

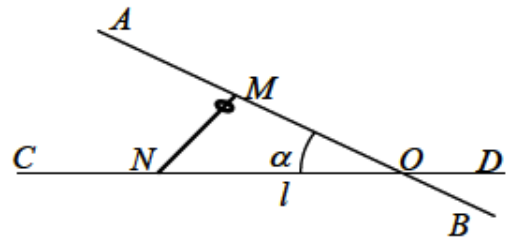
Наклонная плоскость

[Овчинкин] → 2.5, 2.21, 2.22.

ЗАДАЧА 1. На гладкую наклонную плоскость с углом наклона α положили брусок массой m и отпустили. Найдите ускорение бруска и силу давления бруска на плоскость.

$$v \cos \beta u = N, \quad v \sin \beta = v$$

ЗАДАЧА 2. («Росатом», 2017, 11) (Г. Галилей, «Беседы и математические доказательства двух новых наук», 1637 г.). Маленькое колечко движется по гладкой спице MN . Начало движения колечка — точка M — лежит на прямой AB , наклонённой под углом α к горизонту; конец — точка N — на горизонтали CD , на расстоянии l от точки O пересечения горизонтали CD с наклонной прямой AB . На каком расстоянии от точки O должна быть расположена точка M , чтобы время движения колечка от точки M до точки N было минимальным?



$$l = ON$$

ЗАДАЧА 3. На наклонную плоскость с углом наклона α положили брусок массой m и отпустили. Найдите ускорение бруска и силу трения, действующую на брусок. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен μ .

$$\text{Если } \mu > \tan \alpha, \text{ то } v = 0 \text{ и } f = mg \cos \alpha; \text{ если } \mu \leq \tan \alpha, \text{ то } v \neq 0 \text{ и } f = mg \sin \alpha$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2020, 9) Чтобы спускать брусок равномерно по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, следует приложить силу F_1 , направленную вверх вдоль наклонной плоскости, а чтобы равномерно втаскивать брусок вверх, следует приложить такую же по направлению силу F_2 .

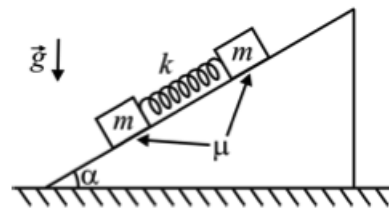
1. Найдите коэффициент μ трения скольжения бруска по плоскости, если $F_2 = 2F_1$.
2. Какую по величине V_0 скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости, следует сообщить бруску, чтобы он остановился на расстоянии $S = 1,35$ м от точки старта? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$V_0 = \sqrt{2gS(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} \approx 0,19 \text{ м/с} \quad (1) \quad \frac{F_2 - F_1}{F_1 + F_2} = \mu$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) Небольшому телу, находящемуся на наклонной плоскости, сообщили некоторую скорость, направленную вверх вдоль этой плоскости. Через некоторое время оно вернулось в точку старта со скоростью, направленной противоположно начальной и вдвое меньшей по модулю. Определите угол наклона плоскости, если коэффициент трения скольжения между ней и телом равен $\mu = 0,2$. Модуль ускорения свободного падения можно считать равным $g = 10$ м/с².

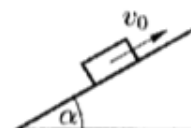
$$\alpha = \arctan \frac{g}{2g} \approx 18,4^\circ$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2019, ШЭ, 11) Два одинаковых маленьких бруска массами $m = 0,6$ кг каждый соединили друг с другом лёгкой пружиной жёсткостью $k = 80$ Н/м и положили на наклонную плоскость, образующую угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом так, как показано на рисунке. Коэффициент трения между брусками и плоскостью равен $\mu = 0,8$. При какой максимальной деформации Δx пружины эта система может находиться в покое? Считайте, что $g = 10$ м/с².



$$\Delta x \approx (v_{\text{н}} - v_{\text{с}}) \frac{m}{k} = x_{\text{н}}$$

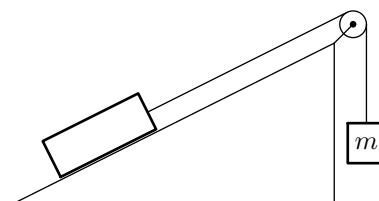
ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2010, финал, 10) Небольшую шайбу толкнули вверх вдоль наклонной плоскости с углом наклона α с начальной скоростью v_0 (рис.).



- 1) Через какое время t_0 шайба вернётся в исходную точку при отсутствии трения?
- 2) При каких значениях коэффициента трения μ шайба возвратится назад?
- 3) Определите время t_μ возврата шайбы в исходную точку при наличии трения.
- 4) При каком значении коэффициента трения μ время t_μ будет равно t_0 — времени возврата шайбы при отсутствии трения?

