

Статика жидкостей и газов

Темы кодификатора ЕГЭ: давление жидкости, закон Паскаля, закон Архимеда, условия плавания тел.

В гидро- и аэростатике рассматриваются два вопроса: 1) равновесие жидкостей и газов под действием приложенных к ним сил; 2) равновесие твёрдых тел в жидкостях и газах.

Многие из обсуждаемых далее фактов относятся равным образом как к жидкостям, так и к газам. В таких случаях мы будем называть жидкость и газ *средой*.

При сжатии среды в ней возникают силы упругости, называемые *силами давления*. Силы давления действуют между соприкасающимися слоями среды, на погружённые в среду твёрдые тела, а также на дно и стенки сосуда.

Сила давления среды обладает двумя характерными свойствами.

1. Сила давления действует перпендикулярно поверхности выделенного элемента среды или твёрдого тела. Это объясняется текучестью среды: силы упругости не возникают в ней при относительном сдвиге слоёв, поэтому отсутствуют силы упругости, касательные к поверхности.
2. Сила давления равномерно распределена по той поверхности, на которую она действует.

Естественной величиной, возникающей в процессе изучения сил давления среды, является давление.

Пусть на поверхность площади S действует сила F , которая перпендикулярна поверхности и равномерно распределена по ней. *Давлением* называется величина

$$p = \frac{F}{S}.$$

Единицей измерения давления служит *паскаль* (Па). 1 Па — это давление, производимое силой 1 Н на поверхность площадью 1 м².

Полезно помнить приближённое значение нормального атмосферного давления: $p_0 = 10^5$ Па.

Гидростатическое давление

Гидростатическим называется давление неподвижной жидкости, вызванное силой тяжести. Найдём формулу для гидростатического давления столба жидкости.

Предположим, что в сосуд с площадью дна S налита жидкость до высоты h (рис. 1). Плотность жидкости равна ρ .

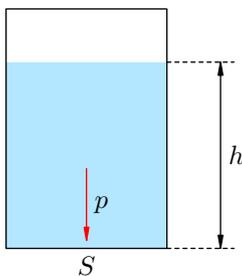


Рис. 1. Гидростатическое давление

Объём жидкости равен Sh , поэтому масса жидкости $m = \rho Sh$. Сила F давления жидкости на дно сосуда — это вес жидкости. Так как жидкость неподвижна, её вес равен силе тяжести:

$$F = mg = \rho Shg.$$

Разделив силу F на площадь S , получим давление жидкости:

$$p = \rho gh.$$

Это и есть формула гидростатического давления.

Так, на глубине 10 м вода оказывает давление $p = 1000 \cdot 10 \cdot 9,8 = 98000$ Па, примерно равное атмосферному. Можно сказать, что *атмосферное давление приблизительно равно 10 м водного столба*.

Для практики столь большая высота столба жидкости неудобна, и реальные жидкостные манометры — ртутные. Посмотрим, какую высоту должен иметь столб ртути ($\rho = 13600$ кг/м³), чтобы создать аналогичное давление:

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^5}{13600 \cdot 9,8} = 0,75 \text{ м} = 750 \text{ мм}.$$

Вот почему для измерения атмосферного давления широко используется *миллиметр ртутного столба* (мм рт. ст.).

Закон Паскаля

Если поставить гвоздь вертикально и ударить по нему молотком, то гвоздь передаст действие молотка по вертикали, но не вбок. Твёрдые тела из-за наличия кристаллической решётки передают производимое на них давление только в направлении действия силы.

Жидкости и газы (напомним, что мы называем их средами) ведут себя иначе. В средах справедлив закон Паскаля.

Закон Паскаля. Давление, оказываемое на жидкость или газ, передаётся в любую точку этой среды без изменения по всем направлениям.

(В частности, на площадку, помещённую внутри жидкости на фиксированной глубине, действует одна и та же сила давления, как эту площадку ни поворачивай.)

Например, ныряльщик на глубине h испытывает давление $p = p_0 + \rho gh$. Почему? Согласно закону Паскаля вода передаёт давление атмосферы p_0 без изменения на глубину h , где оно прибавляется к гидростатическому давлению водяного столба ρgh .

Отличной иллюстрацией закона Паскаля служит опыт с шаром Паскаля. Это шар с множеством отверстий, соединённый с цилиндрическим сосудом (рис. 2)¹.

Если налить в сосуд воду и двинуть поршень, то вода брызнет из всех отверстий. Это как раз и означает, что вода передаёт внешнее давление по всем направлениям.

То же самое наблюдается и для газа: если сосуд наполнить дымом, то при движении поршня струйки дыма пойдут опять-таки из всех отверстий сразу. Стало быть, газ также передаёт давление по всем направлениям.



