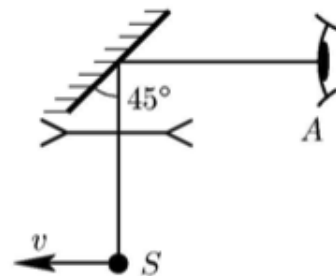


Линза и зеркало

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2015, 11) Оптическая система состоит из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = -40$ см и небольшого плоского зеркала (см. рисунок). Плоскость зеркала составляет угол 45° с главной оптической осью линзы. Расстояние между линзой и зеркалом равно 20 см. Шарик S находится на расстоянии $d = 120$ см от линзы и колеблется вблизи оптической оси, двигаясь перпендикулярно ей и имея максимальную скорость $v = 12$ см/с. Наблюдатель A , находясь на расстоянии 40 см от зеркала, следит за изображением шарика, глядя в сторону зеркала.



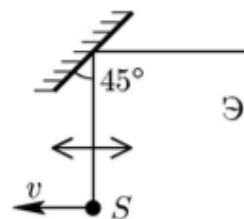
1) На каком расстоянии (от себя) увидел бы наблюдатель A изображение при отсутствии линзы?

2) На каком расстоянии (от себя) видит наблюдатель A изображение при наличии линзы?

3) Найдите максимальную скорость этого изображения при наличии линзы.

$$\boxed{1) \text{ } 180 \text{ см}; 2) \text{ } 2x; 3) \text{ } 12 \text{ см/с}}$$

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2015, 11) Оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 25$ см и небольшого плоского зеркала и экрана Э (см. рисунок). Плоскость зеркала составляет угол 45° с главной оптической осью линзы. Расстояние между линзой и зеркалом равно 50 см. Шарик S находится на расстоянии $d = 30$ см от линзы и колеблется вблизи оптической оси, двигаясь перпендикулярно ей и имея максимальную скорость $v = 3$ см/с. На экране наблюдается резкое изображение шарика.



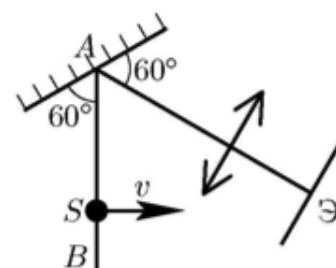
1) На каком расстоянии от линзы и где надо было бы поместить экран для наблюдения изображения при отсутствии зеркала?

2) Найдите расстояние между зеркалом и экраном.

3) Найдите максимальную скорость изображения на экране.

$$\boxed{1) \text{ На расстоянии } 150 \text{ см от линзы}; 2) \text{ } 100 \text{ см}; 3) \text{ } v = 15 \text{ см/с}}$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2015, 11) Оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см и небольшого плоского зеркала и экрана Э (см. рисунок). Плоскость зеркала составляет угол 60° с главной оптической осью линзы. Расстояние между линзой и зеркалом равно 25 см. Комар S пересекает линию AB , находясь на расстоянии 35 см от зеркала, двигаясь перпендикулярно AB и имея скорость $v = 4$ см/с.



1) На каком расстоянии от линзы надо поместить экран для наблюдения резкого изображения комара?

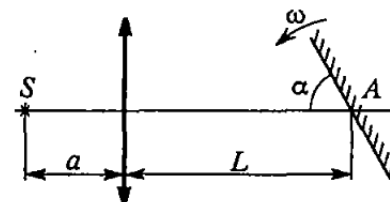
2) Найдите скорость изображения на экране.

$$\boxed{1) \text{ } 30 \text{ см}; 2) \text{ } 2 \text{ см/с}}$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2005, ОЭ, 11) Между линзой и зеркалом параллельно плоскости зеркала летит Муха-Цокотуха. Линза отстоит от зеркала на расстоянии $L = 20$ см, а её главная оптическая ось перпендикулярна его плоскости. В момент, когда муха пересекает ось, скорости её изображений в линзе и в системе линза-зеркало одинаковы по модулю. Найдите фокусное расстояние F линзы и расстояние a от линзы до мухи.

$$(T:0) \ni v:1 = d$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1995) На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см расположено плоское зеркальце на расстоянии $L = 3F$ от линзы (см. рисунок). Зеркальце вращается с угловой скоростью $\omega = 0,1$ рад/с вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку A . На расстоянии $a = 5F/4$ от линзы расположен точечный источник света S .

