

Неупругие взаимодействия

Примерами неупругих взаимодействий служат пробивание пулей бруска или абсолютно неупругий удар (после которого тела двигаются как единое целое, слипаясь или не слипаясь). В результате неупругого взаимодействия механическая энергия не сохраняется: часть её переходит во внутреннюю энергию взаимодействующих тел. Поэтому связывать состояния до и после неупругого взаимодействия законом сохранения механической энергии нельзя — тут работает только закон сохранения импульса.

ЗАДАЧА 1. Шар массой m_1 , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью v , налетает на покоящийся шар массой m_2 . Происходит абсолютно неупругий центральный удар. Какое количество теплоты выделится при ударе?

$$\frac{(v_1 + v_2) \cdot \frac{m_1 + m_2}{2}}{\frac{m_1 + m_2}{2}} = 0$$

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2020, 9) Два свинцовых шарика одинаковой массы, летящие со скоростями $V_1 = 60$ м/с и $V_2 = 80$ м/с, слипаются в результате абсолютно неупругого удара. Скорости шариков перед слипанием взаимно перпендикулярны.

1. С какой по величине скоростью V движутся слипшиеся шарики?
2. На сколько Δt (°C) повысится температура шариков?

Удельная теплоёмкость свинца $c = 130$ Дж/(кг · °C). Температуры шариков перед слипанием одинаковы.

$$0,9'6 \approx \left(\frac{v_1}{c} + \frac{v_2}{c} \right) \frac{2m}{1} = 1 \nabla \left(\frac{v_1}{c} + \frac{v_2}{c} \right) \frac{2m}{1} = \frac{v_1}{c} + \frac{v_2}{c} \frac{2m}{1} = 1 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) Два тела одинаковой массы летели во взаимно-перпендикулярных направлениях с одинаковой по модулю скоростью. Произошло абсолютно неупругое столкновение. Какая часть кинетической энергии перешла в тепло?

$$\frac{1}{2}$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1996) По горизонтальной поверхности стола скользит брусок массой m и сталкивается неупруго с неподвижным бруском массой $2m$, имея перед ударом скорость $v = 2$ м/с. Какое расстояние пройдут слипшиеся бруски до остановки? Коэффициент трения скольжения между брусками и столом $\mu = 1/8$.

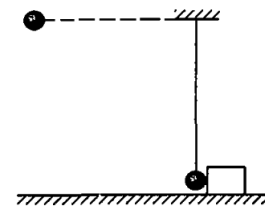
$$\frac{6 \pi 8 1}{2^2} = 1$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1997) Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью втрое меньшей. Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом равен μ .

- 1) Найти скорость коробки сразу после вылета из неё пули.
- 2) На какое расстояние передвинется коробка?

$$\frac{6 \pi 8 1}{2^2} = s \left(\frac{v_0}{c} + \frac{v_1}{c} \right) = a \quad (1)$$

Задача 6. (МФТИ, 1997) На столе лежит брусок. На лёгкой нити длиной L висит шарик, касаясь бруска. Нить вертикальна (см. рисунок). Массу бруска в 7 раз больше массы шарика. Шарик отклоняют в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают. После неупругого удара о брусок шарик останавливается, а брусок смещается по горизонтальной поверхности стола на расстояние S .



- 1) Найти скорость бруска сразу после удара.
- 2) Найти коэффициент трения скольжения между бруском и столом.

$$\frac{S6v}{L} = \eta \left(\frac{L}{76L} = a \right) \quad (1)$$

Задача 7. (МФТИ, 1997) На лёгкой нити длиной L висит шар. Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает шар и продолжает лететь в прежнем направлении. В результате максимальный угол отклонения шара на нити оказался равным $\alpha = 60^\circ$. Массу шара в 10 раз больше массы пули.

