

Неравномерное движение

[Овчинкин] → 1.1 (а, б, в, г), 1.2.

ЗАДАЧА 1. Первую половину пути тело прошло со скоростью v_1 , а вторую — со скоростью v_2 . Найти среднюю скорость тела на всём пути.

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = v_{\text{ср}}$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2020, ШЭ, 9) Автомобиль двигался в одну сторону по прямой дороге и первую половину времени ехал со скоростью 80 км/ч, затем четверть всего времени движения — со скоростью 50 км/ч и оставшееся время — со скоростью 70 км/ч.

1. Найдите среднюю скорость автомобиля на первой половине пути. Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
2. Найдите среднюю скорость всего движения. Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.
3. Определите пройденный автомобилем путь, если со скоростью 80 км/ч он двигался в течение 45 мин. Ответ укажите в км, округлив до целого числа.

$$1) \ 105 \quad 2) \ 70 \quad 3) \ 80$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2014, ШЭ, 8–9) Средняя скорость тела за 20 секунд движения составила 4 м/с. Средняя скорость этого же тела за последние 4 секунды движения составила 10 м/с. Определите среднюю скорость тела за первые 16 секунд движения.

$$2,5 \text{ м/с}$$

ЗАДАЧА 4. («Росатом», 2011, 8–9) Первую четверть пути по прямой жук прополз со скоростью v , оставшуюся часть пути — со скоростью $2v$. Найти среднюю скорость жука на всём пути и отдельно на первой половине пути.

$$\frac{3}{4} \text{ и } \frac{5}{8}$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2019, ШЭ, 9) Автомобиль на пути из Москвы до Ярославля двигался с переменной скоростью: сначала половину от всего времени движения его скорость составляла 100 км/ч, потом на половине оставшегося пути — 75 км/ч, а на остатке пути — 50 км/ч.

- 1) Найдите модуль средней скорости автомобиля на всём пути.
- 2) Согласно данным GPS-навигатора, координаты Москвы — $55^\circ 45' 07''$ с. ш. и $37^\circ 36' 59''$ в. д., а Ярославля — $57^\circ 37' 47''$ с. ш. и $39^\circ 52.42' 00''$ в. д. Используя эти сведения, определите приблизительно, куда направлен вектор средней скорости автомобиля на всём пути.

$$1) \ 80 \text{ км/ч}; \quad 2) \ \text{на северо-восток}$$

ЗАДАЧА 6. («Росатом», 2017, 9–10) Между городами A и B есть три деревни P , Q и R , причём для расстояний между населёнными пунктами справедливы такие соотношения:



$$AP : PQ : QR : RB = 1 : 2 : 3 : 4.$$

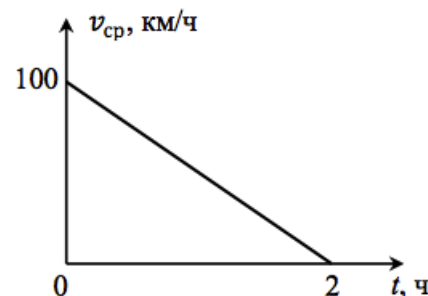
Автомобиль проехал между городами A и B так, что его скорость между каждыми ближайшими населёнными пунктами была постоянной, а времена прохождения отрезков AP , PQ , QR и RB относятся друг к другу как $4 : 3 : 2 : 1$. Найти среднюю скорость автомобиля на первой половине пути, если его скорость на отрезке RB равнялась v .

$$\frac{v_{\text{ср}}}{v} = n$$

ЗАДАЧА 7. («Росатом», 2020, 9) Тело движется вдоль оси x из точки с координатой x ($x > 0$). Проекция скорости тела на ось x зависит от его координаты x по закону $v_x = \frac{c}{x}$, где $c > 0$ — известная постоянная. Через какое время тело окажется в точке с координатой $2x$?

