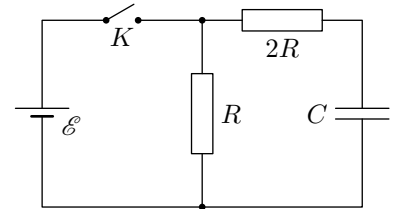


Параметрические колебания

Колебания называются *параметрическими*, если они обусловлены периодическим изменением какого-либо параметра системы (например, индуктивности катушки или ёмкости конденсатора в колебательном контуре).

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2007) В схеме, изображённой на рисунке, периодически (с периодом 3τ) повторяют следующий процесс: ключ замыкают на время τ и размыкают на время 2τ , причём время τ достаточно мало и напряжение на конденсаторе за это время изменяется незначительно. Через достаточно большое число повторений напряжение на конденсаторе становится практически постоянным, совершая лишь незначительные колебания около своего среднего значения.

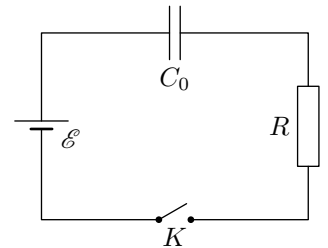


- 1) Найдите это среднее значение.
- 2) Найдите среднюю тепловую мощность, выделяющуюся в резисторе $2R$ в установившемся режиме.

Все элементы можно считать идеальными, их параметры указаны на рисунке.

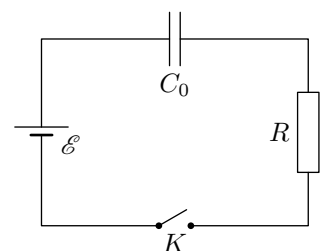
$$\frac{U}{z} \frac{6V}{4} = d \quad (z : \varrho \frac{1}{\xi} = \Omega \text{ I})$$

ЗАДАЧА 2. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, после замыкания ключа K через некоторое время τ установится стационарный режим. Какая мощность будет выделяться в резисторе R , если начать изменять ёмкость конденсатора по закону $C(t) = C_0(1 + A \sin \omega t)$, $A < 1$? Рассмотреть случай медленных изменений ёмкости, т. е. когда $2\pi/\omega \gg \tau$. Заданными параметрами считать \mathcal{E} , C_0 , R , A , ω . Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



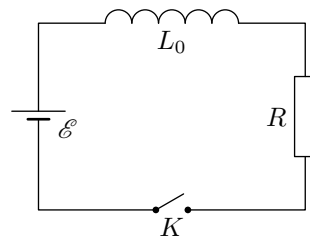
$$U_z^{(0)} V \omega \varrho \frac{\xi}{1} \approx P$$

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, после замыкания ключа K через некоторое время τ установится стационарный режим. Какая мощность будет выделяться в резисторе R , если начать изменять расстояние между пластинами конденсатора по закону $d(t) = d_0(1 + A \sin \omega t)$, $A < 1$? Рассмотреть случай быстрых изменений ёмкости, т. е. когда $2\pi/\omega \ll \tau$. Заданными параметрами считать \mathcal{E} , R , A . Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



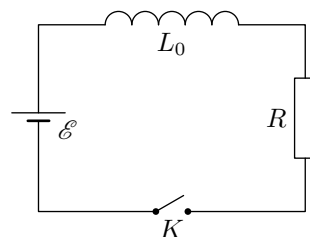
$$P \approx \frac{zU}{2} \approx d$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, после замыкания ключа K через некоторое время τ установится стационарный режим. Если теперь начать изменять индуктивность по закону $L = L_0(1 + A \sin \omega t)$, где $A < 1$, то ток через резистор R будет также меняться. Найти амплитуду переменной составляющей силы тока с частотой ω . Рассмотреть случай медленных изменений индуктивности, т. е. когда $2\pi/\omega \gg \tau$. Заданными параметрами считать \mathcal{E} , L_0 , R , A , ω . Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



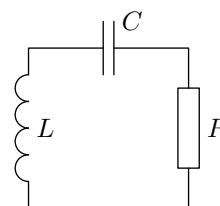
$$\frac{\tau \omega}{L_0} \approx 0$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1991) В схеме, изображённой на рисунке, после замыкания ключа K через некоторое время τ установится стационарный режим. Если теперь начать изменять индуктивность по закону $L = L_0(1 + A \sin \omega t)$, где $A \ll 1$, то в цепи появится переменная составляющая тока с частотой ω . Найти амплитуду этой составляющей. Рассмотреть случай быстрых изменений индуктивности, т. е. когда $2\pi/\omega \ll \tau$. Заданными параметрами считать \mathcal{E} , R и A . Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



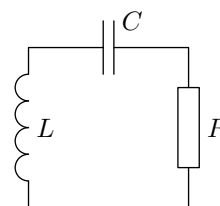
$$\frac{\omega}{\tau} \approx 0$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2000) Для поддержания незатухающих колебаний в контуре с малым затуханием, изображённом на рисунке, индуктивность катушки быстро (по сравнению с периодом колебаний в контуре) увеличивают на небольшую величину ΔL ($\Delta L \ll L$) каждый раз, когда ток в цепи равен нулю, а через время, равное четверти периода колебаний, так же быстро возвращают в исходное состояние. Определить величину ΔL , если $L = 0,15$ Гн, $C = 1,5 \cdot 10^{-7}$ Ф, $R = 20$ Ом.



