

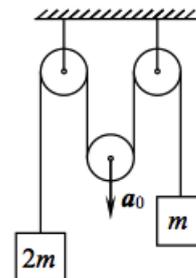
Движение со связями. Динамика

В некоторых задачах динамики наряду с законами Ньютона требуются дополнительные соотношения между ускорениями тел — так называемые *уравнения кинематической связи*.

Подвижный блок

[Овчинкин] → 2.6, 2.7, 2.8, 2.9.

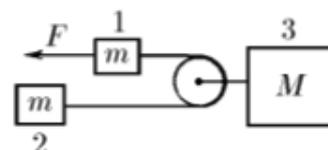
ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 10) Система состоит из двух массивных грузов, невесомых блоков и невесомой нерастяжимой верёвки. Средний блок перемещают вниз с ускорением $a_0 = 5 \text{ м/с}^2$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трение отсутствует.



1. Найдите ускорение груза массой $m = 1 \text{ кг}$. Ответ укажите в м/с^2 , округлив до целого числа.
2. Куда направлено ускорение тела массой 1 кг ? 1 — вверх, 2 — вниз.
3. Чему равно натяжение нити? Ответ укажите в ньютонах, округлив до целого числа.

(1) 10; (2) 1; (3) 20

ЗАДАЧА 2. (Савченко, 2.1.47) Найдите ускорение тел системы, изображённой на рисунке. Сила F приложена по направлению нити к одному из тел массы m . Участки нити по обе стороны от лёгкого блока, прикрепленного к телу массы M , параллельны.

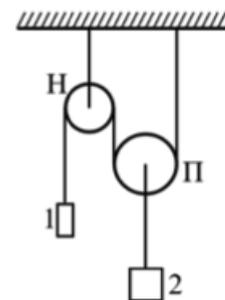


$$\frac{mz + N}{F} = \varepsilon v ; \frac{(mz + N)uz}{Nz} = \tau v ; \frac{(mz + N)uz}{(mz + N)z} = \tau v$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2018, 9) Система состоит из неподвижного блока Н, подвижного блока П и двух грузов 1 и 2 (см. рис.). Груз 1 движется с ускорением $a_1 = g/5$, направленным вниз.

- 1) Найти ускорение груза 2.
- 2) Найти отношение масс грузов 1 и 2.

Массами нитей, блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь.



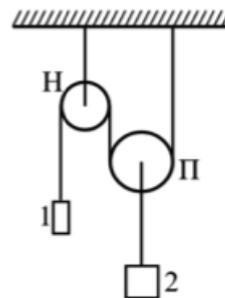
$$\frac{9I}{11} = \frac{2m}{11m} (2; \frac{0I}{5} = \tau v (1$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2018, 9) Два подвешенных на нитях груза 1 и 2 различной массы могут двигаться в системе, состоящей из неподвижного блока Н и подвижного блока П (см. рис.).

1) Найти отношение масс грузов 1 и 2, если подвешенные грузы остаются неподвижными.

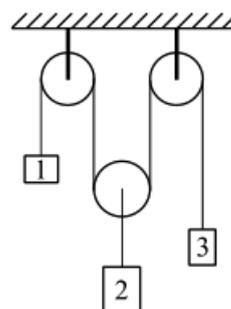
2) Найти отношение масс грузов 1 и 2, если груз 1 движется с ускорением $a_1 = g/5$, направленным вверх.

Массами нитей, блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь.



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{z_{II}}{z_I} \quad (z_I = \frac{z_{II}}{z_I} = \frac{z_{II}}{z_I})$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2019, 9) В системе, показанной на рисунке, массы грузов равны соответственно $m_1 = m_3 = m = 0,1$ кг, $m_2 = 3m$. Первоначально систему удерживают, затем отпускают. Грузы приходят в движение. Начальные скорости всех грузов нулевые. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Массы блоков и нитей по сравнению с массой грузов пренебрежимо малы. Нерастяжимые нити свободно скользят по блокам.

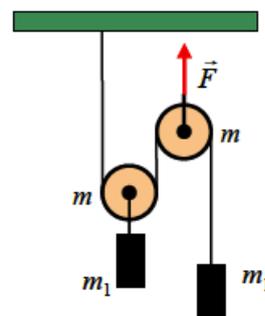


1. Найдите скорость V_1 груза 1 в тот момент, когда груз 2 опустится на $H = 0,5$ м.

2. Найдите силу T_2 натяжения нити, на которой подвешен груз 2.

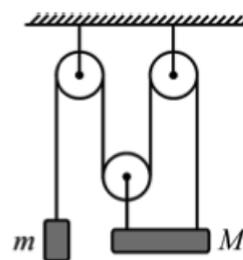
$$H \cdot z = v_1 \cdot \frac{z}{z_I} = v_2 \cdot z_I \approx z \cdot \sqrt{\frac{H \cdot g \cdot z}{z_I}} = v_1$$

ЗАДАЧА 6. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7-9) Из двух одинаковых цилиндрических роликов массы m , двух одинаковых грузов массы $m_1 = 3m$ и лёгкой прочной нерастяжимой нити собрали механическую систему, показанную на рисунке. Один конец нити закреплен на «потолке», ролики не вращаются, нить скользит по роликам без трения. Найти величину силы F , с которой нужно тянуть вверх ось правого ролика, чтобы левый груз в этой системе двигался с постоянной по величине скоростью. Каким при этом будет ускорение правого груза? Ускорение свободного падения считать известным.



$$(F) \quad v = g \cdot \frac{m}{z} = F$$

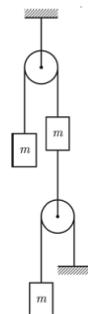
ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2012, 9) Изображённая на рисунке система состоит из грузов массами m и M , двух неподвижных и одного подвижного блока. Не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. Определите ускорения грузов, считая, что груз массой M при движении сохраняет горизонтальное положение, нити невесомы и нерастяжимы, блоки лёгкие, трения нет.