- 1) Найти скорость шара сразу после вылета из него пули.
- 2) Найти скорость вылетевшей из шара пули.

$$\frac{v_0 \sin \alpha}{v_0} = a \left(\frac{v_0}{v_0} = n \right) \quad (1)$$

Задача 8. (МФТИ, 2008) Шарик массой m , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на лежащий неподвижно на той же поверхности брусок. В результате неупругого удара шарик останавливается и 80% его кинетической энергии переходит в теплоту, а брусок начинает двигаться поступательно. Какова масса бруска?

$$m_2 = 1V$$

Задача 9. («Физтех», 2011, 10) На гладкой горизонтальной поверхности расположены неподвижный шарик массой $2m$ и движущийся со скоростью 6 м/с шарик массой m . Происходит центральный не вполне упругий удар, так что в тепло переходит только $3/4$ энергии, которая перешла бы в тепло при абсолютно неупругом ударе. Найдите скорость (по модулю) налетающего шарика после удара. Ответ выразите в м/с.

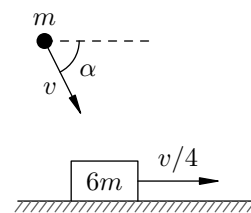
0

Задача 10. (МФТИ, 1996) Из бункера с высоты $H = 1$ м высыпалась порция песка массой $m = 100$ кг и попала в вагонетку массой $2m$, движущуюся горизонтально со скоростью $v = 3$ м/с. Сопротивление движению вагонетки со стороны рельсов не учитывать.

- 1) Найти скорость вагонетки с песком.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия вагонетки, песка и окружающих тел?

$$\frac{m_2 v_2}{m} \approx \left(v_0 + \frac{g}{v_0} \right) m = \frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{v_0} = \frac{g}{v_0} = n \right) \quad (1)$$

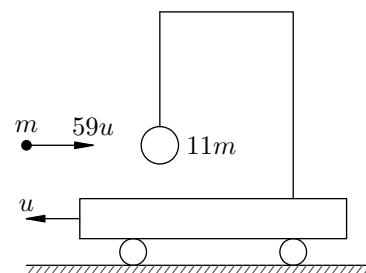
Задача 11. (МФТИ, 1996) Кусок пластилина массой $m = 32$ г (см. рисунок) попадает в брусок массой $6m$,двигающийся по гладкой горизонтальной поверхности стола, и прилипает к нему. Перед ударом скорость куска пластилина равна $v = 7$ м/с и направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, а скорость бруска равна $v/4$ и лежит в одной вертикальной плоскости со скоростью пластилина.



- 1) Определить скорость бруска с пластилином после удара.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия бруска, пластилина и окружающих тел?

$$\Delta E_{\text{вн}} = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) = \frac{1}{2} m v^2 \tan^2 \alpha = 0,64 \text{ Дж}$$

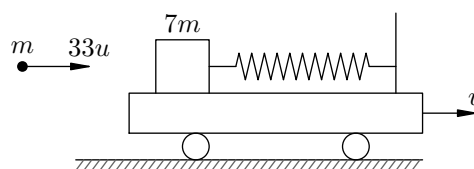
Задача 12. («Физтех», 2014) По горизонтальной поверхности пола движется со скоростью $u = 0,2$ м/с тележка со штативом, к которому на нити длиной $l = 0,25$ м привязан шар (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью $59u$, попадает в шар и застревает в нём. Массы пули и шара m и $11m$, масса тележки намного больше массы шара. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Размеры шара малы по сравнению с длиной нити.



