Простые механизмы

Темы кодификатора ЕГЭ: простые механизмы, КПД механизма.

Механизм — это приспособление для преобразования силы (её увеличения или уменьшения). *Простые механизмы* — это рычаг и наклонная плоскость.

Рычаг

Рычаг — это твёрдое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной оси. На рис. 1 изображён рычаг с осью вращения O. К концам рычага (точкам A и B) приложены силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Плечи этих сил равны соответственно l_1 и l_2.

Условие равновесия рычага даётся правилом моментов: $F_1 l_1 = F_2 l_2$, откуда

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

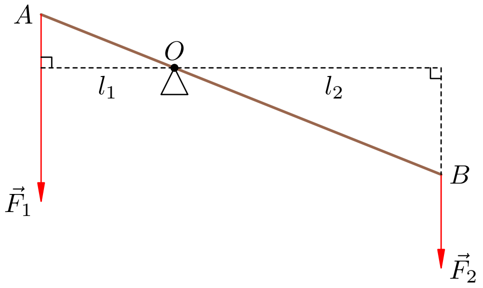

Рис. 1. Рычаг

Из этого соотношения следует, что рычаг даёт выигрыш в силе или в расстоянии (смотря по тому, с какой целью он используется) во столько раз, во сколько большее плечо длиннее меньшего.

Например, чтобы усилием 100 Н поднять груз весом 700 Н, нужно взять рычаг с отношением плеч 7 : 1 и положить груз на короткое плечо. Мы выиграем в силе в 7 раз, но во столько же раз проиграем в расстоянии: конец длинного плеча опишет в 7 раз бóльшую дугу, чем конец короткого плеча (то есть груз).

Примерами рычага, дающего выигрыш в силе, являются лопата, ножницы, плоскогубцы. Весло гребца — это рычаг, дающий выигрыш в расстоянии. А обычные рычажные весы являются равноплечим рычагом, не дающим выигрыша ни в расстоянии, ни в силе (в противном случае их можно использовать для обвешивания покупателей).

Неподвижный блок

Важной разновидностью рычага является *блок* — укреплённое в обойме колесо с жёлобом, по которому пропущена верёвка. В большинстве задач верёвка считается невесомой нерастяжимой нитью.

На рис. 2 изображён *неподвижный блок*, т. е. блок с неподвижной осью вращения (проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку O).

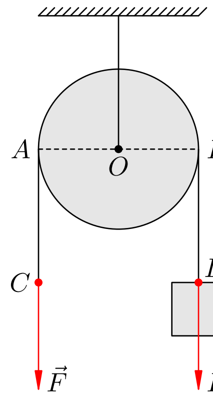

Рис. 2. Неподвижный блок

На правом конце нити в точке D закреплён груз весом $\vec{P}$. Напомним, что вес тела — это сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес. В данном случае вес $\vec{P}$ приложен к точке D, в которой груз крепится к нити.

К левому концу нити в точке C приложена сила $\vec{F}$.

Плечо силы $\vec{F}$ равно $OA = r$, где r — радиус блока. Плечо веса $\vec{P}$ равно $OB = r$. Значит, неподвижный блок является равноплечим рычагом и потому не даёт выигрыша ни в силе, ни в расстоянии: во-первых, имеем равенство $F = P$, а во-вторых, в процессе движении груза и нити перемещение точки C равно перемещению груза.

Зачем же тогда вообще нужен неподвижный блок? Он полезен тем, что позволяет *изменить направление усилия*. Обычно неподвижный блок используется как часть более сложных механизмов.

Подвижный блок

На рис. 3 изображён *подвижный блок*, ось которого перемещается вместе с грузом. Мы тянем за нить с силой $\vec{F}$, которая приложена в точке C и направлена вверх. Блок вращается и при этом также движется вверх, поднимая груз, подвешенный на нити OD.

В данный момент времени неподвижной точкой является точка A, и именно вокруг неё поворачивается блок (он бы «перекатывается» через точку A). Говорят ещё, что через точку A проходит *мгновенная ось вращения* блока (эта ось направлена перпендикулярно плоскости рисунка).

Вес груза $\vec{P}$ приложен в точке D крепления груза к нити. Плечо силы $\vec{P}$ равно $AO = r$.

А вот плечо силы $\vec{F}$, с которой мы тянем за нить, оказывается в два раза больше: оно равно $AB = 2r$. Соответственно, условием равновесия груза является равенство $F = P/2$ (что мы и видим на рис. 3: вектор $\vec{F}$ в два раза короче вектора $\vec{P}$).

Следовательно, *подвижный блок даёт выигрыш в силе в два раза*. При этом, однако, мы в те же два раза проигрываем в расстоянии: чтобы поднять груз на один метр, точку C придётся переместить на два метра (то есть вытянуть два метра нити).