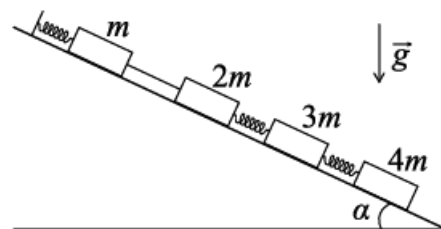
$$v_0 \frac{t_0}{1} = 0 \text{ т } \left(\frac{v_0 \cos \alpha t_0 - v_0 \sin \alpha t_0}{1} + \frac{v_0 \sin \alpha t_0 + v_0 \cos \alpha t_0}{1} \right) \frac{g}{2a} = t_0 \left(g \sin \alpha > t_0 \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{2a} = 0 \right) \right)$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 2007) Груз массой $m = 2$ кг соединён достаточно длинной невесомой перекинутой через блок нитью со вторым грузом, находящимся на закреплённой наклонной плоскости (см. рисунок). Грузам сообщили некоторую начальную скорость, и систему предоставили самой себе. В некоторый момент скорость груза m направлена вверх и равна $v = 8$ м/с. Через время $t = 2$ с груз остановился. Найдите силу натяжения нити. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



$$H \frac{t}{1} = \left(\frac{t}{a} - b \right) u = L$$

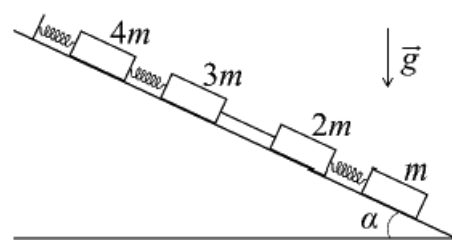
ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2016, 9) Брусочки с массами $m, 2m, 3m$ и $4m$, соединённые лёгкими пружинами и нитью (см. рисунок), удерживаются неподвижно с помощью упора на гладкой наклонной поверхности с углом наклона к горизонту α ($\sin \alpha = 1/3$).



- 1) Найти силу натяжения нити.
- 2) Найти ускорение (направление и модуль) бруска массой m сразу после пережигания нити.

$$x_{\text{н}} = v_0 \frac{t}{1} = v_0 \frac{t}{1} = L$$

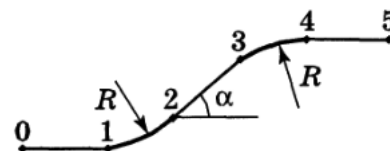
ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2016, 10) Бруски с массами m , $2m$, $3m$ и $4m$, соединённые лёгкими пружинами и нитью (см. рисунок), удерживаются неподвижно с помощью упора на гладкой наклонной поверхности с углом наклона к горизонту α ($\sin \alpha = 1/6$).



- 1) Найти силу натяжения нити.
- 2) Найти ускорение (направление и модуль) бруска массой $2m$ сразу после пережигания нити.

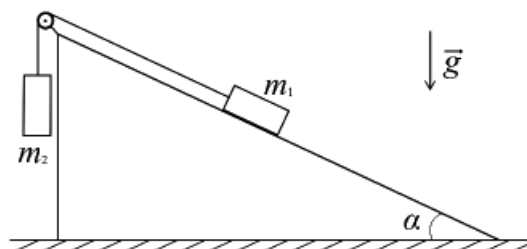
$$\boxed{\text{Сила натяжения } T = 2mg \sin \alpha \text{ (2); ускорение } a = g \sin \alpha \text{ (1)}}$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2000, ОЭ, 9) Грузовик въезжает с постоянной по модулю скоростью v на горку по дороге, профиль которой изображен на рисунке. Дорога состоит из прямолинейных участков (горизонтальных 0–1 и 4–5, под углом α к горизонту 2–3) и дуг окружностей (1–2, 3–4) радиуса R . В кузове грузовика находится незакреплённый груз. При каком минимальном критическом коэффициенте трения $\mu_{кр}$ груза о кузов груз будет неподвижен относительно грузовика во время движения? В каком месте дороги груз начнёт скользить по кузову, если коэффициент трения окажется чуть меньше, чем $\mu_{кр}$? Ответ обоснуйте. Размеры грузовика пренебрежимо малы по сравнению с R .



$$\boxed{\mu_{кр} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ (3) и при } \frac{v^2}{R} > g \cos \alpha \text{ (2)}}$$

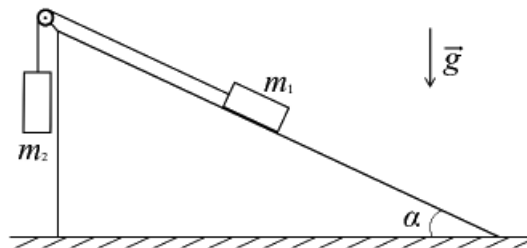
ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2016, 9) Клин массой m находится на шероховатой горизонтальной поверхности стола (см. рисунок). Через блок, укреплённый на вершине клина, перекинута лёгкая нерастяжимая нить, связывающая грузы, массы которых $m_1 = 2m$ и $m_2 = 3m$. Грузы удерживают, затем отпускают. После этого грузы движутся, а клин покоится. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α ($\sin \alpha = 0,6$).