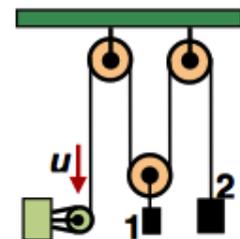
$$M \cdot a = m \cdot g \cdot \frac{M}{m} = M \cdot a$$

ЗАДАЧА 8. («Курчатов», 2014, 9) Три одинаковых груза массой m соединены с помощью идеальных нитей и двух идеальных блоков, как показано на рисунке. Найдите величину и направление ускорения нижнего груза.

$$\frac{g}{b^2} = v$$

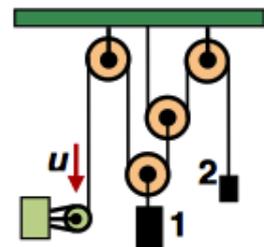


ЗАДАЧА 9. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) На легкой нерастяжимой веревке с помощью трех блоков подвешены два груза. Блоки легкие, вращаются без трения, веревка по ним не скользит. Один из концов веревки закреплен на шкиве выключенной лебедки. Удерживая груз 2 на месте, включают лебедку и сразу после этого груз 2 отпускают. Лебедка вытягивает веревку с постоянной скоростью $u = 2$ м/с. Спустя какое время скорости грузов окажутся равны по модулю? Соотношение масс грузов $m_2 : m_1 = 2$. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².



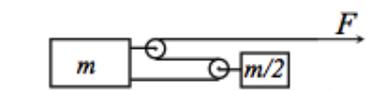
$$t \approx 0,3 \frac{u}{g}$$

ЗАДАЧА 10. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) Система из двух легких прочных тросов, двух неподвижных и двух подвижных блоков и двух грузов подвешена к потолку (см. рисунок). Все блоки — легкие и вращаются без трения, тросы по блокам не скользят. Конец одного из тросов закреплен на шкиве выключенной лебедки, груз 2 удерживают на месте. Этот груз аккуратно отпускают, а затем почти сразу включают лебедку, которая начинает вытягивать трос с постоянной скоростью $u = 1,5$ м/с. За какое время груз 2 поднимется на высоту $h = 1,5$ м? Отношение масс грузов $m_1 : m_2 = 4$. Временем разгона грузов и их смещением при разгоне пренебречь.



$$t = 2,5 \frac{u}{g}$$

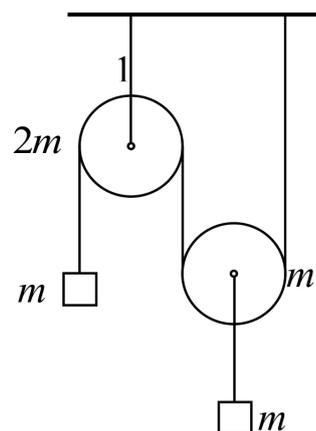
ЗАДАЧА 11. («Росатом», 2011, 9) На гладкой горизонтальной поверхности находятся два тела с массами m и $m/2$. К телам прикреплены невесомые блоки, и они связаны невесомой и нерастяжимой нитью так, как показано на рисунке. К концу нити прикладывают постоянную силу F . Найти ускорение конца нити.



$$\frac{u}{L} = v$$

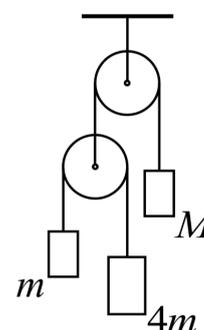
ЗАДАЧА 12. («Росатом», 2020, 10) Через блоки переброшена легкая нерастяжимая веревка, к одному концу которой прикреплено тело массой m , второй конец которой прикреплен к горизонтальному потолку. Левый блок имеет массу $2m$, правый — m , причем масса блоков практически сосредоточена в их осях. Систему удерживают, а в некоторый момент времени веревку 1 перерезают и предоставляют систему самой себе. Найти ускорения тел после этого.

$$a_{\frac{g}{9}} = \tau v : b_{\frac{g}{7}} = \tau v$$



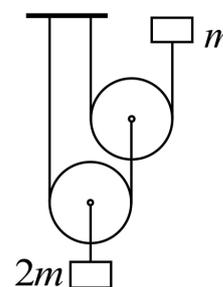
ЗАДАЧА 13. («Росатом», 2020, 10) Имеется система трех грузов и двух блоков, показанная на рисунке. Блоки и нити в системе невесомаы, нити нерастяжимы. Массы двух нижних тел равны m и $4m$. При какой массе третьего тела M одно из тел может находиться в покое?

$$w_{\frac{11}{91}} = \mathcal{N} \text{ или } w_{\frac{g}{91}} = \mathcal{N}$$



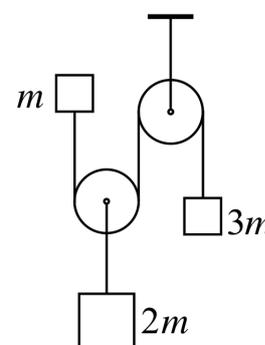
ЗАДАЧА 14. («Росатом», 2020, 11) Механическую систему, состоящую из двух невесомаых подвижных блоков, двух тел массой m и $2m$ и невесомаых и нерастяжимых нитей, удерживают в определенном положении (см. рисунок). В некоторый момент времени систему отпускают. Найти ускорения тел.

$$b_{\frac{g}{7}} = \tau v : b_{\frac{g}{1}} = \tau v$$

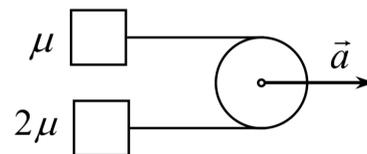


ЗАДАЧА 15. («Росатом», 2020, 11) Имеется система из трех тел с массами m , $2m$ и $3m$ и двух невесомаых блоков, один из которых неподвижный, второй — подвижный. Тела m и $3m$ привязывают к веревке, которую пропускают через блоки, тело $2m$ привязывают к оси подвижного блока. До некоторого момента тела удерживают, а затем отпускают. Найти ускорения тел.