- 1) Найдите скорость шара v_1 относительно тележки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость шара v_2 относительно пола сразу после попадания пули.
- 3) На какой максимальный угол от вертикали отклонится нить при дальнейших колебаниях шара?

$$\Delta E \approx \left(\frac{1}{2} \frac{m v^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{2} m v^2 \right) \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} m v^2 \tan^2 \alpha = 0,8 \text{ Дж}$$

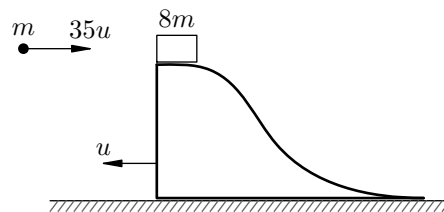
Задача 13. («Физтех», 2014) На гладкой горизонтальной поверхности тележки находится брусок, прикрепленный к тележке лёгкой упругой пружиной жёсткостью $k = 10$ Н/м (см. рисунок). Тележка с бруском движется со скоростью $u = 0,25$ м/с по горизонтальной поверхности пола. Пуля, летящая горизонтально со скоростью $33u$, попадает в брусок и застревает в нём. Массы пули и бруска $m = 0,5$ г и $7m$, масса тележки намного больше массы бруска. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найдите скорость бруска v_1 относительно тележки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость бруска v_2 относительно пола сразу после попадания пули.
- 3) Найдите максимальную деформацию пружины при последующих колебаниях бруска.

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v^2 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} m v^2 \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 - \cos^2 \alpha \right) = 0,25 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2014) По гладкой горизонтальной поверхности стола движется со скоростью u горка с неподвижной относительно горки шайбой на вершине горки (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью $35u$, попадает в шайбу и застревает в ней. В результате шайба съезжает с горки, не отрываясь от её гладкой поверхности, и покидает горку. Массы пули и шайбы равны m и $8m$, масса горки намного больше массы шайбы.



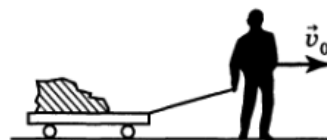
- 1) Найдите скорость шайбы v_1 относительно горки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость шайбы v_2 относительно стола сразу после попадания пули.
- 3) С какой скоростью относительно стола шайба покинула горку?

Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Известно, что при съезде с неподвижной горки изначально неподвижной шайбы шайба приобретает скорость $3u$.

$$n\tau = a \quad (\xi : n\xi = \tau a \quad (\zeta : n\tau = \tau a \quad \Gamma)$$

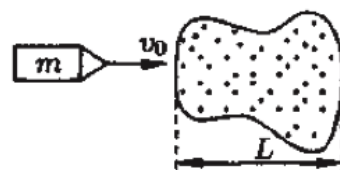
[Овчинкин] \rightarrow [4.47](#), [4.68](#), [4.74](#), [4.77](#), [4.78](#), [4.113](#), [4.114](#), [4.115](#).

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 1993, ОЭ, 9) На прямолинейном горизонтальном участке железной дороги стоит вагонетка с ценным грузом. Ночью к ней подкрался похититель. В качестве вспомогательного орудия злоумышленник решил применить невесомый упругий шнур; привязав один конец этого шнура к вагонетке, а другой взяв в руки, он побежал вдоль железнодорожного полотна с постоянной скоростью v_0 (рис.). Через некоторое время похититель очнулся, лежа на вагонетке, которая двигалась со скоростью $v_1 = 1,8v_0$. Чему равна масса вагонетки с грузом, если масса похитителя $m = 80$ кг? Трением качения можно пренебречь, а трение между ботинками и землей достаточно велико. Опишите, каким образом злоумышленник оказался на вагонетке.



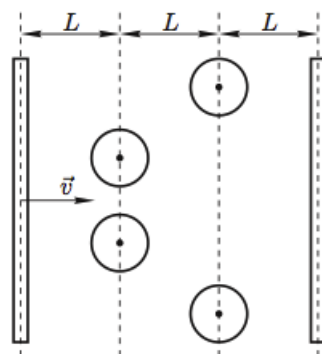
$$M = 4m = 320 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2005, ОЭ, 9) Ракета массой m , летящая в космическом пространстве с выключенным двигателем со скоростью v_0 , попадает в облако пыли средней плотностью ρ , имеющее протяжённость L в направлении движения ракеты (рис.). Пылинки неподвижны и прилипают к ракете при столкновении с ней. Площадь поперечного сечения ракеты S . Какую скорость v_1 будет иметь ракета при вылете из облака пыли? Сколько времени τ займёт пролёт через это облако?