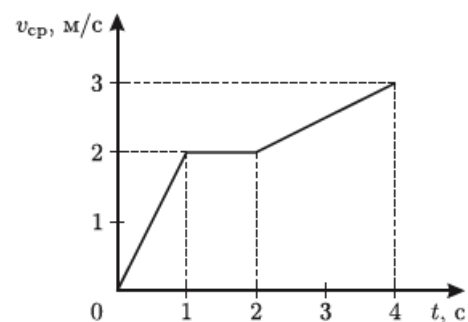
$$\frac{v_x}{c} = t$$

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2018, 9) На графике приведена зависимость средней скорости $v_{\text{ср}}$ автомобиля за всё время движения от времени t . Найдите, в какой момент времени значение скорости по модулю было минимально. Какой путь проехал автомобиль? Движение автомобиля прямолинейное.



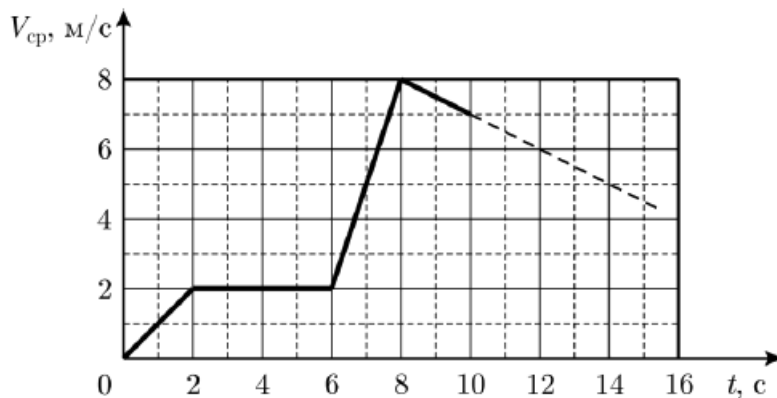
$$v_{\text{ср}} = 100 - 50t$$

ЗАДАЧА 9. (МОШ, 2009, 9) Тело движется по прямой в одном направлении. В каждый момент времени вычисляется средняя скорость движения тела за время от начального до текущего момента. На рисунке приведен график зависимости вычисленной таким образом средней скорости тела $v_{\text{ср}}$ от времени t . Постройте график зависимости мгновенной скорости тела от времени.



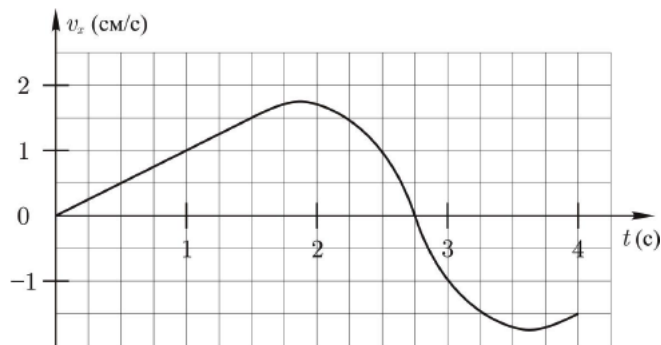
$$v_{\text{ср}} = \frac{1}{2}t^2$$

Задача 10. (МОШ, 2018, 9) Материальная точка начинает двигаться прямолинейно вдоль оси Ox . Автоматизированная экспериментальная установка очень точно измеряет координату точки через каждую миллисекунду и передаёт эти данные компьютеру для обработки. Компьютер каждую миллисекунду рассчитывает среднюю путевую скорость V_{cp} точки за всё время, прошедшее от начала движения до текущего момента, и строит график зависимости V_{cp} от времени t (см. рис.). Однако в момент времени $t_0 = 10$ с экспериментальная установка сломалась и перестала передавать компьютеру данные, а материальная точка продолжала двигаться. Определите максимально возможное значение времени t , до которого убывающий участок графика после 8 с (пунктирная линия на рисунке) мог быть прямолинейным.