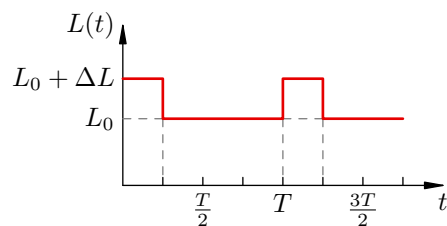
$$\Delta L \ll L \cdot \tau \approx \frac{1}{2} \sqrt{LC} \approx 1 \text{ нГн}$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2000) Для поддержания незатухающих колебаний в контуре с малым затуханием, изображённом на рисунке, ёмкость конденсатора быстро (по сравнению с периодом колебаний в контуре) увеличивают на небольшую величину ΔC ($\Delta C \ll C$) каждый раз, когда напряжение на нём равно нулю, а через время, равное четверти периода колебаний, так же быстро возвращают в исходное состояние. Определить величину ΔC , если $L = 0,1$ Гн, $C = 10^{-7}$ Ф, $R = 30$ Ом.



$$\Delta C \ll C \cdot \tau \approx \frac{1}{2} \sqrt{LC} \approx 1 \text{ пФ}$$

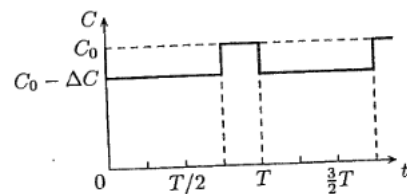
ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 2000) Для поддержания незатухающих колебаний тока в колебательном LCR -контуре с периодом колебаний $T = 10^{-3}$ с индуктивность L контура периодически изменяют во времени по закону, представленному на рисунке ($\Delta L \ll L_0$). При каком максимальном значении сопротивления R колебания в контуре не будут затухать, если $\Delta L = 0,03$ Гн?



Указание. Уменьшение индуктивности происходит при максимальном токе в контуре.

$$R_{\max} = \frac{L}{\Delta L} = 30 \text{ Ом}$$

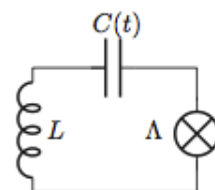
ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 2000) Для поддержания незатухающих колебаний тока в колебательном LCR -контуре с периодом колебаний $T = 2 \cdot 10^{-4}$ с ёмкость C контура периодически изменяют во времени по закону, представленному на рисунке ($\Delta C \ll C_0$). При каком максимальном значении сопротивления R колебания в контуре не будут затухать, если $L = 0,08$ Гн, $\Delta C/C_0 = 0,08$?



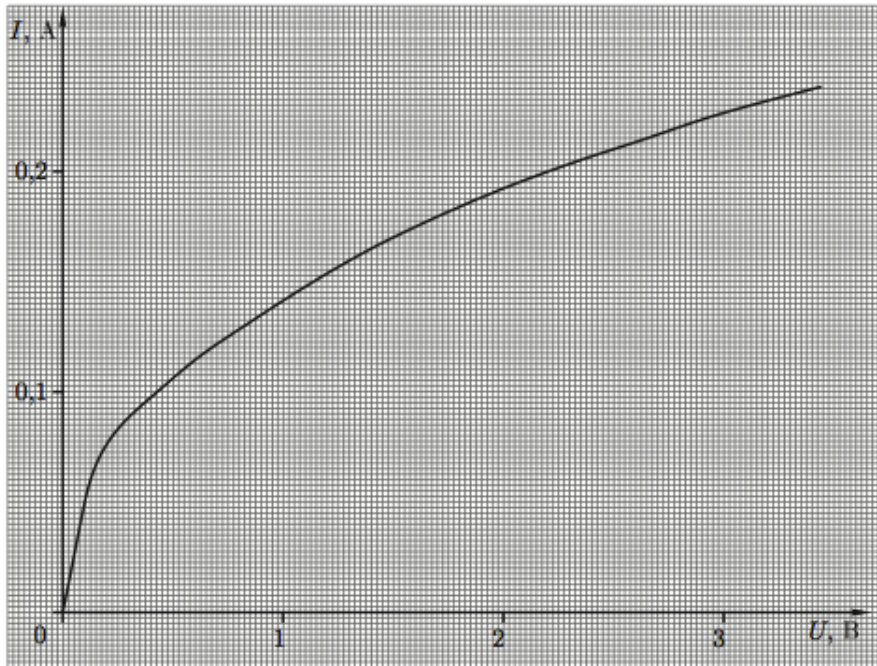
Указание. Уменьшение ёмкости происходит при максимальном заряде на конденсаторе.

$$R_{\max} = \frac{L}{\Delta C} \frac{C_0}{T} = 32 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2007, финал, 11) В схеме, изображённой на рисунке, ёмкость конденсатора C периодически изменяется путём механического перемещения пластин. Допустим, что вследствие некоторого возмущения в схеме возникли малые колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе порядка нескольких милливольт. В момент времени, когда напряжение на конденсаторе максимально, его ёмкость скачкообразно уменьшают на долю $\varepsilon = |\Delta C|/C$. Через четверть периода $\frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$ ёмкость скачком увеличивают до прежнего значения; ещё через четверть периода ёмкость вновь скачкообразно уменьшают на долю ε и т. д. При определённых условиях в схеме могут возбудиться незатухающие электрические колебания.



В схему включён нелинейный элемент (лампочка накаливания Λ), вольт-амперная характеристика которой представлена на рисунке.



- 1) Найдите минимальное значение ε_{\min} , при котором в схеме возбуждаются незатухающие колебания, если $L = 0,1$ Гн, $C = 10^{-7}$ Ф.
- 2) Найдите амплитуду установившихся колебаний напряжения на лампочке, если $\varepsilon = 3\%$.

$$I_{\min} \approx \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0,063 \text{ В} \quad (1)$$