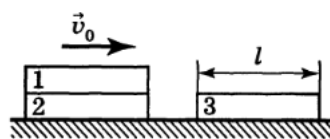
$$\left(\frac{w\tau}{\Gamma S^d} + \Gamma \right) \frac{0a}{\Gamma} = \tau : \frac{\Gamma S^d + w}{0a w} = \tau a$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2007, ОЭ, 9) На гладкой поверхности расположены параллельно друг другу две длинных и узких доски, а между ними — четыре шайбы радиуса R . Расстояние между досками $3L$, а начальное положение шайб показано на рисунке. Левая доска начинает двигаться вправо со скоростью v . Масса каждой доски m , масса каждой из шайб $m/2$. Материал, из которого сделаны доски и шайбы, таков, что все столкновения можно считать абсолютно неупругими. Тела при соударении не слипаются. Радиус шайб $R < L$ и достаточно мал для того, чтобы шайбы не задевали друг за друга. На каком расстоянии от правой доски будет находиться левая доска через достаточно большое время t после начала движения?



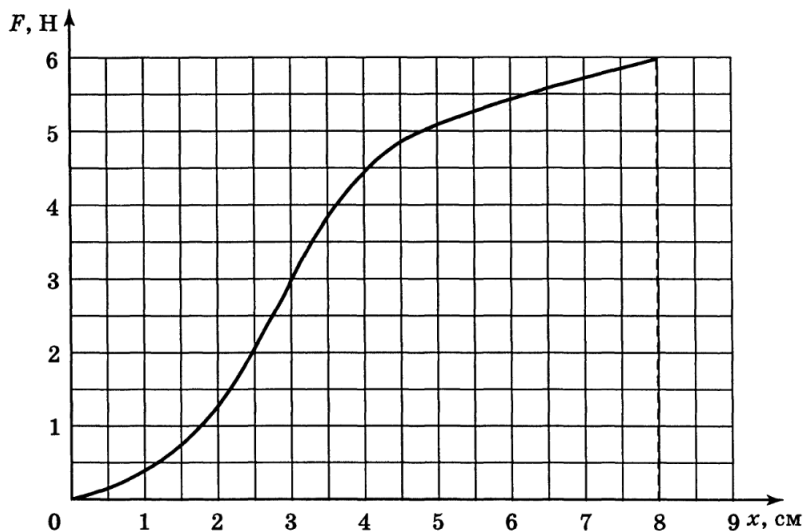
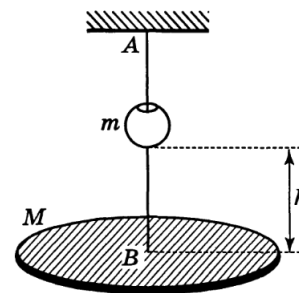
$$\frac{2}{4R+L} = x$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 1997, финал, 9) Доска 1 лежит на такой же доске 2. Обе они как целое скользят по гладкой ледяной поверхности со скоростью v_0 и сталкиваются с такой же доской 3, верхняя поверхность которой покрыта тонким слоем резины (рис.). При ударе доски 2 и 3 прочно сцепляются. Чему равна длина l каждой доски, если известно, что доска 1 прекратила движение относительно досок 2 и 3 из-за трения после того, как она полностью переместилась с 2 на 3? Все доски твёрдые. Коэффициент трения между досками 1 и 3 равен k . Трением между досками 1 и 2, а также трением досок 2 и 3 о лёд можно пренебречь.



