Механическое движение

Темы кодификатора ЕГЭ: механическое движение и его виды, относительность механического движения, скорость, ускорение.

Понятие движения является чрезвычайно общим и охватывает самый широкий круг явлений. В физике изучают различные виды движения. Простейшим из них является механическое движение. Оно изучается в *механике*.

Механическое движение — это изменение положение тела (или его частей) в пространстве относительно других тел с течением времени.

Если тело А меняет своё положение относительно тела В, то и тело В меняет своё положение относительно тела А. Иначе говоря, если тело А движется относительно тела В, то и тело В движется относительно тела А. Механическое движение является *относительным* — для описания движения необходимо указать, относительно какого тела оно рассматривается.

Так, например, можно говорить о движении поезда относительно земли, пассажира относительно поезда, мухи относительно пассажира и т. д. Понятия абсолютного движения и абсолютного покоя не имеют смысла: пассажир, покоящийся относительно поезда, будет двигаться с ним относительно столба на дороге, совершать вместе с Землёй суточное вращение и двигаться вокруг Солнца.

Тело, относительно которого рассматривается движение, называется *телом отсчёта*.

Основной задачей механики является определение положения движущегося тела в любой момент времени. Для решения этой задачи удобно представить движение тела как изменение координат его точек с течением времени. Чтобы измерить координаты, нужна система координат. Чтобы измерять время, нужны часы. Всё это вместе образует систему отсчёта.

Система отсчёта — это тело отсчёта вместе с жёстко связанной с ним («вмороженной» в него) системой координат и часами.

Система отсчёта показана на рис. 1. Движение точки M рассматривается в системе координат $OXYZ$. Начало координат O является телом отсчёта.

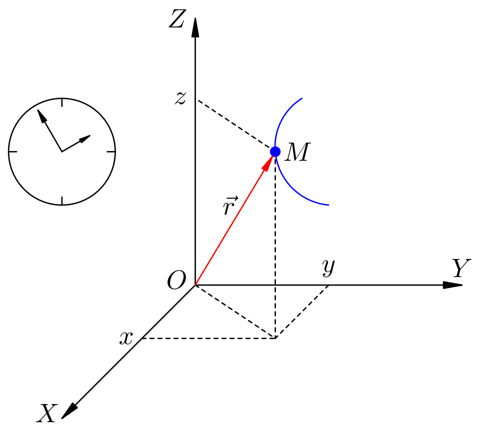

Рис. 1. Система отсчёта

Вектор $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ называется *радиус-вектором* точки M. Координаты x, y, z точки M являются в то же время координатами её радиус-вектора $\vec{r}$.

Решение основной задачи механики для точки M состоит в нахождении её координат как функций времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

В ряде случаев можно отвлечься от формы и размеров изучаемого объекта и рассматривать его просто как движущуюся точку.

Материальная точка — это тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Так, поезд можно считать материальной точкой при его движении из Москвы в Саратов, но не при посадке в него пассажиров. Землю можно считать материальной точкой при описании её движения вокруг Солнца, но не её суточного вращения вокруг собственной оси.

К характеристикам механического движения относятся траектория, путь, перемещение, скорость и ускорение.

Траектория, путь, перемещение

В дальнейшем, говоря о движущемся (или покоящемся) теле, мы всегда полагаем, что тело можно принять за материальную точку. Случаи, когда идеализацией материальной точки пользоваться нельзя, будут специально оговариваться.

Траектория — это линия, вдоль которой движется тело. На рис. 1 траекторией точки M является синяя дуга, которую описывает в пространстве конец радиус-вектора $\vec{r}$.

Путь — это длина участка траектории, пройденного телом за данный промежуток времени.

Перемещение — это вектор, соединяющий начальное и конечное положение тела.

Предположим, что тело начало движение в точке A и закончило движение в точке B (рис. 2). Тогда путь, пройденный телом, — это длина траектории ACB. Перемещение тела — это вектор $\overrightarrow{AB}$.