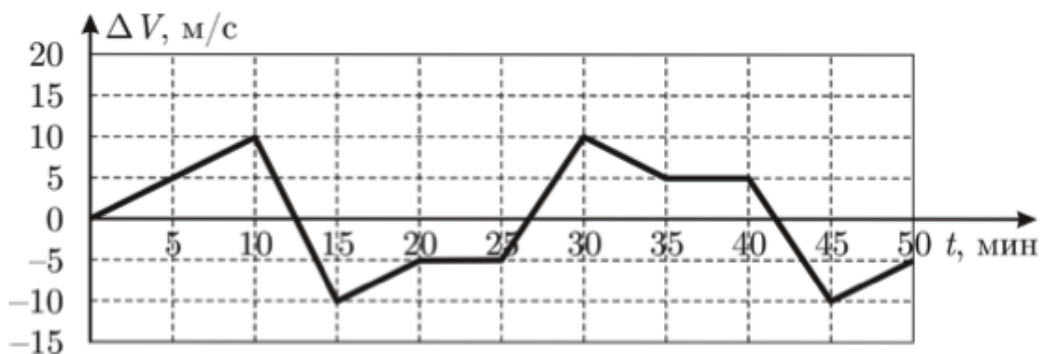
12 с

Задача 11. (Всеросс., 2016, ШЭ, 10–11) Частица движется вдоль оси Ox . На рисунке приведён график зависимости $v_x(t)$ — проекции скорости частицы на ось Ox от времени. Найдите модуль перемещения частицы от начала движения ($t = 0$ с) до момента времени $t = 4$ с.



1,125 см

ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2018, 9) Тачки Молния Маккуин и Чико в очередной раз соревнуются на дистанции, стартовав одновременно с одной линии. В итоге, после напряжённой борьбы, Молния Маккуин оказался на финише через 50 минут после старта, опередив Чико. На рисунке представлен график зависимости разности скоростей ΔV тачек от времени t .

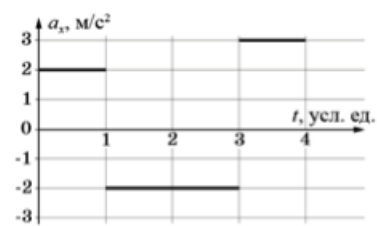


- 1) Сколько раз за гоночный заезд Чико обгонял своего соперника? В какие моменты это происходило?
- 2) На сколько различаются средние скорости движения тачек за 50 мин?
- 3) Какой путь проехал Молния Маккуин за первые 10 минут гонки, если Чико всё это время ехал со скоростью 160 км/ч?

1) Один раз, через 22,5 мин; 2) на 15 м/мин; 3) 29,7 км

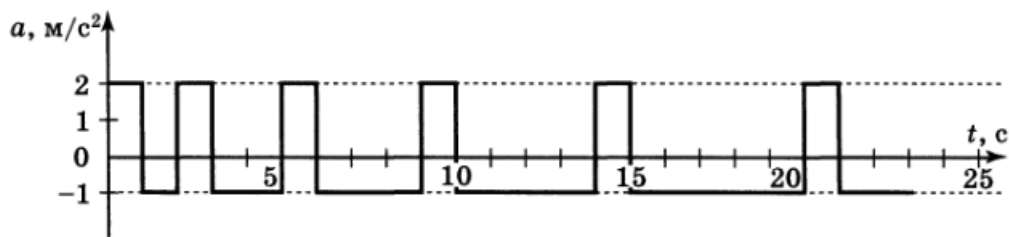
ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2019, РЭ, 9) Две частицы движутся вдоль оси Ox . Зависимости их ускорений a_x от времени оказались одинаковыми (см. рис.). За все время наблюдений проекция скорости v_x каждой из частиц ровно один раз обращались в ноль, а пройденные ими пути отличались на $\Delta S = 16$ см.

Определите пути S_1 и S_2 , пройденные частицами, и время τ их движения.