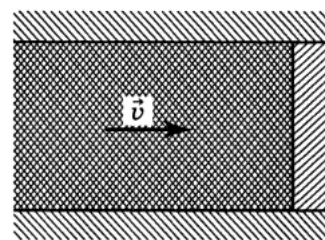
$$\frac{6v_0}{gk} = l$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2001, финал, 9) Горизонтальная платформа массы $M = 300$ г подвешена на резиновом жгуте AB (рис. справа). Жгут проходит сквозь отверстие в грузе массы $m = 100$ г. Система находится в равновесии. Затем груз отпускают без начальной скорости с высоты h относительно платформы. Найдите, при каком минимальном значении h жгут порвётся, если его максимально допустимое удлинение $x_k = 8$ см. Зависимость силы натяжения жгута от его удлинения $F(x)$ приведена на рисунке ниже. Удар груза о платформу считать абсолютно неупругим.



$$m \cdot g \approx (0x - x) \left(\frac{m}{u + lV} \right) - ((0x)M - (x)M) \frac{6 - u}{u + lV} = q$$

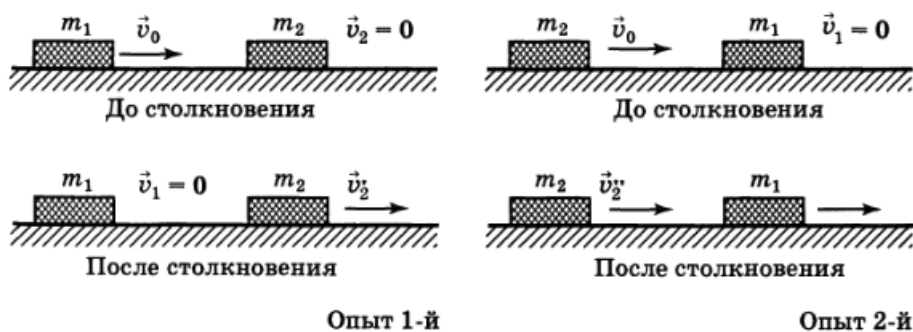
ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 1995, финал, 9–10) По реке со скоростью v плывут мелкие льдины, которые равномерно распределяются по поверхности воды, покрывая её n -ю часть. В некотором месте реки образовался затор. В заторе льдины полностью покрывают поверхность воды, не нагромождаясь друг на друга (рис.). С какой скоростью растёт граница сплошного льда? Какая сила действует на 1 м ледяной границы между водой и сплошным льдом в заторе со стороны останавливающихся льдин?



Плотность льда $\rho = 0,91 \cdot 10^3$ кг/м³; толщина $h = 20$ см; скорость реки $v = 0,72$ км/ч; плывущие льдины покрывают $n = 0,1$ часть поверхности воды.

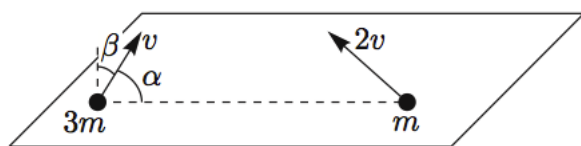
$$m/H \cdot g = q \cdot a \cdot \frac{u-1}{u} = f \cdot c / m \cdot z z 0'0 = \frac{u-1}{au} = n$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 1992, ОЭ, 10) На рисунке показаны два опыта с шайбами. Поверхность стола горизонтальная и абсолютно гладкая. Измерения показали, что $v'_2 = v''_2$. Найдите отношение масс шайб.



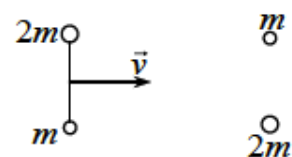
$$\zeta = \frac{1m}{2m}$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Два куска пластилина с массами $3m$ и m брошены одновременно с горизонтальной поверхности Земли со скоростями v и $2v$ (рис.), причём скорости кусков не находятся в одной вертикальной плоскости. Скорость куска массой $3m$ составляет угол $\beta = 45^\circ$ с вертикалью и угол $\alpha = 60^\circ$ с прямой, проходящей через куски перед броском. Через некоторое время куски сталкиваются и слипаются. С какой скоростью упали на Землю слипшиеся куски?



