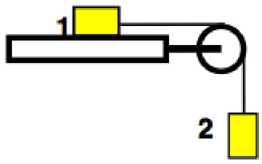
Неинерциальные системы отсчёта

В неинерциальной системе отсчёта законы Ньютона не работают: в дело вмешиваются силы инерции, возникающие в результате ускоренного движения данной системы относительно инерциальной.

Задача 1. Лифт движется вертикально вверх с ускорением a.

- Найдите вес человека массы m в этом лифте. Интерпретируйте полученный результат как «дополнительную гравитацию», возникающую при ускоренном движении лифта.
- Математический маятник — это небольшой груз, подвешенный на нити длиной l. Период колебаний математического маятника, как известно, равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. А чему будет равен период колебаний этого маятника в кабине нашего лифта?
- Деревянный кубик плавает в ведре с водой. Как изменится глубина погружения кубика, если поместить ведро внутрь нашего лифта?

Задача 2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9*) Два груза с одинаковой массой $m = 10$ кг прикреплены к разным концам легкой и прочной длинной веревки, перекинутой через свободно вращающийся блок. Груз 1 удерживают на горизонтальной поверхности (коэффициент трения между ним и поверхностью $\mu = 0{,}6$), а второй висит свободно. Вся система помещена в лифт. Лифт поехал вверх с ускорением $a = 5$ м/с^2, а грузы отпустили, и они пришли в движение (первый поехал вправо набирая скорость, а второй — вниз). Найти удлинение веревки во время движения. Известно, что ее коэффициент жесткости $k = 4000$ Н/м. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.



$\Delta l = \frac{1+\mu}{2k} m(g+a) \approx 3$ см

Задача 3. (*Всеросс., 2012, финал, 9*) В ракете, готовой к старту, находится большой аквариум, частично заполненный водой плотностью ρ_0. Внутрь аквариума помещён тонкий цилиндрический поплавок плотностью ρ с поперечным сечением S, прикреплённый ко дну лёгкой пружиной жесткостью k. Перед стартом ракеты пружина растянута на x_0, а поплавок частично выступает из воды.

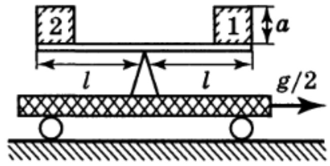
1) Определите, увеличится или уменьшится высота выступающей части поплавка, если система придёт в движение с постоянным ускорением, направленным вверх. Ответ обоснуйте.

2) При достижении ракетой ускорения a высота выступающей над водой части поплавка изменилась на x. Найдите аналитическую зависимость x от a.

3) Рассчитайте численное значение x для следующих параметров задачи: $k = 10$ Н/м, $x_0 = 1$ см, $\rho_0 = 1000$ кг/м^3, $S = 10^{-4}$ м^2, $g = 10$ м/с^2, $a = 3g$.

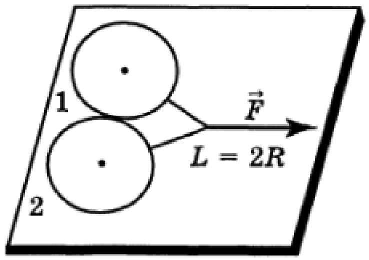
1) Увеличится; 2) $x = \frac{a}{g} \frac{x_0}{1+\frac{\rho_0 S(g+a)}{k}}$; 3) $x = 2{,}14$ см

Задача 4. (*Всеросс., 1996, финал, 9*) На тележке, движущейся по горизонтальной поверхности с ускорением $g/2$, установлены равноплечные весы, длина плеч которых равна l (рис.). На весах установлены два одинаковых по размеру, но изготовленных из разного материала однородных кубика. Длина ребра каждого кубика равна a. Найдите отношение плотности материала кубиков *1* и *2*, если известно, что весы при движении тележки находятся в равновесии, а кубики относительно весов неподвижны.



$\boxed{\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{4l-a}{4l-3a}}$

Задача 5. (*Межреспубл., 1992, финал, 9–10*) На гладком горизонтальном столе лежат, касаясь друг друга, две одинакового размера шайбы *1* и *2*, радиус которых равен R. Шайбы соединены друг с другом с помощью тонкой лёгкой нити (рис.). Длина нити $L = 2R$. Нить начали тянуть в горизонтальном направлении с постоянной силой F. Найдите силу, с которой шайбы будут давить друг на друга, когда их движение установится. Сила F приложена в середине нити. Трение можно считать малым.