$$b_{\frac{g}{7}} = \varepsilon v : b_{\frac{g}{2}} = \tau v : b_{\frac{g}{8}} = \tau v$$

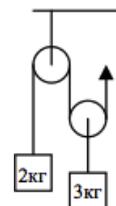


ЗАДАЧА 16. («Росатом», 2020, 9–10) На шероховатой горизонтальной поверхности покоятся два бруска с одинаковой массой m . Коэффициенты трения брусков о поверхность равны μ и 2μ . К брускам привязана верёвка, которая переброшена через лёгкий горизонтально расположенный блок (см. рисунок; вид сверху). Какое минимальное горизонтальное ускорение \vec{a} нужно сообщить блоку, чтобы оба бруска стронулись с места?



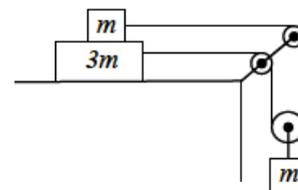
$$\frac{\vec{a}}{b\mu} \leq v$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2018, МЭ, 10) Найдите модуль и направление ускорения, с которым нужно двигать конец нити для того, чтобы правый груз, имеющий массу $m = 3$ кг, оставался неподвижным. Массой нити и блоков можно пренебречь. Нить нерастяжима, трение отсутствует. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



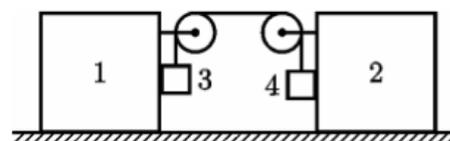
$$(\text{синяя}) \frac{v}{b} = v$$

ЗАДАЧА 18. (МОШ, 2017, 9) Найдите ускорение груза массой $3m$ в системе, изображённой на рисунке. Нить невесома и нерастяжима, блоки невесома, трение отсутствует. Чему равна реакция со стороны нити, действующая на неподвижный верхний блок?



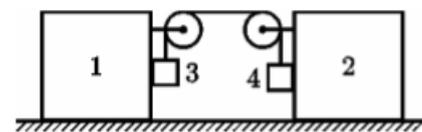
$$b\mu \frac{g}{\varepsilon} = v ; \frac{g}{b} = v$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2007, 9) Найдите ускорение груза 1 в системе, изображённой на рисунке. Массы грузов 1 и 2 равны M , массы грузов 3 и 4 равны m . Грузы 3 и 4 касаются грузов 1 и 2, участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны или вертикальны. Нить невесома и нерастяжима, блоки лёгкие, трения нет.



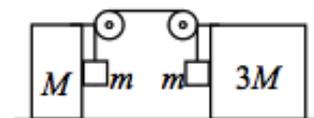
$$\frac{mz + Jv}{b\mu} = v$$

ЗАДАЧА 20. (МОШ, 2007, 10) Найдите ускорения грузов 1 и 2 и силу натяжения нити в системе, изображенной на рисунке. Массы грузов 1, 2, 3 и 4 равны соответственно M_1 , M_2 , m_1 и m_2 . Грузы 3 и 4 касаются грузов 1 и 2, участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны или вертикальны. Нить натянута, невесома и нерастяжима, блоки лёгкие, трение отсутствует.



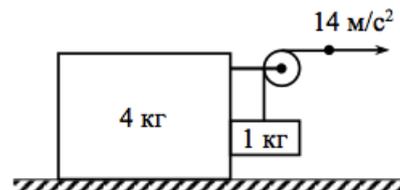
$$(\text{оценка}) \frac{z\mu + zJv}{L} = zv ; (\text{оценка}) \frac{J\mu + Jv}{L} = Jv ; \frac{z\mu + J\mu + z\mu + zJv}{L} + \frac{J\mu + Jv}{L} = J$$

ЗАДАЧА 21. («Росатом», 2015, 10) На гладком горизонтальном столе находятся два тела с массами M и $3M$. Одинаковые грузы с массой m ($m = M/4$) связаны невесомой нитью, переброшенной через блоки. Тела отпускают. Найти ускорение тела M .



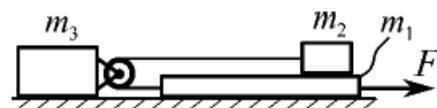
$$b \frac{vL}{\varepsilon} = v$$

Задача 30. (МОШ, 2018, 9) На гладком горизонтальном столе находится механическая система, изображённая на рисунке. Массы тел 4 кг и 1 кг. Свободный конец нити тянут в горизонтальном направлении с ускорением 14 м/с^2 (см. рисунок). Найдите силу натяжения нити. Блок невесом, нить невесома и нерастяжима, трения в оси блока нет, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 .



$$H \ 0z = \frac{Fv + uv}{b + v} + \frac{uv}{v} = \mathcal{L}$$

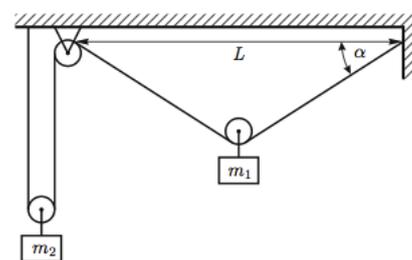
Задача 31. («Физтех», 2018, 11) Систему из трёх брусков, находящихся на горизонтальном столе, приводят в движение, прикладывая горизонтальную силу F (см. рис.). Коэффициент трения между столом и брусками и между соприкасающимися брусками m_1 и m_2 равен μ . Массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 3m$. Массой горизонтально натянутой нити, массой блока и трением в его оси пренебречь.