- 1) Найдите ускорение грузов.
- 2) Найдите силу нормальной реакции, действующей на клин со стороны стола.

$$\boxed{a = \frac{g \sin \alpha}{6} \text{ (2); } N = 6mg \text{ (1)}}$$

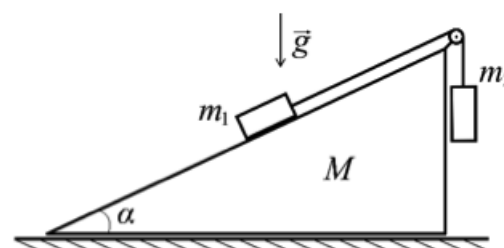
ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2016, 9) Кли́н массой $4m$ находится на шероховатой горизонтальной поверхности стола (см. рисунок). Через блок, укреплённый на вершине клина, перекинута лёгкая нерастяжимая нить, связывающая грузы, массы которых $m_1 = 3m$ и $m_2 = m$. Грузы удерживают, затем отпускают. После этого грузы движутся, а клин покоится. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α ($\sin \alpha = 0,8$).



- 1) Найдите ускорение грузов.
- 2) Найдите силу трения, действующую на клин со стороны стола.

$$\delta u \frac{001}{89} = f \quad (\mathcal{Z} : \delta \frac{02}{L} = v \quad \text{I})$$

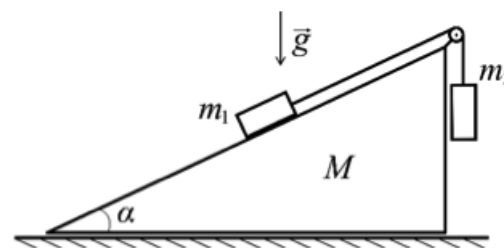
ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2017, 9) Кли́н массой M находится на шероховатой горизонтальной поверхности стола. Через блок, укреплённый на вершине клина, перекинута лёгкая нерастяжимая нить, связывающая грузы, массы которых m_1 и m_2 (см. рис). Грузы удерживают, затем отпускают. После этого грузы движутся, а клин покоится. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтальной плоскостью угол α ($\sin \alpha = 0,8$). Считайте $M = 2m$, $m_1 = m$, $m_2 = 2m$. Массой блока и трением в его оси пренебречь.



- 1) Найдите ускорение грузов.
- 2) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения клина по столу клин будет оставаться в покое?

$$\frac{\mathcal{E} \text{II}}{9} < \mu \quad (\mathcal{Z} : \delta \frac{\mathcal{E}}{2} = \delta \frac{\mathcal{E}}{\sigma \sin \alpha - \mathcal{Z}} = v \quad \text{I})$$

ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2017, 10) Кли́н массой M находится на шероховатой горизонтальной поверхности стола. Через блок, укреплённый на вершине клина, перекинута лёгкая нерастяжимая нить, связывающая грузы, массы которых m_1 и m_2 (см. рис). Грузы удерживают, затем отпускают. После этого грузы движутся, а клин покоится. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = \pi/6$. Считайте $M = 2m$, $m_1 = m$, $m_2 = 2m$. Массой блока и трением в его оси пренебречь.



- 1) Найдите ускорение грузов.
- 2) Найдите силу T натяжения нити.
- 3) Найдите силу N нормальной реакции, действующей на клин со стороны стола.

$$\delta u \frac{\mathcal{V}}{L1} = N \quad (\mathcal{E} : \delta u = \mathcal{L} \quad (\mathcal{Z} : \frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{B}} = \delta \frac{\mathcal{E}}{\sigma \sin \alpha - \mathcal{Z}} = v \quad \text{I})$$

ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2019, 9) На заснеженном склоне с углом наклона α к горизонту коэффициент трения скольжения лыжника на высотах меньших h равен μ_1 ($\mu_1 > \operatorname{tg} \alpha$), на больших высотах коэффициент трения скольжения лыжника равен μ_2 ($\mu_2 < \operatorname{tg} \alpha$). Ускорение свободного падения g .

1. С какой высоты H следует стартовать лыжнику с нулевой начальной скоростью, чтобы доехать до основания склона с нулевой конечной скоростью?
2. Найдите максимальную скорость V_{\max} лыжника.
3. Найдите продолжительность T движения на участке торможения.

$$\frac{(v \operatorname{tg} \alpha - v \operatorname{tg} \alpha) v \operatorname{tg} \alpha}{\mu_2} \sqrt{h} = J \left(\frac{v \operatorname{tg} \alpha}{(v \operatorname{tg} \alpha - v \operatorname{tg} \alpha) \mu_2} \sqrt{h} \right) = \operatorname{arsh} \Lambda \left(\frac{v \operatorname{tg} \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha} \right) = H \left(\frac{v \operatorname{tg} \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha} \right)$$

ЗАДАЧА 17. («Физтех», 2021, 10) Маленькая коробочка съезжает по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения скольжения коробочки по поверхности на высотах меньших $h = 2$ м равен $\mu_1 = 0,81$, на больших высотах коэффициент трения скольжения равен $\mu_2 = 0,11$. Начальная скорость коробочки нулевая. У основания наклонной плоскости коробочка останавливается.