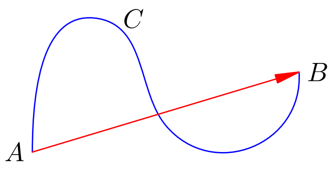

Рис. 2. Путь и перемещение

Скорость и ускорение

Материал данного пункта фактически изложен в статье «Производная» (раздел «Производная в физике»). Ввиду особой важности этих вещей мы продублируем вывод основных соотношений, причём сделаем это не на плоскости (как в статье о производной), а в пространстве. Вам, в свою очередь, желательно повторить параграфы 1.1–1.4 и раздел 2 статьи «Производная», чтобы проще было читать дальше.

Рассмотрим движение тела в прямоугольной системе координат с базисом $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (рис. 3).

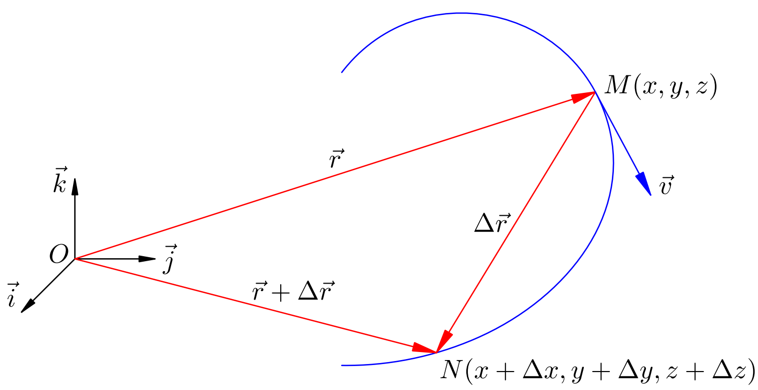

Рис. 3. К определению мгновенной скорости

Пусть в момент времени t тело находилось в точке $M(x, y, z)$ с радиус-вектором

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Спустя малый промежуток времени Δt тело оказалось в точке $N(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$ с радиус-вектором

$$\overrightarrow{ON} = \vec{r} + \Delta\vec{r} = (x + \Delta x)\vec{i} + (y + \Delta y)\vec{j} + (z + \Delta z)\vec{k}.$$

Перемещение тела:

$$\Delta\vec{r} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = (\Delta x)\vec{i} + (\Delta y)\vec{j} + (\Delta z)\vec{k}. \tag{1}$$

Мгновенная скорость $\vec{v}$ в момент времени t — это предел отношения перемещения $\Delta\vec{r}$ к интервалу времени Δt, когда величина этого интервала стремится к нулю; иными словами, скорость точки — это производная её радиус-вектора:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}\,. \tag{2}$$

Из (2) и (1) получаем:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\,\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\,\vec{k} \right).$$

Коэффициенты при базисных векторах в пределе дают производные:

$$\dot{x} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \dot{y} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad \dot{z} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t}\,.$$

(Производная по времени традиционно обозначается точкой над буквой.) Итак,

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}.$$

Мы видим, что проекции вектора скорости на координатные оси являются производными координат точки:

$$v_x = \dot{x},\ v_y = \dot{y},\ v_z = \dot{z}.$$

Когда Δt стремится к нулю, точка N приближается к точке M, и вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ разворачивается в направлении касательной. Оказывается, что в пределе вектор $\vec{v}$ направлен точно по касательной к траектории в точке M. Это и показано на рис. 3.

Понятие ускорения вводится похожит образом. Пусть в момент времени t скорость тела равна $\vec{v}$, а спустя малый интервал Δt скорость стала равна $\vec{v} + \Delta\vec{v}$.