- 1) Найти силу натяжения нити, если бруски m_1 и m_2 скрепить, а параметры F , m , μ подобрать такими, чтобы бруски двигались по столу как одно целое.
- 2) Найти силу натяжения нити, если параметры F , m , μ подобраны так, что нескреплённые бруски m_1 и m_2 движутся друг по другу, а бруски m_1 и m_3 — по столу.

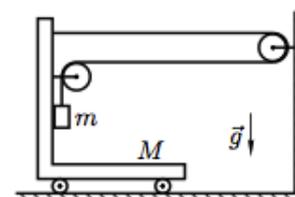
$$(b \omega \omega z - \mathcal{L}) \frac{\mathcal{L} 1}{g} = \mathcal{L} (z : \frac{v}{F} = 0L (1$$

Задача 32. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) К двум лёгким подвижным блокам подвешены грузы, массы которых равны m_1 и m_2 . Лёгкая нерастяжимая нить, на которой висит блок с грузом m_1 , образует с горизонтом угол α . Грузы удерживают в равновесии (см. рисунок). Найдите ускорение грузов сразу после того, как их освободят. Считайте, что радиусы блоков $r \ll L$.



$$(z \text{иния } \tau \text{о}) \nu \text{цс } \tau \nu - = \tau \nu : \frac{\nu \tau \text{цс } \tau \omega \omega + \tau \omega \omega}{\nu \text{цс } \tau \omega \omega - \tau \omega \omega} \hat{b} = \tau \nu$$

Задача 33. (Всеросс., 2011, РЭ, 11) На гладкой горизонтальной поверхности покоится уголок массы M , который с помощью лёгкой нити и двух блоков соединён со стенкой и бруском массы m (см. рисунок). Брусок касается внутренней поверхности уголка. Нити, перекинутые через блок, прикрепленный к стене, натянуты горизонтально.

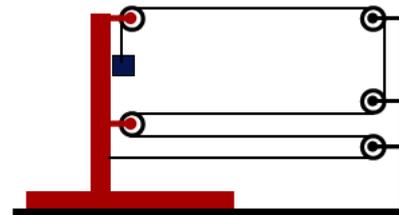


Вначале систему удерживают в состоянии покоя, а затем отпускают. Найдите ускорение a уголка.

Блоки лёгкие. Трение в системе отсутствует.

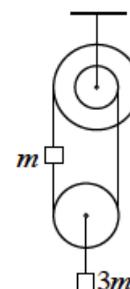
$$\frac{m g + N}{b \omega \tau} = \nu$$

ЗАДАЧА 34. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Один из концов лёгкой нерастяжимой нити прикреплен к раме массой M , а на другом подвешен груз массы m . С помощью системы идеальных блоков и этой нити груз и рама связаны с неподвижной стенкой. Если раму удерживать, то неподвижный груз касается рамы. Трения между грузом и рамой нет, коэффициент трения между рамой и горизонтальной поверхностью равен μ . Найти ускорение рамы после отпускания. Ускорение свободного падения g .



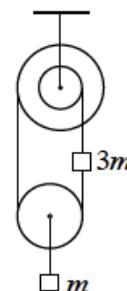
$$\left. \begin{array}{l} \frac{u+V}{u\varphi} < \pi \text{ и гсэ} \\ \frac{u+V}{u\varphi} \geq \pi \text{ и гсэ} \end{array} \right\} = V \cdot \left. \begin{array}{l} 0 \\ \frac{u(\pi\varphi-L)+V}{L\pi-u(\pi-\varphi)} \end{array} \right\}$$

ЗАДАЧА 35. («Росатом», 2017, 10) Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорения тел. Блоки невесомы.



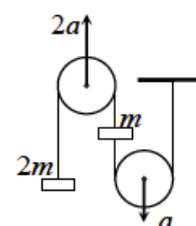
$$\frac{6l}{bL} \text{ и } \frac{6l}{b8z}$$

ЗАДАЧА 36. («Росатом», 2017, 11) Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорения тел. Блоки невесомы.



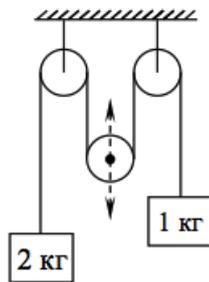
$$\frac{6\frac{8l}{9}}{9} \text{ и } \frac{6\frac{8l}{9}}{9l}$$

ЗАДАЧА 37. («Росатом», 2017, 11) В системе двух тел с массами m и $2m$, связанных нерастяжимой и невесомой нитью, второй конец которой прикреплен к потолку, и двух невесомых блоков (см. рисунок), ускорения блоков известны и равны a и $2a$. Какими силами нужно действовать на блоки?



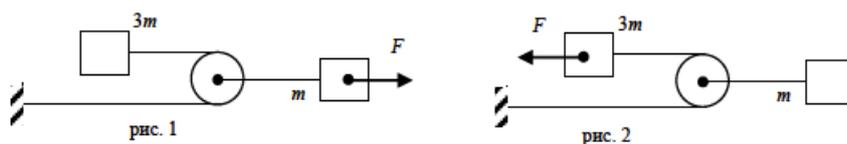
$$F_1 = 24ma + 4mg, F_2 = 28ma + 2mg$$

Задача 38. (МОШ, 2018, 10) С каким и в какую сторону направленным ускорением нужно двигать средний блок, чтобы левый груз, имеющий массу 2 кг, оставался неподвижным? Массой нити и блоков можно пренебречь. Нить нерастяжима, трение отсутствует. $g = 10 \text{ м/с}^2$.