1. Найдите продолжительность T движения коробочки на участке торможения.
2. С какой высоты H съехала коробочка? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$\frac{v \operatorname{tg} \alpha - v \operatorname{tg} \alpha}{\mu_2} \sqrt{h} = H \left(\frac{v \operatorname{tg} \alpha}{(v \operatorname{tg} \alpha - v \operatorname{tg} \alpha) \mu_2} \sqrt{h} \right) = J \left(\frac{v \operatorname{tg} \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha} \right)$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2014, ШЭ, 11) Неподвижная наклонная плоскость наклонена под углом α к горизонту. Брусок может скользить по ней с коэффициентом трения $\mu < \operatorname{tg} \alpha$. Бруску сообщают начальную скорость, направленную вверх вдоль горки. Определите отношение времени подъёма бруска ко времени его опускания.

$$\frac{v \operatorname{tg} \alpha + v \operatorname{tg} \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha - v \operatorname{tg} \alpha} \sqrt{h} = \frac{v \operatorname{tg} \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha}$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2016, МЭ, 11) Гонимый автомобиль движется по виражу — участку дороги, на котором реализован поворот с наклоном дорожного полотна, причём внешняя сторона полотна находится выше, чем внутренняя. Оказалось, что для некоторого виража радиусом $R = 500$ м и с углом наклона полотна дороги к горизонту $\alpha = 30^\circ$ максимальная скорость, с которой автомобиль может проехать этот поворот, составила $v_0 = 360$ км/ч. Определите, чему равнялась бы максимальная скорость в случае, если бы дорожное полотно на повороте было уложено без наклона. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с², радиус виража измеряется в горизонтальной плоскости.

$$\frac{v \operatorname{tg} \alpha + v \operatorname{tg} \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha - v \operatorname{tg} \alpha} \sqrt{h} = a$$

Задача 20. (МОШ, 2014, 10–11) Брусок массой 1 кг лежит на шероховатой наклонной плоскости. Чтобы сдвинуть его вдоль наклонной плоскости вниз, надо приложить минимальную силу 2 Н, чтобы сдвинуть вдоль наклонной плоскости вверх — минимальную силу 4 Н. Ускорение свободного падения 10 м/с^2 .

А) С каким ускорением будет двигаться брусок, если приложить к нему силу 5 Н, направленную вдоль наклонной плоскости вверх? Ответ выразите в м/с^2 и округлите до второй значащей цифры.

В) Какую минимальную силу надо приложить к бруску вдоль наклонной плоскости в горизонтальном направлении, чтобы он начал движение? Ответ выразите в ньютонах и округлите до второй значащей цифры.

С) С каким ускорением будет двигаться брусок, если его положить на горизонтальную поверхность, изготовленную из того же материала, что и наклонная плоскость, и приложить к нему горизонтальную силу 2,5 Н? Ответ выразите в м/с^2 и округлите до второй значащей цифры.

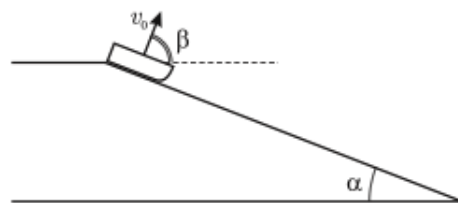
Д) С каким ускорением будет двигаться брусок, если его положить на горизонтальную поверхность, изготовленную из того же материала, что и наклонная плоскость, и приложить к нему горизонтальную силу 4 Н? Ответ выразите в м/с^2 и округлите до второй значащей цифры.

1 (A) 1; 2; 3; (C) 0; 1

Задача 21. (МОШ, 2011, 9) На наклонной плоской поверхности, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом, находится небольшая плоская шайба массой $m = 0,5 \text{ кг}$, прикрепленная лёгкой нитью длиной $L = 1 \text{ м}$ к точке на этой поверхности. Шайбу толкнули вдоль поверхности так, что нить натянута и скорость шайбы перпендикулярна нити. В некоторый момент шайба имеет направленную горизонтально скорость $v = 2 \text{ м/с}$. Коэффициент трения шайбы о плоскость равен $\mu = 0,6$. Каково по модулю ускорение a шайбы в этот момент времени? Какова сила F натяжения нити в этот момент? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

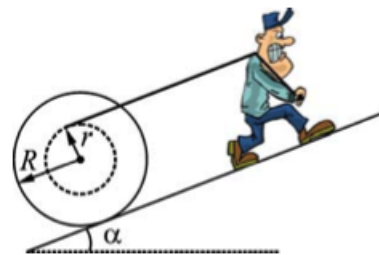
$$\mu g \approx v \cos \beta \mu + \frac{T}{m} = \frac{v^2}{2r} \approx \frac{v^2}{2L \cos \alpha} = \frac{v^2}{2L} \left(\frac{1}{\cos \alpha} \right) \Rightarrow v = \dots$$