$S_1 = 1,36$ м; $S_2 = 1,2$ м; $\tau = 1,6$ с

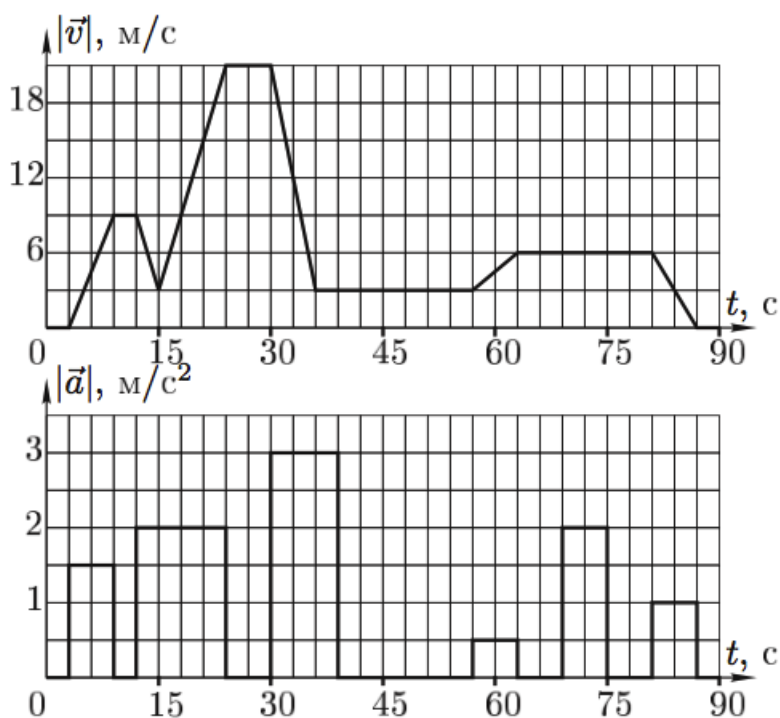
ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 1992, ОЭ, 9) Космический корабль начинает двигаться прямолинейно с ускорением, изменяющимся во времени так, как показано на графике (рис.). Через какое время корабль удалится от исходной точки в положительном направлении на максимальное расстояние? Начальная скорость корабля равна нулю.



Через 12 с

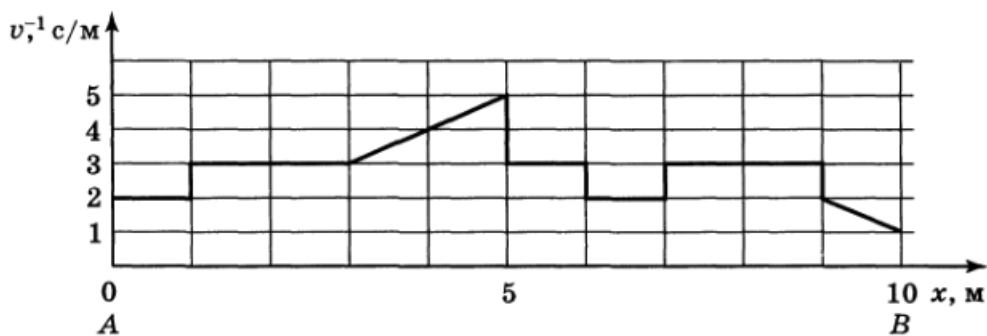
ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Неопытный водитель тренируется водить учебный автомобиль на большой ровной горизонтальной площадке. Для анализа ошибок вождения на учебном автомобиле установлено устройство, регистрирующее модуль скорости и модуль ускорения центра масс автомобиля в каждый момент времени. По окончании движения оно выдаёт результат в виде двух графиков: $|\vec{v}(t)|$ и $|\vec{a}(t)|$. Результат одного из таких измерений представлен на рисунке. Вертикальные участки на графике ускорения соответствуют переключениям режима работы мотора или тормозов, которые происходят столь быстро, что не могут быть отображены в выбранном масштабе.

- 1) Найдите путь S , пройденный автомобилем за всё время движения.
- 2) Определите характер движения автомобиля на каждом участке пути и изобразите качественно траекторию автомобиля (вид сверху).