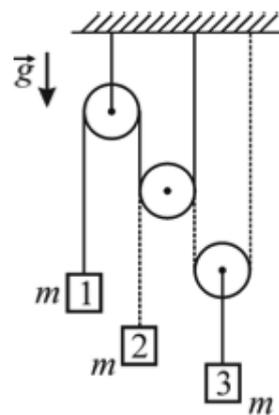
Вниз с ускорением $g/2$

Задача 39. (МОШ, 2017, 10) Если приложить силу F к телу массой m (рис. 1), то оно начнёт двигаться с ускорением $a_1 = 0,20 \text{ м/с}^2$. С каким ускорением a_2 придёт в движение это же тело, если силу F приложить к телу массой $3m$ (рис. 2)? Тела находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Массой блока и нерастяжимых нитей можно пренебречь.



$a_2 = 2a_1 = 0,40 \text{ м/с}^2$

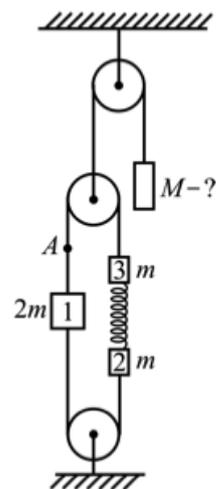
Задача 40. (МОШ, 2015, 10) Система, показанная на рисунке, состоит из трёх блоков, трёх одинаковых грузов, двух нитей (первая нить показана на рисунке сплошной линией, вторая — пунктирной) и короткой верёвочки. К концу первой нити, перекинутой через средний и левый блоки, прикреплен первый груз массой m . К концу второй нити, перекинутой через правый и средний блоки, прикреплен второй груз массой m . Третий груз такой же массой подвешен на верёвочке к оси правого блока. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. Все блоки и нити можно считать невесомыми, нити и верёвочку нерастяжимыми, а силы трения пренебрежимо малыми. При вращении среднего блока первая и вторая нити не мешают друг другу. Найдите модули ускорений грузов.



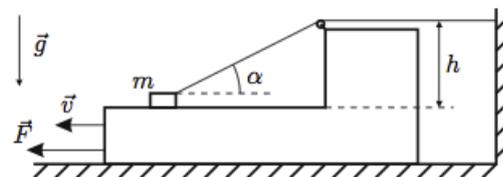
Модули ускорений грузов одинаковы и равны $a = g/3$

Задача 41. (МОШ, 2011, 10–11) В системе, изображённой на рисунке, все блоки — невесомые и вращаются без трения, все нити — невесомые и нерастяжимые (их жёсткость велика по сравнению с жёсткостью пружины). Пружина также невесома. Система находится в покое. При какой массе груза M груз 1 сразу после пережигания нити в точке A будет иметь ускорение большее, чем g ?

$$3mg < M$$



Задача 42. (Всеросс., 2012, финал, 10) На платформе с прямоугольным выступом высотой h лежит небольшое тело массой m . К нему прикреплен один конец невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через идеальный блок, установленный на выступе платформы (рис.). Второй конец нити закреплен на вертикальной стене так, что участок нити между блоком и стеной горизонтален.

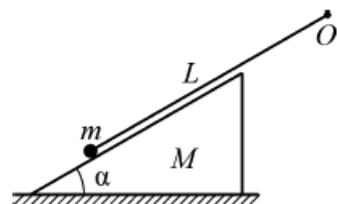


Платформу перемещают от стены с постоянной скоростью v . С какой силой F нужно тянуть платформу в тот момент, когда участок нити над платформой составляет угол α с горизонтом? Сила F горизонтальна и лежит в плоскости рисунка. Коэффициент трения между телом и платформой μ , между платформой и полом трения нет. Считайте, что во время движения груз от платформы, а платформа от пола не отрываются.

$$v \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha} = v \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha} \left(\frac{v \cos \alpha + v \sin \alpha}{b \sin \alpha + (v \cos \alpha - v \sin \alpha - 1) v \mu} \right) = F$$

Подвижный клин

Задача 43. (МОШ, 2017, 9) На горизонтальной плоскости находится клин массой M , наклонная поверхность которого образует угол α с горизонтом. На клине лежит маленький шарик массой m , который соединён невесомой нерастяжимой нитью длиной L с неподвижной осью O , расположенной вне клина. Клин удерживают в таком положении, что нить параллельна наклонной поверхности клина. Трение в системе отсутствует. Клин отпускают, предоставляя системе возможность двигаться. Найдите модули ускорений шарика и клина относительно горизонтальной плоскости в момент сразу после отпускания клина. Нить можно считать очень длинной.

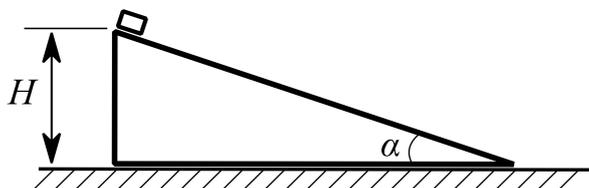


$$\frac{v \frac{m \sin \alpha + M}{\cos \alpha}}{v \frac{m \sin \alpha + M}{\cos \alpha}} = v \left(\frac{v \frac{m \sin \alpha + M}{\cos \alpha}}{v \frac{m \sin \alpha + M}{\cos \alpha}} \right) = v$$

Задача 44. Клин массой M находится на гладкой горизонтальной поверхности. По наклонной поверхности клина, образующей угол α с горизонтом, соскальзывает без трения брусок массой m . Найти ускорение клина.

$$\frac{v \frac{m \sin \alpha + M}{\cos \alpha}}{v \frac{m \sin \alpha + M}{\cos \alpha}} g = A$$

ЗАДАЧА 45. («Физтех», 2021, 9) Кли́н находится на гладкой горизонтальной поверхности стола. Гладкая поверхность клина составляет угол α ($\cos \alpha = 4/5$) с горизонтом (см. рис.). Вблизи вершины клина на высоте H удерживают небольшую по размерам шайбу массой m . Масса клина $3m$.



1. За какое время шайба съедет с клина, если клин удерживать, а шайбу отпустить?