Задача 22. (МОШ, 2006, 9) Находясь на вершине ледяной горки, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, школьник бросил снежок под углом $\beta = 70^\circ$ к горизонту и в этот же момент начал спускаться без начальной скорости с этой горки на санках. Через некоторое время снежок попал в школьника. Найдите коэффициент трения между полозьями санок и льдом.



$$\mu g \approx (g + v) \sin \alpha = \dots$$

Задача 23. (МОШ, 2013, 9) Рабочий катит катушку с канатом вверх по плоской горке, образующей угол $\alpha \approx 6^\circ$ с горизонтом, одновременно разматывая канат (см. рисунок). Внешний радиус катушки равен $R = 60$ см, внутренний — $r = 40$ см, а масса катушки с канатом равна $m = 100$ кг. Катушка катится без проскальзывания и делает один полный оборот за время $t = 4$ с, причём её центр движется равномерно. С какой скоростью идёт рабочий? Какой выигрыш в силе он получает при таком подъёме? С какой силой он тянет за конец каната? Какую полезную мощность он развивает? Массой размотанного участка каната пренебречь, считать $\sin 6^\circ \approx 0,10$.

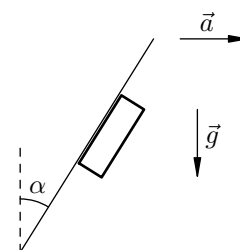


$$v \approx 1,6 \text{ м/с}; H_{09} = \frac{(\frac{R}{r} + 1) m g}{2} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}; P \approx (\frac{R}{r} + 1) m g v \approx (\frac{60}{40} + 1) \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot 1,6 = 1,6 \cdot 10^4 \text{ Вт}$$

Задача 24. (МОШ, 2008, 9) На станции глубокого заложения в Московском метрополитене длина эскалатора равна $L = 100$ м, угол его наклона к горизонту равен $\alpha = 22,5^\circ$, а скорость движения составляет $v = 1,2$ м/с. Какова должна быть минимальная мощность электромотора, приводящего в движение эскалатор, чтобы в «час пик», когда эскалатор плотно заполнен людьми, этот мотор мог справиться с нагрузкой при движении вверх? Считать, что люди в среднем имеют массу $m = 70$ кг и располагаются в два ряда на среднем расстоянии друг от друга (по горизонтали) $l = 50$ см, а КПД механической части эскалатора равен $\eta = 0,7$.

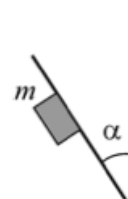
$$N_{\text{min}} = \frac{m g L v \sin 2\alpha}{\eta} \approx 170 \text{ кВт}$$

Задача 25. (МФТИ, 2006) Ровная шероховатая доска движется с постоянным горизонтальным ускорением a , сохраняя постоянный угол наклона α к вертикали (см. рисунок). Доска толкает перед собой массивный брусок. Оказалось, что при $a > g$ брусок с доской движутся вместе без проскальзывания, а при $a < g$ брусок падает вниз. Найдите угол α , если коэффициент трения между доской и бруском равен $\mu = 1,5$.



$$\alpha \approx \arctan \left(\frac{g + a}{g - \mu a} \right) \approx 3,3^\circ$$

Задача 26. (МОШ, 2014, 10) Магнит массой m притягивается снизу к плоской металлической плите, образующей угол α с вертикалью, с постоянной силой $F = kmg$, где k — известный коэффициент ($k > 1$). Коэффициент трения между магнитом и плитой равен μ . Найдите модуль ускорения магнита.

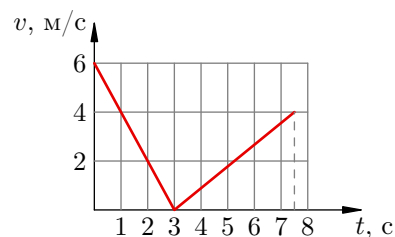


$$a = \frac{v}{t} \text{ или } \frac{v}{\cos \alpha} \geq \mu (kmg \sin \alpha + mg \cos \alpha) \text{ если } k \sin \alpha + \mu \cos \alpha \geq \mu (k + 1) \text{ то } a = 0$$

Задача 31. (МФТИ, 1994) На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = \arctg(1/4)$ лежит коробка. Чтобы передвинуть коробку вниз по наклонной плоскости на некоторое расстояние, нужно совершить минимальную работу $A_1 = 15$ Дж. Для перемещения коробки вверх вдоль наклонной плоскости требуется совершить работу не менее $A_2 = 65$ Дж. В обоих случаях силы к коробке прикладываются вдоль наклонной плоскости. Определить по этим данным коэффициент трения скольжения между коробкой и наклонной плоскостью, если величины перемещений вверх и вниз равны.

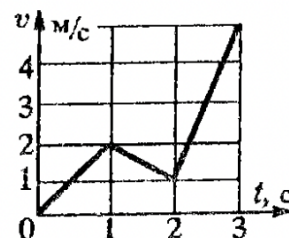
$$\mu \approx \frac{A_2 - A_1}{A_2 + A_1} = \mu$$

Задача 32. (МФТИ, 1992) Шайба, брошенная вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх, а затем возвращается к месту броска. График зависимости модуля скорости шайбы от времени приведён на рисунке. Найти угол наклона плоскости к горизонту.