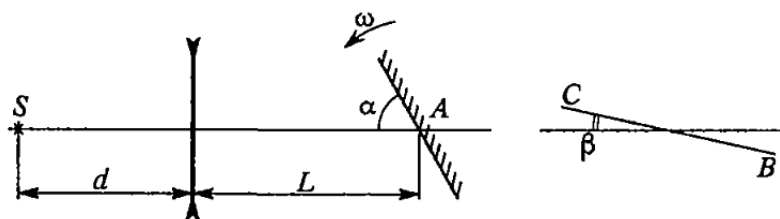


1) На каком расстоянии от точки A получится изображение источника S в системе линза-зеркальце в результате однократного прохождения лучей от источника S через линзу?

2) Найдите скорость (модуль и угол между вектором скорости и главной оптической осью) этого изображения в момент, когда угол между плоскостью зеркальца и главной оптической осью равен $\alpha = 60^\circ$.

$$(1) 40 \text{ см}; (2) v = 4\omega F = 8 \text{ см/с}; \beta = 30^\circ$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1995) На главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см расположено плоское зеркальце на расстоянии $L = 5,1F$ от линзы (см. рисунок). Зеркальце вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку A . На расстоянии $d = 9F$ от линзы расположен точечный источник света S . В некоторый момент времени скорость перемещения изображения, полученного в результате однократного прохождения лучей от источника S через линзу и отражения в зеркальце, была равна $v = 12$ см/с и параллельна прямой CB , составляющей угол $\beta = 10^\circ$ с главной оптической осью.



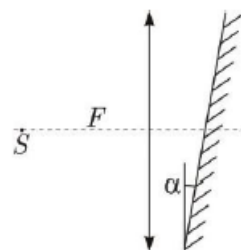
1) На каком расстоянии от точки A находится изображение?

2) Найдите угловую скорость ω вращения зеркальца и угол α между его плоскостью и главной оптической осью в указанный момент времени.

$$(1) 120 \text{ см}; (2) \omega = \frac{12v}{d} = 0,05 \text{ рад/с}; \alpha = 50^\circ$$

Задача 7. (МОШ, 2016, 11) За собирающей линзой расположено плоское зеркало, причём угол между зеркалом и линзой равен α . На главной оптической оси линзы в фокусе расположен источник света S . Определите, на каком расстоянии от источника света находится его изображение, если фокусное расстояние линзы равно F .

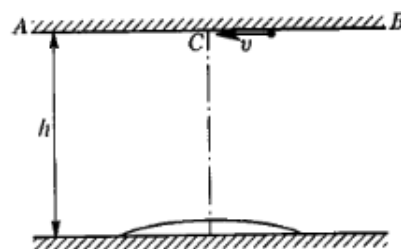
$$l = 2F$$



Задача 8. (МФТИ, 1998) В комнате на столе лежит плоское зеркало, на котором находится тонкая плоско-выпуклая линза с фокусным расстоянием $F = 40$ см. По потолку AB ползёт муха со скоростью $v = 2$ см/с (см. рисунок). Расстояние от потолка до зеркала $h = 220$ см.

1) На каком расстоянии от зеркала находится изображение мухи в данной оптической системе?

2) Чему равна скорость изображения мухи в тот момент, когда она пересекает главную оптическую ось линзы (точка C)?

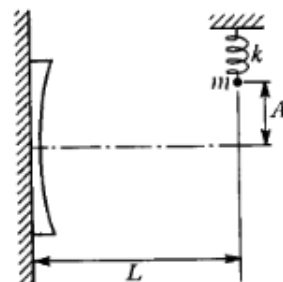


$$x = \frac{h}{2} = 110 \text{ см}; v = 2 \text{ см/с}$$

Задача 9. (МФТИ, 1998) Маленький грузик массой m на пружине жёсткостью k совершает гармонические колебания относительно главной оптической оси тонкой плоско-вогнутой линзы с фокусным расстоянием $-F$ ($F > 0$). Линза плотно прижата к вертикально расположенному плоскому зеркалу (см. рисунок). Расстояние от грузика до зеркала $L = 4,5F$.

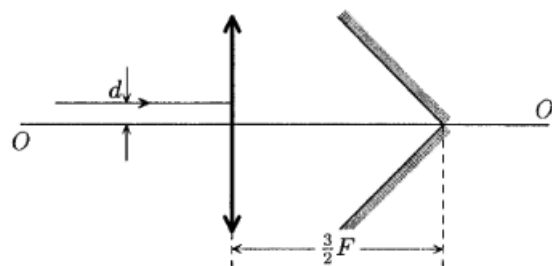
1) На каком расстоянии от зеркала находится изображение грузика в приведённой оптической системе?