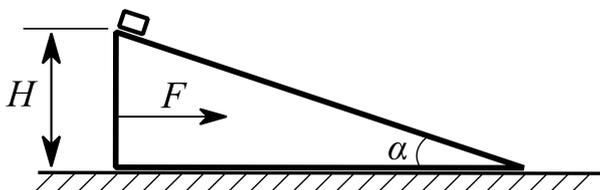
Клин и шайбу одновременно отпускают, и они разъезжаются.

2. Найти ускорение клина.
3. Через какое время шайба достигнет стола?

Направления всех движений в одной вертикальной плоскости.

$$\frac{6\varepsilon}{Hv\Gamma} \wedge = \tau\eta \left(\varepsilon : \frac{1}{b} = v \left(\tau : \frac{6}{H\varepsilon} \wedge \frac{\varepsilon}{g} = \tau\eta \right) \right)$$

ЗАДАЧА 46. («Физтех», 2021, 10) На гладкой горизонтальной поверхности стола находится клин. Гладкая поверхность клина составляет угол α ($\cos \alpha = 4/5$) с горизонтом (см. рис.). На вершине клина на высоте H удерживают небольшую по размерам шайбу массой m . Масса клина $3m$.



1. За какое время шайба съедет с клина, если клин удерживать, а шайбу отпустить?

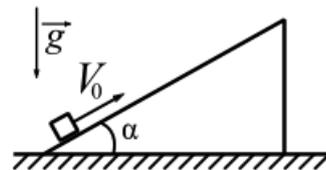
На покоившийся вначале клин стали действовать с постоянной горизонтальной силой $F = 2mg$, а шайбу отпустили. В результате клин стал двигаться поступательно по столу, а шайба вниз по клину.

2. Найти ускорение клина.
3. Через какое время шайба достигнет стола?

Направления всех движений в одной вертикальной плоскости.

$$\frac{6}{Hv\Gamma} \wedge = \tau\eta \left(\varepsilon : 6 \frac{\tau v}{6\Gamma} = v \left(\tau : \frac{6}{H\varepsilon} \wedge \frac{\varepsilon}{g} = \tau\eta \right) \right)$$

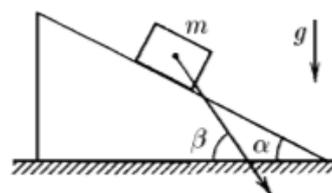
ЗАДАЧА 47. («Физтех», 2019, 11) На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Если шайбе, находящейся у основания клина, сообщить начальную скорость V_0 вдоль поверхности клина (см. рис.), то к моменту достижения шайбой высшей точки траектории скорость шайбы уменьшается в $n = 5$ раз. В процессе движения шайба безотрывно скользит по клину, а клин по столу. Ускорение свободного падения g . Известными считать V_0 , n и α .



1. Найдите отношение m/M массы шайбы к массе клина.
2. На какую максимальную высоту H , отсчитанную от точки старта, поднимается шайба в процессе движения по клину?
3. Через какое время T после старта шайба поднимается на максимальную высоту?

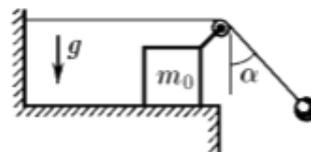
$$\frac{v_0 \sin \alpha}{g} = L \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right) = H \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right) = \frac{V_0}{g} (1 - \frac{1}{n})$$

ЗАДАЧА 48. (Савченко, 2.1.50) На гладкой горизонтальной плоскости находится клин с углом α при основании. Тело массы m , положенное на клин, опускается с ускорением, направленным под углом $\beta > \alpha$ к горизонтали. Определите массу клина.



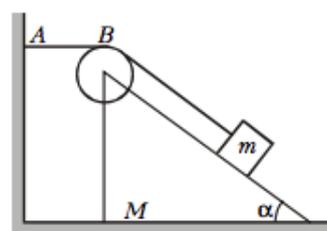
$$\frac{v \sin \beta - g \sin \alpha}{v \sin \alpha} u = N$$

ЗАДАЧА 49. (Савченко, 2.1.49) К свободному концу нити, прикрепленной к стенке и переброшенной через ролик, подвешен груз. Ролик закреплен на бруске массы m_0 , который может скользить по горизонтальной плоскости без трения. В начальный момент нить с грузом отклоняют от вертикали на угол α и затем отпускают. Определите ускорение бруска, если угол, образованный нитью с вертикалью, не меняется при движении системы. Чему равна масса груза?



$$\frac{z(v \sin \alpha - 1) m_0 u}{v \sin \alpha} = u : v \sin \alpha = v$$

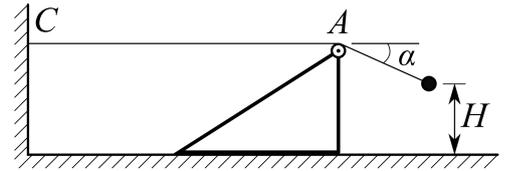
ЗАДАЧА 50. (Всеросс., 1999, финал, 9) На гладком горизонтальном столе стоит клин массой M с углом наклона α при основании (см. рисунок). На поверхности клина находится брусок массой m , привязанный лёгкой нитью к стене. Нить перекинута через невесомый блок, укреплённый на вершине клина. Отрезок нити AB параллелен горизонтальной поверхности стола. Вначале систему удерживают, а затем отпускают. При этом брусок начинает скользить по наклонной поверхности клина. Силы трения отсутствуют.



- 1) Найдите ускорение клина в этом случае.
- 2) Полагая α заданным, найдите, при каком отношении масс клина и бруска такое скольжение возможно.

$$\frac{v \cos \alpha}{z(v \cos \alpha - 1)} < \frac{m}{M} \left(z : \frac{(v \cos \alpha - 1) m z + M v}{v \sin \alpha} \beta = v (1 - \frac{1}{n}) \right)$$

ЗАДАЧА 51. («Физтех», 2021, 11) Кли́н находится на горизонтальной поверхности стола. Лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через укреплённый на клине лёгкий блок, привязана к небольшому по размерам шару и стене (см. рис.). Систему удерживают в покое, отведя шар в сторону так, что нить составляет угол α ($\cos \alpha = 3/5$) с горизонтом, участок нити CA горизонтален, шар находится на расстоянии H от стола. Затем систему отпускают, она движется, при этом угол α наклона нити к горизонту не изменяется.