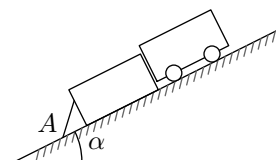
$$\mu \approx \frac{0.6}{0.1} \text{ ctg } \alpha = \frac{6 \text{ ctg } \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \text{ ctg } \alpha = \mu$$

Задача 33. (МФТИ, 1992) По плоскости с углом наклона к горизонту α ($\sin \alpha = 4/9$) соскальзывает брусок. Коэффициент трения скольжения μ между бруском и плоскостью меняется вдоль плоскости. График зависимости скорости бруска от времени представлен на рисунке. Найти минимальное значение μ .



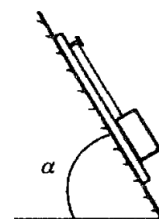
$$\mu \approx \frac{v \sin \alpha}{v \cos \alpha - v \mu \sin \alpha} = \mu$$

Задача 34. (МФТИ, 1991) Тележка и ящик с равными массами удерживаются упором А (см. рисунок) на поверхности горки, наклонённой под углом α ($\text{tg } \alpha = 0,4$) к горизонту. Упор убирают, ящик и тележка приходят в движение. Во сколько раз при этом уменьшается сила давления тележки на ящик? Коэффициент трения скольжения между ящиком и поверхностью горки $\mu = 0,2$. Соприкасающиеся поверхности стенок ящика и тележки считать гладкими и расположенными перпендикулярно поверхности горки.



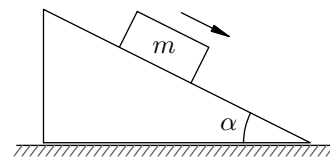
$$\mu = \frac{\mu}{\sin \alpha} = \mu$$

Задача 35. (МФТИ, 1991) На наклонной плоскости (см. рисунок) с углом наклона $\alpha = 60^\circ$ неподвижно удерживают доску. На верхней гладкой поверхности доски лежит брусок, прикрепленный с помощью нити к гвоздю, вбитому в доску. Нить параллельна наклонной плоскости. Если доску отпустить, то она начнёт скользить по наклонной плоскости, и сила натяжения нити уменьшается в 10 раз. Найти значение коэффициента трения скольжения между доской и наклонной плоскостью.



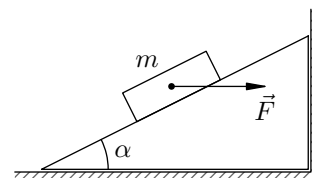
$$\mu \approx \frac{0.1}{\sin \alpha} = \mu$$

Задача 36. (МФТИ, 1995) Призма находится на горизонтальной поверхности шероховатого стола (см. рисунок). На поверхность призмы, наклонённую под углом α к горизонту, положили брусок массой m и отпустили. Он стал соскальзывать, а призма осталась в покое. Коэффициент трения скольжения между бруском и призмой равен μ . Найти силу трения между призмой и столом.



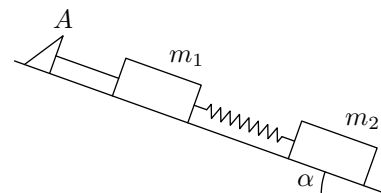
$$\mu \cos \alpha - \sin \alpha = f$$

Задача 37. (МФТИ, 1995) Призма находится на горизонтальной поверхности гладкого стола и упирается в гладкую стенку (см. рисунок). На гладкую поверхность призмы, наклонённую под углом α к горизонту, положили шайбу массой m и стали давить на неё с постоянной горизонтальной силой F . Найти силу давления призмы на стенку при движении шайбы вверх.



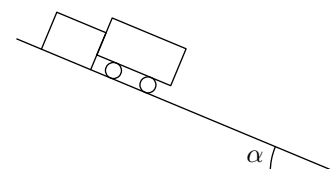
$$\sin \alpha (\cos \alpha + \mu) = N$$

Задача 38. (МФТИ, 1995) Бруски с массами m_1 и m_2 соединены невесомой пружиной (см. рисунок) и прикреплены с помощью лёгкой нити к упору A , закреплённому на гладкой наклонной плоскости с углом наклона α . Система покоится. Найти силу натяжения нити. Найти ускорение (направление и модуль) бруска с массой m_1 сразу после пережигания нити.



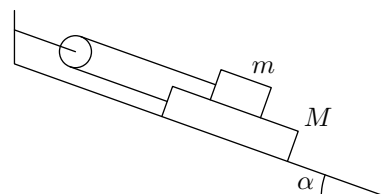
$$L = \frac{m_1 m_2 g \sin \alpha}{m_1 + m_2}$$

Задача 39. (МФТИ, 1996) На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ удерживаются неподвижно тележка и брусок, расположенные рядом (см. рисунок). Их отпускают. Какое расстояние будет между тележкой и бруском к моменту, когда тележка пройдёт расстояние $L = 50$ см? Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0,3$. Массу колёс тележки и трение качения не учитывать.