Ускорение $\vec{a}$ — это предел отношения изменения скорости $\Delta\vec{v}$ к интервалу Δt, когда этот интервал стремится к нулю; иначе говоря, ускорение — это производная скорости:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}\,.$$

Ускорение, таким образом, есть «скорость изменения скорости». Имеем:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}\right) = \dot{v}_x\vec{i} + \dot{v}_y\vec{j} + \dot{v}_z\vec{k}.$$

Следовательно, проекции ускорения являются производными проекций скорости (и, стало быть, вторыми производными координат):

$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}, \quad a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}, \quad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}.$$

Закон сложения скоростей

Пусть имеются две системы отсчёта. Одна из них связана с неподвижным телом отсчёта O. Эту систему отсчёта обозначим K и будем называть *неподвижной*.

Вторая система отсчёта, обозначаемая K', связана с телом отсчёта O', которое движется относительно тела O со скоростью $\vec{u}$. Эту систему отсчёта называем *движущейся*. Дополнительно предполагаем, что координатные оси системы K' перемещаются параллельно самим себе (нет вращения системы координат), так что вектор $\vec{u}$ можно считать скоростью движущейся системы относительно неподвижной.

Неподвижная система отсчёта K обычно связана с землёй. Если поезд плавно едет по рельсам со скоростью $\vec{u}$, то система отсчёта, связанная с вагоном поезда, будет движущейся системой отсчёта K'.

Заметим, что скорость *любой* точки вагона (кроме вращающихся колёс!) равна $\vec{u}$. Если муха неподвижно сидит в некоторой точке вагона, то относительно земли муха движется со скоростью $\vec{u}$. Муха переносится вагоном, и потому скорость $\vec{u}$ движущейся системы относительно неподвижной называется *переносной скоростью*.

Предположим теперь, что муха поползла по вагону. Скорость мухи относительно вагона (то есть в движущейся системе K') обозначается $\vec{v}\,'$ и называется *относительной скоростью*. Скорость мухи относительно земли (то есть в неподвижной системе K) обозначается $\vec{v}$ и называется *абсолютной скоростью*.

Выясним, как связаны друг с другом эти три скорости — абсолютная, относительная и переносная.

На рис. 4 муха обозначена точкой M. Далее:

$\vec{r}$ — радиус-вектор точки M в неподвижной системе K;
$\vec{r}\,'$ — радиус-вектор точки M в движущейся системе K';
$\vec{R}$ — радиус-вектор тела отсчёта O' в неподвижной системе K.

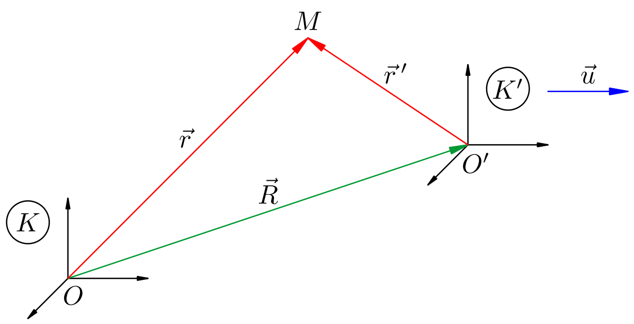

Рис. 4. К выводу закона сложения скоростей

Как видно из рисунка,

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}\,'.$$

Дифференцируя это равенство, получим:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}\,'}{dt} \qquad (3)$$

(производная суммы равна сумме производных не только для случая скалярных функций, но и для векторов тоже).

Производная $d\vec{r}/dt$ есть скорость точки M в системе K, то есть абсолютная скорость:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}.$$

Аналогично, производная $d\vec{r}\,'/dt$ есть скорость точки M в системе K', то есть относительная скорость:

$$\frac{d\vec{r}\,'}{dt} = \vec{v}\,'.$$

А что такое $d\vec{R}/dt$? Это скорость точки O' в неподвижной системе, то есть — переносная скорость $\vec{u}$ движущейся системы относительно неподвижной:

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{u}.$$

В результате из (3) получаем:

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}\,'.$$

Закон сложения скоростей. Скорость точки относительно неподвижной системы отсчёта равна векторной сумме скорости движущейся системы и скорости точки относительно движущейся системы. Иными словами, абсолютная скорость есть сумма переносной и относительной скоростей.