1. Под каким углом к горизонту направлено ускорение шара? Найти значение любой тригонометрической функции этого угла.
2. Найти ускорение клина. Ответ выразить через ускорение свободного падения g .
3. Найти отношение массы шара к массе клина.
4. Через какое время шар достигнет стола?

Трением в системе пренебречь. Все точки системы перемещаются в вертикальной плоскости. Кли́н не переворачивается. Шар достигает стола раньше, чем клин доезжает до стены.

$$\frac{\delta \varepsilon}{H \partial t} \wedge = \perp \left(\ddot{r} : \frac{\dot{r}}{\partial t} = \frac{1}{u} \left(\varepsilon : \delta \frac{\dot{r}}{\varepsilon} = v \left(z : z = g \sin \alpha, \frac{g \wedge}{1} = g \cos \alpha, \frac{g \wedge}{\varepsilon} = g \cos \alpha \right) \right)$$

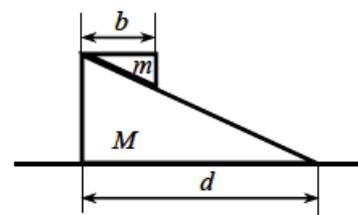
ЗАДАЧА 52. («Физтех», 2021, 11) Кли́н с углом наклона α ($\cos \alpha = 12/13$) находится на горизонтальном столе. Через невесомый блок, укреплённый на клине, перекинута лёгкая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны шарик массой m и брусок массой $13m$ (см. рис.). Вначале систему удерживают неподвижно, расположив шарик вблизи блока на расстоянии H от стола, нить при этом не провисает. Затем клин стали двигать с постоянным горизонтальным ускорением, а шарик отпустили. Брусок и шарик пришли в движение, при этом нить, привязанная к шару, составила угол β ($\cos \beta = 4/5$) с вертикалью. Все точки системы перемещаются в вертикальной плоскости. Трением в оси блока и бруска о клин пренебречь. Шарик достигает стола раньше, чем брусок доезжает до блока.



1. Найти ускорение клина.
2. С каким ускорением относительно клина движется брусок?
3. Через какое время шарик достигнет стола?

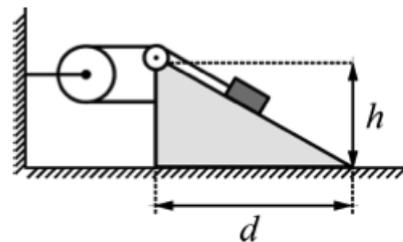
$$\frac{\delta \varepsilon}{H \partial t} \wedge = \perp \left(\varepsilon : \delta \frac{\dot{r}}{\varepsilon} = 0 \quad \left(z : \delta \frac{\dot{r}}{\varepsilon} = g \sin \beta \right) \right)$$

Задача 53. (МОШ, 2017, 10) Какое расстояние S пройдёт нижняя призма, когда верхняя коснётся плоскости? Размеры и массы тел указаны на рисунке. В начальный момент система покоилась. Трения нет. Чему равен угол β между направлением вектора абсолютной скорости верхней призмы и горизонталью, если наклонная поверхность нижней призмы образует с горизонтом угол α ?



$$\left(\frac{v \sin \alpha}{u + V} \right) \sin \alpha = g \cdot \frac{u + V}{(q - p)u} = S$$

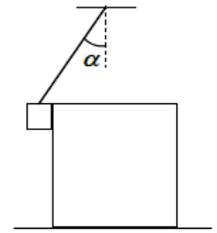
Задача 54. (МОШ, 2012, 10) На гладкой горизонтальной поверхности находится клин с высотой $h = 30$ см и шириной основания $d = 40$ см. На его гладкой наклонной плоскости находится маленькая шайба, соединённая с клином при помощи невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через два блока (см. рисунок). Блоки невесомые и вращаются без трения, масса клина в $n = 8$ раз больше массы шайбы. С каким ускорением начнёт двигаться клин после отпуская? Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 9,8$ м/с². Движение клина — поступательное.



$$V = \frac{u + \frac{g}{2} \sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{6g}{9} \approx 6 \frac{g}{9}$$

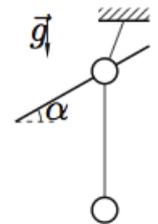
Разные системы

ЗАДАЧА 55. («Росатом», 2016, 9) Тело в форме куба массой $10m$ удерживают на гладкой горизонтальной поверхности. Второе тело массой m подвешено к потолку на невесомой нити, составляющей угол α с вертикалью, и касается куба. Тела отпускают. Найти ускорения тел. Трением пренебречь. Считать, что куб не переворачивается.



$$\frac{v_z^{\text{своб}} 01+1}{v \cos \alpha \sin \theta} = V, \quad \frac{v_z^{\text{своб}} 01+1}{v \sin \theta} = v$$

ЗАДАЧА 56. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Массивный шарик насажен на стержень, жёстко закреплённый под углом α к горизонту, и может без трения скользить по нему. К шарiku на лёгкой нерастяжимой нити подвешен точно такой же шарик. Другая нить удерживает верхний шарик на стержне в равновесии (рис.).

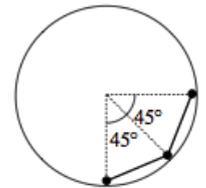


1) С какими ускорениями начнут движение шарики сразу после пережигания верхней нити?

2) Пусть теперь шарики соединены не нитью, а лёгкой пружиной. С какими ускорениями шарики начнут движение в этом случае?