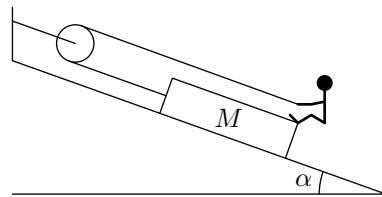
$$p \approx 0,26 L$$

Задача 40. (МФТИ, 1998) К концам троса, перекинутого через блок, привязаны бруски с массами m и $M = 4m$, находящиеся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ (см. рисунок). При каком минимальном значении коэффициента трения k между брусками они будут покоиться?



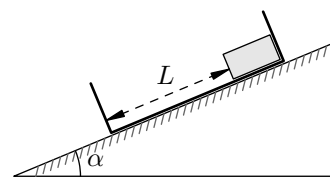
$$k = \frac{m}{M} \tan \alpha$$

ЗАДАЧА 41. (МФТИ, 1998) Человек массой m , упираясь ногами в ящик массой M , подтягивает его с помощью каната, перекинутого через блок, по наклонной плоскости с углом наклона α (см. рисунок). С какой минимальной силой надо тянуть канат человеку, чтобы подтянуть ящик к блоку? Коэффициент трения скольжения между ящиком и наклонной плоскостью равен k . Части каната, не соприкасающиеся с блоком, параллельны наклонной плоскости. Массами блока и каната пренебречь.



$$(v \cos \varphi + v \sin \varphi) b \frac{\tau}{u + W} = \mathcal{L}$$

ЗАДАЧА 42. (МФТИ, 2001) Ящик с шайбой удерживают в покое на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ (см. рисунок). Ящик и шайбу одновременно отпускают, и ящик начинает скользить по наклонной плоскости, а шайба — по дну ящика. Через время $t = 1$ с шайба ударяется о нижнюю стенку ящика. Коэффициент трения скольжения между шайбой и ящиком $\mu_1 = 0,23$, а между ящиком и наклонной плоскостью $\mu_2 = 0,27$. Масса ящика вдвое больше массы шайбы.

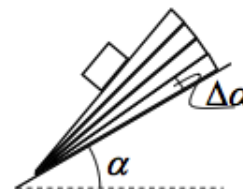


1) Определить ускорение шайбы относительно наклонной плоскости при скольжении шайбы по ящику.

2) На каком расстоянии L от нижней стенки ящика находилась шайба до начала движения?

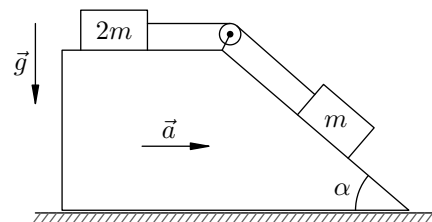
$$m \cos \varphi = v \cos \varphi b (1 - \tau t) \frac{\tau}{\xi} = \mathcal{L} \quad (\tau : \tau^2 / m \cos \varphi \approx (v \cos \varphi t - v \sin \varphi) b = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 43. («Росатом», 2013, 11) На наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, лежит стопка из 10 одинаковых по форме клиньев с малым углом $\Delta\alpha$ при вершине (см. рисунок; клинья нарисованы не все). По поверхности верхнего клина скользит тело массой M . Найти силу, действующую на наклонную плоскость со стороны стопки клиньев, если известно, что все они покоятся, а трение между поверхностями отсутствует.



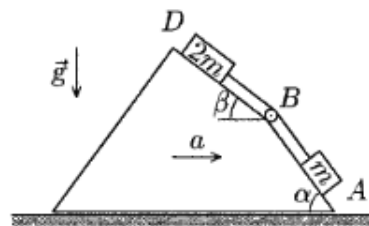
$$M g \frac{\sin(2\alpha + 20\Delta\alpha)}{2 \sin \alpha} b W = \mathcal{L}$$

ЗАДАЧА 44. (МФТИ, 2004) Бруски с массами m и $2m$ связаны лёгкой нитью, перекинутой через блок, и находятся на наклонной и горизонтальной поверхностях призмы (см. рисунок). Угол наклона к горизонту одной из поверхностей призмы равен α ($\sin \alpha = 3/5$). Коэффициент трения скольжения бруска о горизонтальную поверхность $\mu = 1/6$, а о наклонную поверхность — 2μ . При перемещении призмы с некоторым минимальным горизонтальным ускорением a брусок с массой $2m$ начинает скользить по призме влево при натянутой нити. Найти отношение a/g , где g — ускорение свободного падения. Трением в оси блока пренебречь.