2) С какой скоростью изображение грузика пересекает главную оптическую ось линзы, если амплитуда его колебаний равна A ?



$$x = 1,5F = 6,75F$$

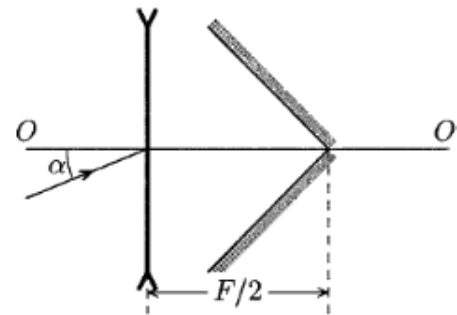
Задача 10. (МФТИ, 2004) Луч света падает на оптическую систему параллельно её оптической оси OO' (см. рисунок). Оптическая система включает в себя собирающую линзу с фокусным расстоянием F и уголкового отражателя, состоящий из двух плоских взаимно перпендикулярных зеркал. Отражатель расположен симметрично относительно оптической оси. Луч, отражённый от двух зеркал уголка, выходит из линзы под малым углом β к оптической оси. Найти этот угол, если падающий луч проходит на небольшом расстоянии d ($d \ll F$) от оптической оси, а расстояние от линзы до уголкового отражателя $L = 3F/2$.



Указание. Для малых углов α считать, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx \tan \alpha$.

$$\beta \approx \frac{d}{F}$$

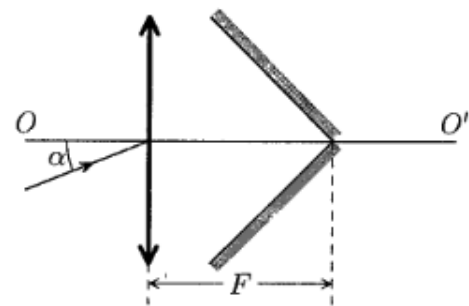
ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 2004) Луч света падает на оптическую систему под малым углом α к её оптической оси OO' (см. рисунок). Оптическая система включает в себя рассеивающую линзу с фокусным расстоянием F ($F > 0$) и уголкового отражателя, состоящий из двух плоских взаимно перпендикулярных зеркал. Отражатель расположен симметрично относительно оптической оси. Луч, отражённый от двух зеркал уголка, выходит из линзы под малым углом β к оптической оси. Найти этот угол, если падающий луч проходит через оптический центр линзы, а расстояние от линзы до уголкового отражателя $L = F/2$.



Указание. Для малых углов α считать, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$.

$$\beta \approx 2\alpha$$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 2004) Луч света падает на оптическую систему под малым углом α к её оптической оси OO' (см. рисунок). Оптическая система включает в себя собирающую линзу с фокусным расстоянием F и уголкового отражателя, состоящий из двух плоских взаимно перпендикулярных зеркал. Отражатель расположен симметрично относительно оптической оси. Луч, отражённый от двух зеркал уголка, выходит из линзы под углом β к оптической оси линзы. Найти этот угол, если падающий луч проходит через оптический центр линзы, а расстояние от линзы до уголкового отражателя $L = F$.



Указание. Для малых углов α считать, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$.

$$\beta \approx \alpha$$

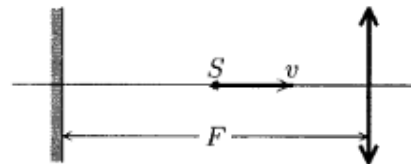
ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 2004) За тонкой собирающей линзой с фокусным расстоянием $F = 10$ см поместили плоское зеркало перпендикулярно главной оптической оси линзы. При этом оказалось, что при расположении предмета на расстоянии L перед линзой изображение в системе линза–зеркало–линза получается прямое при $L > 3F$ и перевёрнутое при $L < 3F$. Найти расстояние от линзы до зеркала.

$$x = \frac{1}{2}F = 12,5 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2004) За тонкой собирающей линзой с фокусным расстоянием $F = 10$ см поместили плоское зеркало, перпендикулярное главной оптической оси линзы. При расположении предмета на расстоянии $d = F/2$ перед линзой ближайший к предмету фокус линзы оказался посередине между предметом и его изображением в системе линза–зеркало–линза. Найдите расстояние от линзы до зеркала.