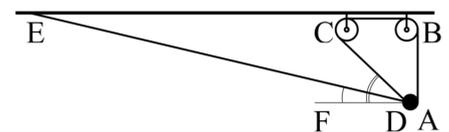
$$0 = q \cdot v \sin \theta z = v \quad (z : \frac{v_z^{\text{своб}} 1+1}{v \sin \theta z} = q, \quad \frac{v_z^{\text{своб}} 1+1}{v \sin \theta z} = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 57. («Росатом», 2019, 10) Три одинаковых массивных шарика связывают двумя невесомыми стержнями и удерживают в вертикальной плоскости так, что шарики касаются внутренней поверхности закреплённой сферы (см. рисунок). В некоторый момент шарики отпускают. Найти ускорения шариков сразу после их освобождения. Трением пренебречь.



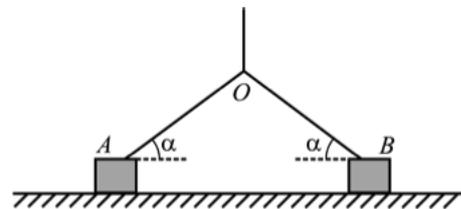
$$b \frac{g}{z^{\wedge} + z} = v$$

ЗАДАЧА 58. («Росатом», 2020, 11) Нерастяжимая нить прикреплена к маленькой массивной бусинке в точке A , затем переброшена через блоки B и C , затем пропущена через сквозное отверстие D в той же бусинке, а затем прикреплена к потолку в точке E . Первоначально бусинку удерживают так, что участок нити AB вертикален, $\angle FDE = \alpha$ (отмечен на рисунке одной дугой), $\angle FDC = 3\alpha$ (отмечен на рисунке двумя дугами). Затем бусинку отпускают. Найти ускорение бусинки сразу после этого. Трения между нитью и стенками отверстия в бусинке отсутствует.



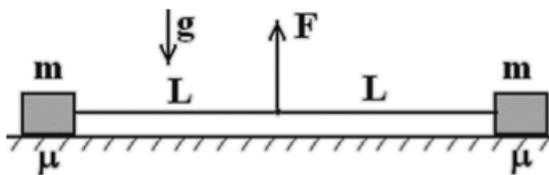
$$\frac{v_z^{\text{своб}} \sin \alpha + 2 \sin 3\alpha + 2 \cos 2\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} b = v$$

Задача 59. (МОШ, 2011, 10) На горизонтальном столе находятся два одинаковых грузика, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, образующей равнобедренный треугольник AOB (см. рисунок). Углы при основаниях треугольника равны α . В точке O к этой нити привязана другая нить, которую удерживают вертикально слегка натянутой. С каким минимальным ускорением нужно начать поднимать точку O , чтобы грузы оторвались от стола в момент начала своего движения?



0.8406 = 4100

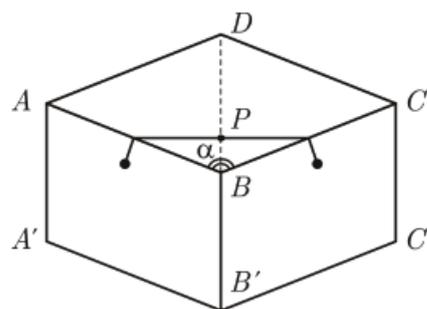
Задача 60. (МОШ, 2019, 11) Бруски равных масс $m = 1$ кг связаны нитью длины $2L = 50$ см и стоят на горизонтальном полу, коэффициент трения которого с брусками $\mu = 0,2$. Нить за её середину начинают тянуть с постоянной вертикальной силой $F = 10$ Н. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Каковы скорости брусков при столкновении? Выразите ответ в м/с и округлите до десятых.
2. При каком максимальном значении силы F бруски не столкнутся? Выразите ответ в Н и округлите до десятых.

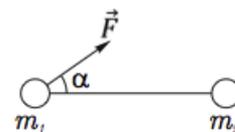
1.1471 (1) 8.8 Н

Задача 61. (МОШ, 2018, 11) На подставку в форме прямой четырёхугольной призмы (в основании ромб $ABCD$, $\angle ABC = \alpha$, боковые грани — прямоугольники) кладут два маленьких груза, связанных тонкой невесомой натянутой нитью, и отпускают их. Трения нет. Массы грузов одинаковы. Середина нити (точка P) движется по диагонали DB . Грузы движутся по прямым линиям симметрично относительно плоскости $BB'D'D$. Найдите модули ускорений грузов и модуль ускорения середины нити. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



0.8406 = 4100

ЗАДАЧА 62. (Всеросс., 2019, финал, 10) На гладком горизонтальном столе лежит гантель, состоящая из двух маленьких по размеру шайб, имеющих массы m_1 и m_2 , соединенных легким жестким (деформации стержня малы по сравнению с его размерами) стержнем длины L . В момент времени $t = 0$ на шайбу с массой m_1 начинает действовать постоянная по величине горизонтальная сила F . Направление действия силы всегда составляет один и тот же острый угол α со стержнем (рис.). Считайте известным, что при таком движении угловое ускорение стержня является постоянным.



В некоторый момент времени τ после начала действия силы стержень на мгновение оказался не напряженным (то есть ни сжатым, ни растянутым).

1. Найдите угловую скорость ω вращения стержня в момент времени τ .
2. Найдите угловое ускорение стержня $d\omega/dt$.
3. Чему равен промежуток времени τ ?
4. Найдите угол поворота стержня к моменту времени τ .

$$\tau = \frac{L}{v} \left(\frac{v \cos \alpha}{F} \right) \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{L}{v} \left(\frac{F \sin \alpha}{m_1} \right) = \frac{m_1}{F} \left(\frac{F \sin \alpha}{m_1} \right) \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{m_1}{F} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \sin \alpha$$