Таким образом, если муха ползёт по движущемуся вагону, то скорость мухи относительно земли равна векторной сумме скорости вагона и скорости мухи относительно вагона. Интуитивно очевидный результат!

Виды механического движения

Простейшими видами механического движения материальной точки являются равномерное и прямолинейное движения.

Движение называется *равномерным*, если модуль вектора скорости остаётся постоянным (направление скорости при этом может меняться).

Движение называется *прямолинейным*, если направление вектора скорости остаётся постоянным (а величина скорости при этом может меняться). Траекторией прямолинейного движения служит прямая линия, на которой лежит вектор скорости.

Например, автомобиль, который едет с постоянной скоростью по извилистой дороге, совершает равномерное (но не прямолинейное) движение. Автомобиль, разгоняющийся на прямом участке шоссе, совершает прямолинейное (но не равномерное) движение.

А вот если при движении тела остаются постоянными как модуль скорости, так и его направление, то движение называется *равномерным прямолинейным*.

В терминах вектора скорости можно дать более короткие определения данным типам движения:

- равномерное движение $\Leftrightarrow |\vec{v}| = \text{const}$;
- прямолинейное движение $\Leftrightarrow \dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \text{const}$;
- равномерное прямолинейное движение $\Leftrightarrow \vec{v} = \text{const}$.

Важнейшим частным случаем неравномерного движения является *равноускоренное* движение, при котором остаются постоянными модуль и направление вектора ускорения:

- равноускоренное движение $\Leftrightarrow \vec{a} = \text{const}$.

Наряду с материальной точкой в механике рассматривается ещё одна идеализация — твёрдое тело.

Твёрдое тело — это система материальных точек, расстояния между которыми не меняются со временем. Модель твёрдого тела применяется в тех случаях, когда мы не можем пренебречь размерами тела, но можем не принимать во внимание *изменение* размеров и формы тела в процессе движения.

Простейшими видами механического движения твёрдого тела являются поступательное и вращательное движения.

Движение тела называется *поступательным*, если всякая прямая, соединяющая две какие-либо точки тела, перемещается параллельно своему первоначальному направлению. При поступательном движении траектории всех точек тела идентичны: они получаются друг из друга параллельным сдвигом (рис. 5).

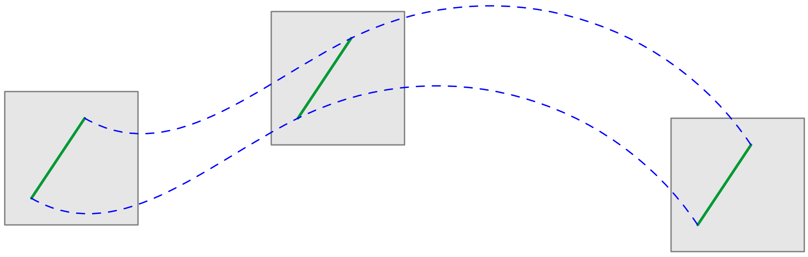

Рис. 5. Поступательное движение

Движение тела называется *вращательным*, если все его точки описывают окружности, лежащие в параллельных плоскостях. При этом центры данных окружностей лежат на одной прямой, которая перпендикулярна всем этим плоскостям и называется *осью вращения*.

На рис. 6 изображён шар, вращающийся вокруг вертикальной оси. Так обычно рисуют земной шар в соответствующих задачах динамики.

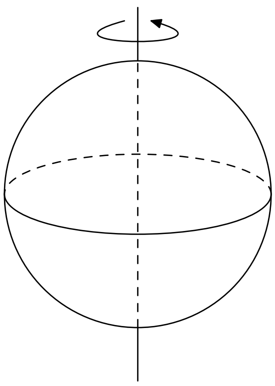

Рис. 6. Вращательное движение