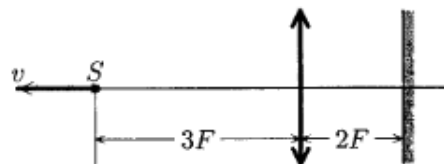
$$L = F = 10 \text{ см}$$

Задача 15. (МФТИ, 2006) Вдоль оптической оси системы, состоящей из плоского зеркала и тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F , равномерно движется точечный источник света S со скоростью v (см. рисунок). Пренебрегая отражением света от поверхностей линзы, определите скорости (по величине и направлению) всех трёх изображений в данной системе в тот момент, когда источник находится посередине между зеркалом и линзой (расстояние между которыми равно фокусному расстоянию линзы).



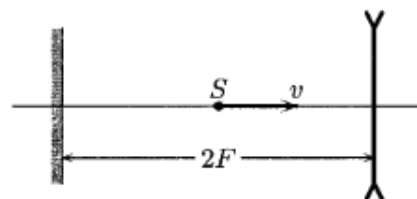
(ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$; (ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$; (ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$

Задача 16. (МФТИ, 2006) Вдоль оптической оси системы, состоящей из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F и плоского зеркала, равномерно движется точечный источник света S со скоростью v . Расстояние между линзой и зеркалом равно $2F$ (см. рисунок). Пренебрегая отражением света от поверхностей линзы, определите скорости (по величине и направлению) всех трёх изображений в данной системе в тот момент, когда источник находится на расстоянии $3F$ от линзы.



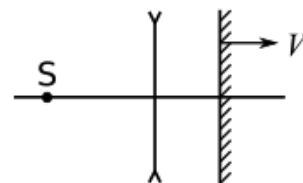
(ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$; (ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$; (ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$

Задача 17. (МФТИ, 2006) Вдоль оптической оси системы, состоящей из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F и плоского зеркала, равномерно движется точечный источник света S со скоростью v . Расстояние между линзой и зеркалом равно $2F$ (см. рисунок). Пренебрегая отражением света от поверхностей линзы, определите скорости (по величине и направлению) всех трёх изображений в данной системе в тот момент, когда источник находится посередине между зеркалом и линзой.



(ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$; (ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$; (ответ) $\frac{v}{a} = \varepsilon a$

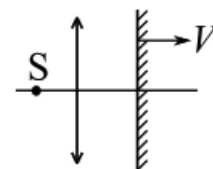
ЗАДАЧА 18. («Физтех», 2019, 11) На главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = -30$ см находится муравей S на расстоянии $d_1 = 45$ см от линзы (см. рис.). По другую сторону линзы находится плоское зеркало, перемещающееся вдоль главной оптической оси линзы со скоростью $V = 6$ мм/с. В некоторый момент времени t_0 зеркало было на расстоянии $L = 6$ см от линзы.



1. На каком расстоянии от линзы получится изображение муравья при отсутствии зеркала?
2. На каком расстоянии от линзы получится изображение муравья в момент времени t_0 в системе линза-зеркало?
3. С какой скоростью движется изображение муравья в момент времени t_0 в системе линза-зеркало?

(1) $f = 18$ см слева от линзы; (2) $f = 15$ см справа от линзы; (3) $n = \frac{5}{1} = 3$ мм/с

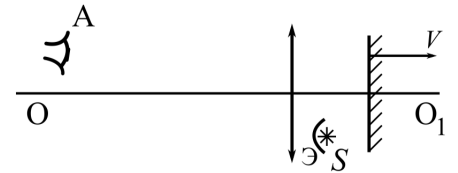
ЗАДАЧА 19. («Физтех», 2019, 11) На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 16$ см находится муха S на расстоянии $d_1 = 24$ см от линзы (см. рис.). По другую сторону линзы находится плоское зеркало, перемещающееся вдоль главной оптической оси линзы со скоростью $V = 1$ мм/с. В некоторый момент времени t_0 зеркало было на расстоянии $L = 36$ см от линзы.



1. На каком расстоянии от линзы получится изображение мухи при отсутствии зеркала?
2. На каком расстоянии от линзы получится изображение мухи в момент времени t_0 в системе линза-зеркало?
3. С какой скоростью движется изображение мухи в момент времени t_0 в системе линза-зеркало?

(1) $f = 48$ см справа от линзы; (2) $f = 48$ см слева от линзы; (3) $n = 8$ мм/с

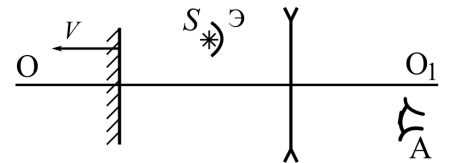
ЗАДАЧА 20. («Физтех», 2020, 11) Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F , плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO_1 и на расстоянии $F/2$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии F от линзы.