У блока на рис. 3 есть один недостаток: тянуть нить вверх (за точку C) — не самая лучшая идея. Согласитесь, что гораздо удобнее тянуть за нить вниз! Вот тут-то нас и выручает неподвижный блок.

На рис. 4 изображён подъёмный механизм, который представляет собой комбинацию подвижного блока с неподвижным. К подвижному блоку подвешен груз, а трос дополнительно перекинут через неподвижный блок, что даёт возможность тянуть за трос *вниз* для подъёма груза *вверх*. Внешнее усилие на тросе снова обозначено вектором $\vec{F}$.

Принципиально данное устройство ничем не отличается от подвижного блока: с его помощью мы также получаем двукратный выигрыш в силе.

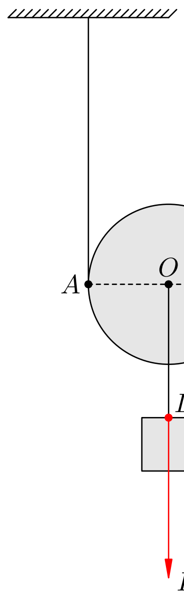

Рис. 3. Подвижный блок

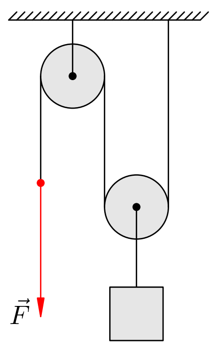

Рис. 4. Комбинация блоков

Наклонная плоскость

Как мы знаем, тяжёлую бочку проще вкатить по наклонным мосткам, чем поднимать вертикально. Мостки, таким образом, являются механизмом, который даёт выигрыш в силе.

В механике подобный механизм называется *наклонной плоскостью*. Наклонная плоскость — это ровная плоская поверхность, расположенная под некоторым углом α к горизонту. В таком случае коротко говорят: «наклонная плоскость с углом α».

Найдём силу, которую надо приложить к грузу массы m, чтобы равномерно поднять его по *гладкой* наклонной плоскости с углом α. Эта сила $\vec{F}$, разумеется, направлена вдоль наклонной плоскости (рис. 5).

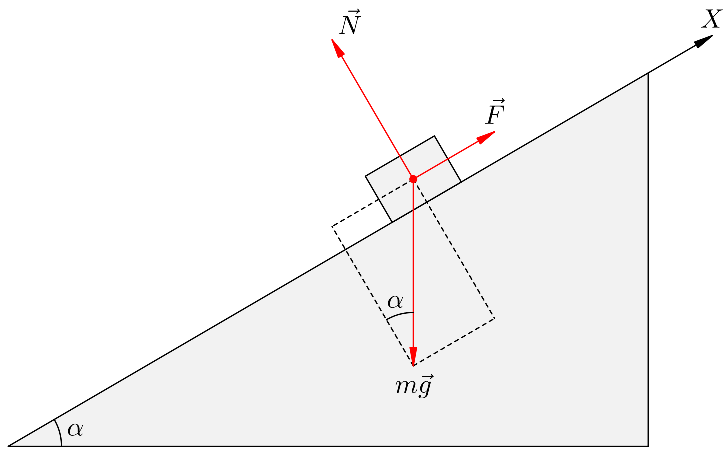

Рис. 5. Гладкая наклонная плоскость

Выберем ось X так, как показано на рисунке. Поскольку груз движется без ускорения, действующие на него силы уравновешены:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}.$$

Проектируем на ось X:

$$-mg\sin\alpha + F = 0,$$

откуда

$$F = mg\sin\alpha.$$

Именно такую силу нужно приложить, что двигать груз вверх по наклонной плоскости.

Чтобы равномерно поднимать тот же груз по вертикали, к нему нужно приложить силу, равную mg. Видно, что $F < mg$, поскольку $\sin\alpha < 1$. Наклонная плоскость действительно даёт выигрыш в силе, и тем больший, чем меньше угол α.

Широко применяемыми разновидностями наклонной плоскости являются *клин* и *винт*.

Золотое правило механики

Простой механизм может дать выигрыш в силе или в расстоянии, но не может дать выигрыша в работе.

Например, рычаг с отношением плеч $2:1$ даёт выигрыш в силе в два раза. Чтобы на меньшем плече поднять груз весом P, нужно к большему плечу приложить силу $P/2$. Но для поднятия груза на высоту h большее плечо придётся опустить на $2h$, и совершённая работа будет равна

$$A = \frac{P}{2} \cdot 2h = Ph,$$

т. е. той же величине, что и без использования рычага.