Рассмотрите два случая:

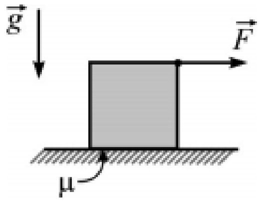
1) шайбы имеют одинаковую массу;

2) масса одной шайбы в два раза больше массы другой.

Примечание. Сравните с задачей Vse2010R2.

$\boxed{1)\ N = \frac{F}{2\sqrt{3}};\ 2)\ N = \frac{2F}{3\sqrt{7}}}$

Задача 6. Какое ускорение a поступательного движения можно сообщить однородному кубику, находящемуся на шероховатой горизонтальной плоскости, прикладывая к его верхнему ребру горизонтальную силу в плоскости симметрии кубика (см. рисунок)? Коэффициент трения кубика о плоскость равен $\mu = 0{,}3$.



$\boxed{a = g(1 - 2\mu)}$

[Овчинкин] → <u>12.21</u>, <u>12.24</u>, 12.25, 12.56.

Потенциальная энергия в поле центробежной силы

Рассмотрим систему координат $Oxyz$, вращающуюся с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси z. Перейдём в неё. Получим поле центробежной силы

$$\vec{F} = m\omega^2\vec{r}.$$

Задача 7. Объясните, что такое вектор $\vec{r}$. Покажите, что в поле центробежной силы можно ввести потенциальную энергию

$$U = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2.$$

Указание. Вспомните листок «Работа и энергия», раздел «Потенциальная энергия в поле консервативной силы».

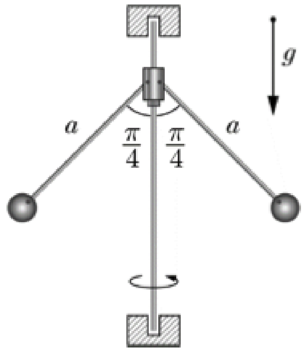
[Овчинкин] → 12.30, <u>12.36</u>, <u>12.37</u>, 12.38, <u>12.40</u>, 12.41, <u>12.50</u>, 12.52, <u>12.53</u>.

[Овчинкин] → <u>12.43</u>, <u>12.44</u>, 12.45, 12.54$^?$, <u>12.55</u>, <u>12.63</u>, 12.64$^?$.

Задача 8. (*Всеросс., 2019, РЭ, 11*) Вертикальный цилиндрический сосуд с водой, равномерно вращающийся вокруг своей оси с периодом T_0, быстро охлаждают, так что на поверхности появляется тонкая гладкая ледяная корка. На корку вблизи оси сосуда без начальной скорости помещают маленькую бусинку, которая может без трения скользить по поверхности. Найдите период T ее малых колебаний.

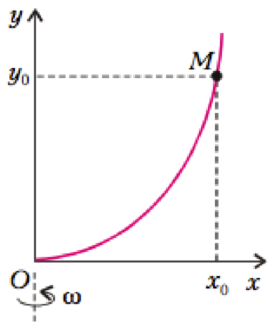
$$\boxed{T = T_0}$$

Задача 9. (*МОШ, 2018, 11*) На рисунке изображена упрощённая модель центробежного регулятора. Два одинаковых тяжёлых груза при помощи лёгких жёстких стержней с длинами a и шарниров соединены с вращающимся валом, ось которого вертикальна. Конструкция шарниров позволяет стержням свободно отклоняться от этой оси, однако грузы и вал вращаются с одинаковой угловой скоростью ω, которая поддерживается постоянной при помощи внешнего привода. Установившиеся при вращении равновесные положения стержней таковы, что угол между стержнями равен 90°. Определите период малых колебаний грузов относительно положения равновесия при вращении. Трения в шарнирах и в подшипниках крепления вала нет. Размеры грузов малы по сравнению с длиной стержней.



$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{a\sqrt{2}}{g}}}$$

Задача 10. (*Всеросс., 2002, финал, 11*) Гладкая проволока изогнута так, что если совместить ось Oy с одной её частью, то другая часть проволоки будет совпадать с графиком функции $y = ax^3$ при $x > 0$ (рис.). Проволока равномерно вращается вокруг вертикальной оси Oy с угловой скоростью ω. На неё надета бусинка M, которая может скользить вдоль проволоки с пренебрежимо малым трением. Найдите координаты x_0 и y_0 равновесного положения бусинки и период T малых колебаний относительно этого положения.



$$\boxed{x_0 = \frac{\omega^2}{3ag},\ y_0 = \frac{\omega^6}{27a^2g^3};\ T = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 + \frac{\omega^8}{9a^2g^4}}}$$