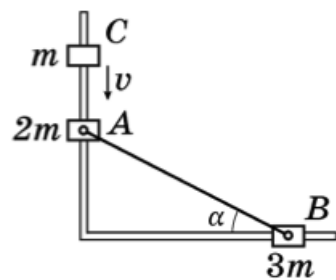
$$\frac{9L}{9} - 0L \wedge \frac{8}{n} = n$$

ЗАДАЧА 23. («Росатом», 2017, 11) К концам невесомого стержня длиной l прикреплены два маленьких шарика с массами m и $2m$. Стержень, двигаясь поступательно в направлении перпендикулярном ему самому со скоростью v , налетает на два точно таких же покоящихся тела, находящихся на расстоянии l друг от друга (см. рисунок). Одновременно происходят два центральных абсолютно неупругих столкновения. Найти силу натяжения стержня сразу после этого. Силу тяжести не учитывать.



$$\frac{19}{2^{10}} = L$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2018, РЭ, 11) Три муфты (A, B и C), массы которых равны $2m$, $3m$ и m соответственно, могут скользить без трения по двум горизонтальным направляющим, пересекающимся под прямым углом. Муфты A и B с помощью шарниров соединены с лёгким жёстким неупругим стержнем так, что угол между стержнем и направляющей, на которой надета муфта B, равен α . Между муфтой C, движущейся со скоростью v , и покоящейся муфтой A происходит неупругое столкновение. Определите скорости муфт сразу после соударения.

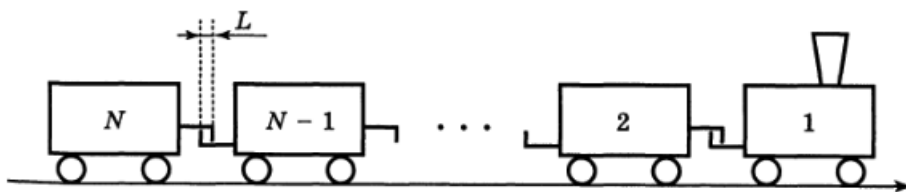


$$v \zeta \sin \alpha \frac{9}{1} = 9a \cdot v \zeta \cos \alpha \frac{8}{1} = 2va$$

ЗАДАЧА 25. («Росатом», 2013, 11) (Л. Эйлер, статья «Об ударе пули при стрельбе по доске», 1771 г.) В центр квадратной свободно висящей доски попадает пуля. Пуля пробивает доску насквозь, если её скорость до удара больше v_0 . С какой скоростью будет двигаться доска, если скорость пули до удара $2v_0$? Масса пули m , масса доски M , силу сопротивления считать не зависящей от скорости.

$$\left(\frac{v}{v_0} - \tau \right) \frac{m + MN}{v_0 m} = n$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2000, финал, 10) Длинный товарный поезд трогается с места. Вагоны соединены друг с другом с помощью абсолютно неупругих сцепок. Первоначально зазор в каждой сцепке равен L (рис.). Масса локомотива равна m , его порядковый номер — первый. Все вагоны загружены, и масса каждого из них тоже равна m .



1) Считая силу тяги локомотива постоянной и равной F , найдите время, за которое в движение будет вовлечено N вагонов.

2) Полагая, что состав очень длинный ($N \rightarrow \infty$) определите предельную скорость v_∞ локомотива.

$$\frac{v}{v_0} \sqrt{\lambda} = \infty a \left(\tau : \frac{F}{Tm} (N - \tau N) \right) \sqrt{\lambda} = N \tau (1$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2012, финал, 11) Бумажный пакет с мукой падает без начальной скорости с высоты $h = 4$ см на чашку пружинных весов. Стрелка весов отклонилась до отметки $m_1 = 6$ кг и, после того как колебания прекратились, стала показывать массу $m_0 = 2$ кг. Жёсткость пружины $k = 1,5$ кН/м. Найти массу M чашки.

Примечание. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

$$\text{ля } \tau = 0 \text{м} - \frac{(0 \text{м} \tau - 1 \text{м}) \delta 1 \text{м}}{4^2 \text{м} \tau} = N$$