В случае наклонной плоскости мы выигрываем в силе, так как прикладываем к грузу силу $F = mg\sin\alpha$, меньшую силы тяжести. Однако, чтобы поднять груз на высоту h над начальным положением, нам нужно пройти путь $l = h/\sin\alpha$ вдоль наклонной плоскости. При этом мы совершаем работу

$$A = mg\sin\alpha\,\frac{h}{\sin\alpha} = mgh,$$

т. е. ту же самую, что и при вертикальном поднятии груза.

Данные факты служат проявлениями так называемого *золотого правила механики*.

Золотое правило механики. Ни один из простых механизмов не даёт выигрыша в работе. Во сколько раз выигрываем в силе, во столько же раз проигрываем в расстоянии, и наоборот.

Золотое правило механики есть не что иное, как простой вариант закона сохранения энергии.

КПД механизма

На практике приходится различать *полезную работу* $A_{\text{полезн}}$, которую нужно совершить при помощи механизма в идеальных условиях отсутствия каких-либо потерь, и *полную работу* $A_{\text{полн}}$, которая совершается для тех же целей в реальной ситуации.

Полная работа равна сумме:

- полезной работы;
- работы, совершённой против сил трения в различных частях механизма;
- работы, совершённой по перемещению составных элементов механизма.

Так, при подъёме груза рычагом приходится вдобавок совершать работу по преодолению силы трения в оси рычага и по перемещению самого рычага, имеющего некоторый вес.

Полная работа всегда больше полезной. Отношение полезной работы к полной называется *коэффициентом полезного действия (КПД) механизма*:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{полн}}}\,.$$

КПД принято выражать в процентах. КПД реальных механизмов всегда меньше 100%.

Вычислим КПД наклонной плоскости с углом α при наличии трения. Коэффициент трения между поверхностью наклонной плоскости и грузом равен μ.

Пусть груз массы m равномерно поднимается вдоль наклонной плоскости под действием силы $\vec{F}$ из точки P в точку Q на высоту h (рис. 6). В направлении, противоположном перемещению, на груз действует сила трения скольжения $\vec{f}$.

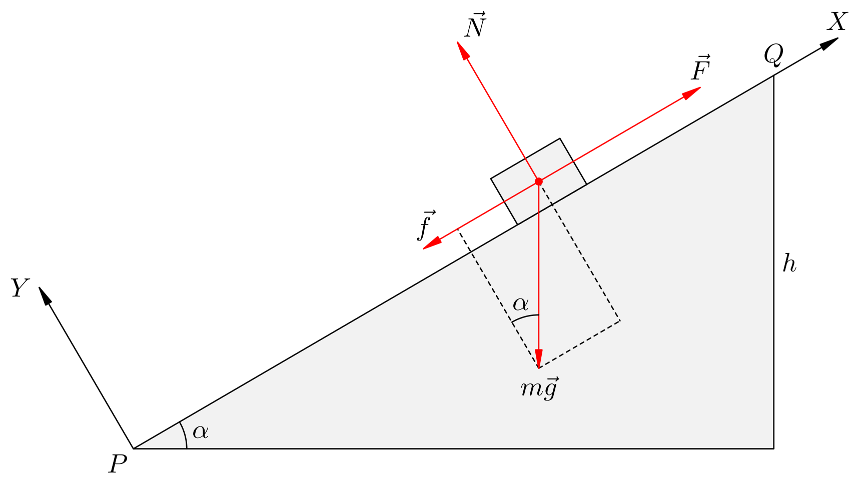

Рис. 6. Наклонная плоскость с трением

Ускорения нет, поэтому силы, действующие на груз, уравновешены:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}.$$

Проектируем на ось X:

$$-mg\sin\alpha + F - f = 0. \tag{1}$$

Проектируем на ось Y:

$$-mg\cos\alpha + N = 0. \tag{2}$$

Кроме того,

$$f = \mu N. \tag{3}$$

Из (2) имеем:

$$N = mg\cos\alpha.$$

Тогда из (3):

$$f = \mu mg\cos\alpha.$$

Подставляя это в (1), получаем:

$$F = mg\sin\alpha + f = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Полная работа равна произведению силы F на путь, пройденный телом вдоль поверхности наклонной плоскости:

$$A_{\text{полн}} = F \cdot PQ = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\,\frac{h}{\sin\alpha} = mgh(1 + \mu\operatorname{ctg}\alpha).$$

Полезная работа, очевидно, равна:

$$A_{\text{полезн}} = mgh.$$

Для искомого КПД получаем:

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{mgh}{mgh(1 + \mu\operatorname{ctg}\alpha)} = \frac{1}{1 + \mu\operatorname{ctg}\alpha}\,.$$