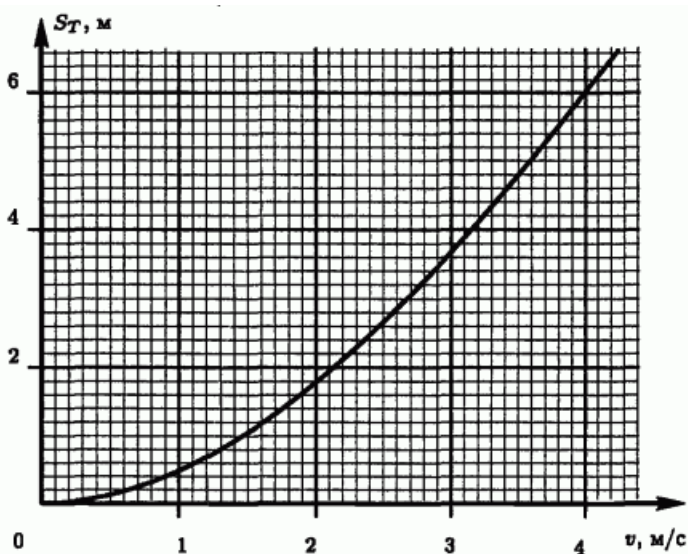
$$S = 465 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 1994, ОЭ, 9) Космонавт перемещается вдоль прямой из точки A в точку B . График его движения изображён на рисунке (v — скорость космонавта, x — его координата). Найдите время движения космонавта из точки A в точку B .



$$t = 28.5 \text{ с}$$

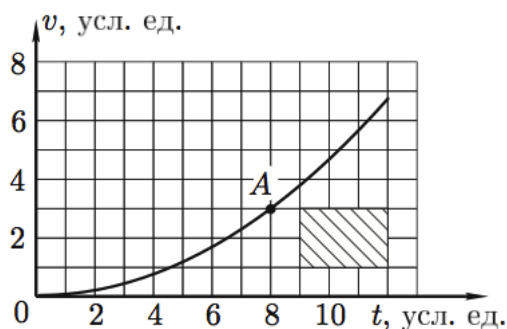
ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2003, ОЭ, 9) Исследуется зависимость тормозного пути S_T , который проходит материальная точка при прямолинейном движении в однородной среде с неизвестными свойствами, от начальной скорости материальной точки v . График этой зависимости имеет вид, показанный на рисунке.



Какой путь проходит материальная точка за время торможения от скорости $v_1 = 4$ м/с до $v_2 = 3,99$ м/с? За какое время она проходит этот путь? Чему равно ускорение материальной точки при скорости $v_1 = 4$ м/с? Действие всех сил на материальную точку, кроме силы сопротивления среды, скомпенсировано.

$$v_1 = 4 \text{ м/с}; v_2 = 3,99 \text{ м/с}; S_T = 6,25 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2008, финал, 9) На рисунке изображена зависимость скорости v частицы от времени t . Масштабы по осям заданы в условных единицах. Известно, что площадь заштрихованного на рисунке прямоугольника равна 12 м, а ускорение частицы в точке A равно $a_A = 1,5$ м/с².



Определите из этих данных:

- 1) Масштабы по осям.
- 2) Скорость частицы v_A в точке A .
- 3) Путь, пройденный частицей от начала движения до достижения скорости v_A .

$$v_A = 3 \text{ усл. ед.}; t_A = 8 \text{ усл. ед.}; S = 12 \text{ м}; a_A = 1,5 \text{ м/с}^2$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2008, финал, 9) Автомобиль стартует с ускорением a_0 . Из-за сопротивления воздуха ускорение падает по мере увеличения скорости v по закону $a \sim (v_0 + v)^{-1}$, где v_0 — известный коэффициент.

- 1) Постройте график, изображающий связь между a и v , выбрав координаты так, чтобы он являлся отрезком прямой линии.
- 2) Через какое время t_0 после начала движения автомобиль достигает скорости v_0 ?
- 3) Определите зависимость скорости v от времени t и постройте (качественно) график $v(t)$.

$$\left(1 - \frac{0v}{v_0 + v}\right) a = a_0 \left(1 - \frac{0v}{v_0 + v}\right) = a_0 \left(\frac{v_0}{v_0 + v}\right) \Rightarrow \frac{a}{1 - \frac{0v}{v_0 + v}} = a_0$$

ЗАДАЧА 20. («Росатом», 2018, 9, 11) Тело начинает движение из состояния покоя с ускорением a_0 и далее движется прямолинейно. Из-за действия силы сопротивления воздуха ускорение тела падает с увеличением его скорости v по закону

$$a = \frac{a_0 v_0}{v + v_0},$$

где v_0 — известная постоянная. Через какое время скорость тела достигнет значения $2v_0$?

$$\frac{0v}{0av} = \perp$$

ЗАДАЧА 21. (МОШ, 2014, 9) Считается, что минимальное безопасное расстояние между автомобилями (минимальная дистанция) может быть рассчитана по формуле «половина скорости в метрах». Например, при движении со скоростью 60 км/ч минимальная безопасная дистанция будет равна 30 м, а при движении со скоростью 90 км/ч она составит 45 м.