1. На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2. Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3. Найти скорость изображения в этот момент.

$$\Delta O_1 = n \left(\varepsilon \cdot \frac{V}{c} = v \sin \alpha \right) \quad (z \cdot F \varepsilon = f \quad (1)$$

ЗАДАЧА 21. («Физтех», 2020, 11) Оптическая система состоит из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $-F$ ($F > 0$), плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси линзы OO_1 . Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO_1 и на расстоянии $F/2$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии F от линзы.



1. На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2. Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3. Найти скорость изображения в этот момент.

$$\Delta \frac{c}{v} = n \left(\varepsilon \cdot \frac{V}{c} = v \sin \alpha \right) \quad (z \cdot F \frac{c}{v} = f \quad (1)$$

ЗАДАЧА 22. (МФТИ, 2001) С помощью положительной линзы на экране получено изображение булавки, расположенной перпендикулярно главной оптической оси линзы, с увеличением $\Gamma_1 = 1$. Между линзой и экраном на расстоянии $a = 10$ см от линзы перпендикулярно её главной оптической оси установили плоское зеркало. Изображение булавки в системе «линза–зеркало» получилось с увеличением $\Gamma_2 = 2$. Определить фокусное расстояние линзы.

$$\Gamma_2 = \Gamma_1 \cdot \frac{a}{f} = 2 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 23. (МФТИ, 2001) С помощью положительной линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см получено мнимое изображение иголки, расположенной перпендикулярно главной оптической оси линзы, с увеличением $\Gamma_1 = 2$. По другую сторону линзы перпендикулярно её главной оптической оси установили плоское зеркало. Изображение иголки в системе «линза–зеркало» получилось с увеличением $\Gamma_2 = 3$. Определить расстояние от линзы до зеркала.

$$x = \frac{F}{\Gamma_2 - \Gamma_1} = 15 \text{ см}$$

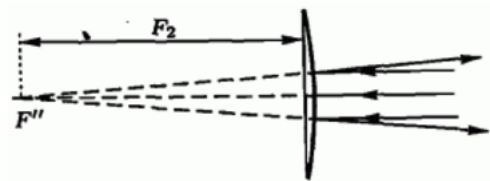
ЗАДАЧА 24. (МФТИ, 2001) С помощью рассеивающей линзы получено изображение спички, расположенной перпендикулярно главной оптической оси линзы, с увеличением $\Gamma_1 = 1/2$. По другую сторону линзы на расстоянии $a = 9$ см от неё перпендикулярно главной оптической оси линзы установили плоское зеркало. Изображение иголки в системе «линза–зеркало» получилось с увеличением $\Gamma = 1/4$. Определить фокусное расстояние линзы.

$$F = \frac{a}{\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_1}} = 36 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 25. (МОШ, 2009, 11) Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием F и зеркального шарика радиусом R , центр которого находится на главной оптической оси линзы на расстоянии d от неё. Определить расстояние a от линзы до точечного источника света S , расположенного на оптической оси системы, если изображение источника в данной системе совпадает с самим источником.

$$F > d \text{ или } F < d \text{ и } R > F \text{ или } R < F \text{ и } \frac{F-d}{F} = \frac{R-d}{R} \text{ или } \frac{F-d}{F} = \frac{R-d}{R} \text{ и } \frac{F-d}{F} = \frac{R-d}{R}$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2004, ОЭ, 10) Сферическую поверхность плоско-выпуклой линзы с фокусным расстоянием F_1 посеребрили. Если на выпуклую сторону такой системы направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то отражённые лучи будут распространяться так, как будто они были испущены из точки F'' , находящейся на расстоянии F_2 от линзы (рис.). Найдите построением точку F (фокус системы), в которой сойдётся пучок лучей, параллельных главной оптической оси и падающих на плоскую поверхность линзы. Выразите фокусное расстояние F_0 системы через F_1 и F_2 . Фокусное расстояние линзы много больше её диаметра, а посеребрённая поверхность полностью отражает свет.



$$\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_0}$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 1997, финал, 11) Оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с известным фокусным расстоянием F и плоского зеркала (рис.). Точечный источник света даёт два изображения в линзе, которые расположены на одной из побочных оптических осей линзы. Одно из изображений является действительным и находится на известном расстоянии от линзы (пунктирная линия). Построением найдите положения источника S и его изображений в линзе. Отраженным от поверхности линзы светом пренебречь.