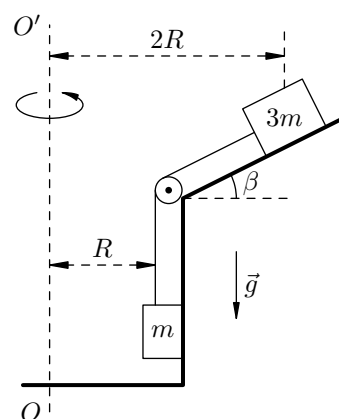
$$\frac{31}{9} = \frac{v \cos \alpha + v \sin \alpha \tau t - \tau}{v \sin \alpha + \tau t} = \frac{b}{v}$$

Задача 45. (МФТИ, 2004) Грузы с массами m и $2m$ связаны лёгкой нитью, перекинутой через блок, и находятся на наклонённых под углами α ($\sin \alpha = 4/5$) и $\beta = 90^\circ - \alpha$ к горизонту поверхностях горки (см. рисунок). Поверхность BD гладкая, коэффициент трения скольжения груза о поверхность AB равен $\mu = 1/3$. С каким минимальным горизонтальным ускорением a надо двигать горку, чтобы груз массой $2m$ поднимался вверх по поверхности BD ? Трением в оси блока пренебречь.



$$g \frac{6\zeta}{\xi\xi} = g \frac{v \cos \alpha + v \sin (\pi - \zeta)}{v \sin \alpha + v \cos (\pi + \zeta)} = v$$

Задача 46. (МФТИ, 2004) Небольшие бруски с массами m и $3m$ связаны лёгкой нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Брусок массой $3m$ удерживают на гладкой наклонённой под углом β ($\cos \beta = 3/5$) к горизонту поверхности чаши. Коэффициент трения скольжения между бруском массой m и вертикальной стенкой чаши равен $\mu = 2/5$. Чаша с брусками может вращаться вокруг вертикальной оси OO' . Бруски находятся на расстояниях R и $2R$ от оси OO' . Нить и бруски лежат в плоскости, перпендикулярной поверхности чаши. При какой минимальной угловой скорости вращения брусок массой m начнёт двигаться вверх, если второй брусок не удерживать? Трением в оси блока пренебречь.

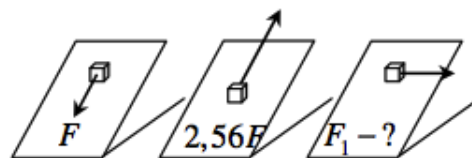


$$\frac{m}{b} \frac{g l}{L} \Lambda = \frac{m}{b} \frac{r - g \cos \theta}{g \sin \theta + l} \Lambda = m$$

Задача 47. (МОШ, 2019, 10) Некоторые виды лягушек способны ползать по стенам и потолку при помощи специальных присосок на лапках. Эти присоски обеспечивают силу «прилипания» F , перпендикулярную поверхности. Пусть такая лягушка массой $m = 5$ г может обеспечить силу «прилипания» не больше F_0 . Чему должно быть равно значение F_0 , чтобы при любом угле наклона стенки лягушка могла бы располагаться на ней неподвижно, если коэффициент трения лап о стенку равен $\mu = 0,5$?

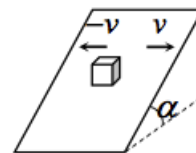
$$N \sin \theta \approx \frac{m g}{1 + \mu^2} \Lambda = 0,4$$

Задача 48. («Росатом», 2012, 11) Чтобы тело, покоящееся на наклонной плоскости, двигалось, к нему надо приложить минимальную силу F , направленную параллельно плоскости вниз, или минимальную силу $2,56F$, направленную параллельно плоскости вверх. Какую минимальную силу F_1 , направленную параллельно плоскости горизонтально, нужно приложить к телу, чтобы оно начало двигаться?



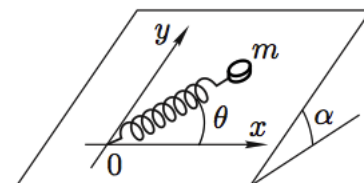
$$F_1 \sin \theta = 1,4$$

ЗАДАЧА 49. («Росатом», 2019, 11) Тело аккуратно положили на длинную наклонную плоскость с углом наклона к горизонту α . Коэффициент трения между телом и плоскостью μ ($\mu > \operatorname{tg} \alpha$). Затем плоскость стали двигать так, что она с большой частотой меняет свою скорость \vec{v} на противоположную $-\vec{v}$ (см. рисунок). Найти установившуюся скорость движения тела.



$$\frac{v \operatorname{tg} \alpha - \mu g \sin \alpha}{v \operatorname{tg} \alpha} = 0$$

ЗАДАЧА 50. (Всеросс., 2008, финал, 10) На наклонной плоскости находится небольшая шайба массы m (рис.). К шайбе прикреплен один конец легкой пружины жесткости k и длины L (в недеформированном состоянии). Другой конец пружины закреплен в некоторой точке O . Угол α наклона плоскости и коэффициент трения μ шайбы о плоскость связаны соотношением $\operatorname{tg} \alpha = \mu$.



Определите области, в которых шайба находится в состоянии равновесия, их границы и изобразите их качественно на плоскости xy в двух случаях:

- 1) пружина подчиняется закону Гука как при растяжении, так и при сжатии;
- 2) пружина подчиняется закону Гука только при растяжении (например, пружина заменена лёгкой резинкой).