Два одинаковых автомобиля движутся по прямой дороге один за другим с одинаковыми скоростями, причем дистанция между ними в точности минимальная безопасная. Допустим, что первый из автомобилей начал сбрасывать скорость и через некоторое время остановился. Водитель второго автомобиля среагировал на это спустя некоторое время t и точно так же начал сбрасывать скорость до полной остановки. Но если бы второй водитель не среагировал достаточно быстро, то автомобили столкнулись бы. Найдите максимальное время реакции водителя t , при котором формула «половина скорости в метрах» гарантирует, что автомобили не столкнутся.

$$\text{с } 8' 1 = t$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2019, финал, 9) По прямому участку дороги с одинаковой скоростью v друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении замедляется с ускорением a_1 , а другая с ускорением a_2 . Если начнет тормозить водитель передней машины, то водитель задней среагирует и нажмет на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 1,0$ с. В зависимости от того, какая из машин будет ехать впереди, минимальная безопасная дистанция, позволяющая избежать столкновения между ними, окажется равной либо $L_1 = 5$ м, либо $L_2 = 40$ м. Определите, с какой скоростью едут машины.

$$\text{с/м } 0z = \left(1 - \frac{v\tau}{L} + 1\right)^{\frac{L}{v\tau}} = a$$

ЗАДАЧА 23. (МОШ, 2016, 9) Группа из трёх туристов должна перебраться из пункта A в пункт B по дороге длиной $S = 45$ км. Стартуют все туристы одновременно. На всю группу туристов есть только два велосипеда, причем если на велосипеде едут двое, то их скорость равна $3V$, а если на велосипеде едет один человек, то его скорость равна $4V$. Если же турист идет пешком, то его скорость движения равна $V = 5$ км/ч. За какое минимальное время все туристы могут оказаться в пункте назначения? Временем посадки туристов на велосипед, а также временами разгона и торможения можно пренебречь.

$$\text{в } 2z6'z = \frac{40V}{531} = \perp$$

ЗАДАЧА 28. У обочины прямолинейного шоссе стоит столб, а на столбе сидит муха. По шоссе движется велосипедист со скоростью u , приближаясь к столбу. В тот момент, когда расстояние между велосипедистом и столбом равно L , муха вылетает навстречу велосипедисту со скоростью v_1 . Встретив велосипедиста, муха мгновенно разворачивается и летит назад со скоростью $v_2 > u$. Поравнявшись со столбом, муха опять разворачивается и летит навстречу велосипедисту со скоростью v_1 , потом — опять назад со скоростью v_2 , и так далее.

- 1) Какое расстояние пролетела муха к тому моменту, когда велосипедист доехал до столба?
- 2) Сколько времени муха провела на пути в одну сторону, и сколько — в другую?

$$\frac{n}{T} \frac{v_2 + u}{v_1} = v_2 : \frac{n}{T} \frac{v_2 + u}{v_1} = v_1 \left(\frac{n}{T} \frac{v_2 + u}{v_1} = s \right)$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2006, финал, 9) По реке, скорость течения которой u , навстречу друг другу плывут два одинаковых теплохода. В некоторый момент времени, когда один из теплоходов проплывал мимо пункта A , а другой — мимо пункта B , из A в B отплыл быстроходный катер, который стал курсировать между теплоходами вплоть до их встречи. Какой путь L_x относительно берега реки проплыл катер? Расстояние от A до B вдоль фарватера реки равно L . В стоячей воде скорость теплоходов равна v , а катера — V . Пункт A находится выше пункта B по течению реки. Как изменится ответ, если катер стартует из пункта B ?

$$T \frac{V + u}{v + u} = \frac{L}{v + u} : T \frac{V + u}{v + u} = xT$$

Ответ к задаче 9

