонним треугольником в сечении, перпендикулярном оси трубки. Через маленькое отверстие в заглушке, закрывающей торец трубки, можно наблюдать цветные стёклышки, находящиеся на другом торце, а также множественные отражения этих стёклышек в зеркалах (рис. сбоку). На левом рисунке внизу вы видите фрагмент фотографии картины, наблюдаемой в калейдоскопе. При фотографировании объектив фронтальной камеры смартфона был прижат к глазку калейдоскопа. Белые линии, совпадающие с плоскостями зеркал или параллельные им, проведены позднее в графическом редакторе. Известно, что внутри чёрного треугольника видны непосредственно цветные стёклышки, которые можно назвать предметом. Внутри остальных треугольников — их изображения в зеркалах (изображения предмета).



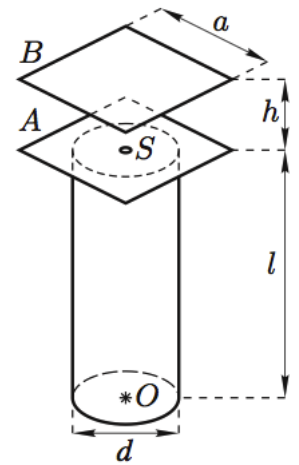
Какое максимальное количество отражений от зеркал калейдоскопа испытывают лучи, формирующие изображения на левом рисунке? Рисунок справа имитирует картину, наблюдаемую в калейдоскопе. Чему равно максимальное количество отражений в этом случае? Обратите внимание, что положение предмета на правом рисунке неизвестно.



Задача 29. (МОШ, 2019, 10) На рис. (вид сверху) чёрными линиями показаны зеркала (стены комнаты), по краям которых стоят колонны (обозначены римскими цифрами). Точка S — положение наблюдателя. Арабскими цифрами обозначены некоторые теоретически возможные изображения колонн в зеркалах. Укажите номера изображений, которые может видеть наблюдатель. Для каждого выбранного вами изображения назовите колонну, являющуюся его источником. Объясните ваш ответ.



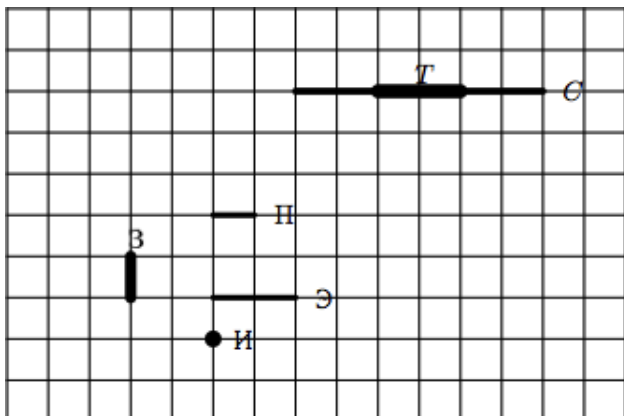
Задача 30. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Говорят, что первые эксперименты по оптике Ньютон проводил с металлической зеркально полированной цилиндрической трубой длиной $l = 8$ см и диаметром $d = 1$ см (рис.). В центре её нижнего основания он устанавливал точечный источник света O , а верхнее основание закрывал чёрной шторкой A с маленьким отверстием S посередине. В его экспериментах на высоте $h = 5$ см над шторкой располагался горизонтальный квадратный экран B со стороной $a = 3$ см, причём его центр находился точно на оси трубы.



1) Изобразите в масштабе 1 : 1 на листе бумаге в клетку, считая размер клетки равным 5 мм, картину, которую Ньютон видел на экране.

2) Что увидел бы Ньютон, если бы поднял шторку на высоту $\Delta l = 2$ см над верхним торцом трубы (не меняя положения остальных предметов)?

Ответ к задаче 14



Ответ к задаче 29

В т. 1, 7 и 8 наблюдатель изображений колонн не может видеть.

- 2 — изображение колонны V ,
- 3 — изображение колонны III ,
- 4 — изображение колонны V ,
- 5 — изображение колонны IV ,
- 6 — изображение колонны I .