Рис. 2. Шар Паскаля

¹Изображение с сайта <http://festival.1september.ru>.

Вы ежедневно пользуетесь законом Паскаля, когда выдавливаете зубную пасту из тюбика. А именно, вы сжимаете тюбик в поперечном направлении, а паста двигается перпендикулярно вашему усилию — в продольном направлении. Почему? Ваше давление передаётся внутри тюбика по всем направлениям, в частности — в сторону отверстия тюбика. Туда-то паста и выходит.

Гидравлический пресс

Гидравлический пресс — это устройство, дающее выигрыш в силе. То есть, прикладывая сравнительно небольшую силу в одном месте устройства, оказывается возможным получить значительно большее усилие в другом его месте.

Гидравлический пресс изображён на рис. 3. Он состоит из двух сообщающихся сосудов, имеющих разную площадь поперечного сечения и закрытых поршнями. В сосудах между поршнями находится жидкость.

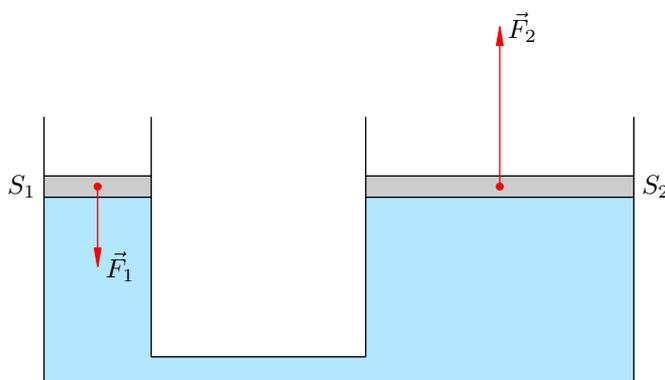


Рис. 3. Гидравлический пресс

Принцип действия гидравлического пресса очень прост и основан на законе Паскаля.

Пусть S_1 — площадь малого поршня, S_2 — площадь большого поршня. Надавим на малый поршень с силой F_1 . Тогда под малым поршнем в жидкости возникнет давление:

$$p = \frac{F_1}{S_1}.$$

Согласно закону Паскаля это давление будет передано без изменения по всем направлениям в любую точку жидкости, в частности — под большой поршень. Следовательно, на большой поршень со стороны жидкости будет действовать сила:

$$F_2 = pS_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

Полученное соотношение можно переписать и так:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Мы видим, что F_2 больше F_1 во столько раз, во сколько S_2 больше S_1 . Например, если площадь большого поршня в 100 раз превышает площадь малого поршня, то усилие на большом поршне окажется в 100 раз больше усилия на малом поршне. Вот каким образом гидравлический пресс даёт выигрыш в силе.

Закон Архимеда

Мы знаем, что дерево в воде не тонет. Следовательно, сила тяжести уравновешивается какой-то другой силой, действующей на кусок дерева со стороны воды вертикально вверх. Эта сила называется *выталкивающей* или *архимедовой* силой. Она действует на всякое тело, погружённое в жидкость или газ.

Выясним причину возникновения архимедовой силы. Рассмотрим цилиндр площадью поперечного сечения S и высотой h , погружённый в жидкость плотности ρ . Основания цилиндра горизонтальны. Верхнее основание находится на глубине h_1 , нижнее — на глубине $h_2 = h_1 + h$ (рис. 4).

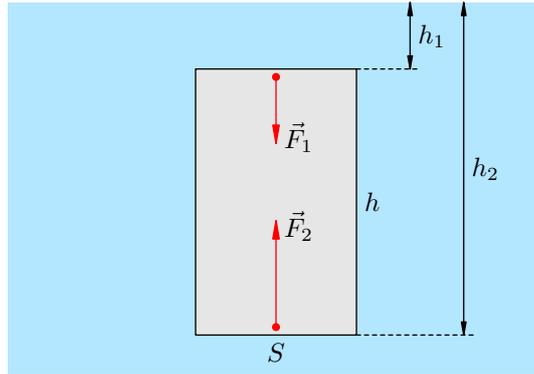


Рис. 4. $F_A = F_2 - F_1$

На боковую поверхность цилиндра действуют силы давления, которые приводят лишь к сжатию цилиндра. Эти силы можно не принимать во внимание.

На уровне верхнего основания цилиндра давление жидкости равно $p_1 = \rho gh_1$. На верхнее основание действует сила давления $F_1 = p_1 S = \rho gh_1 S$, направленная вертикально вниз.

На уровне нижнего основания цилиндра давление жидкости равно $p_2 = \rho gh_2$. На нижнее основание действует сила давления $F_2 = p_2 S = \rho gh_2 S$, направленная вертикально вверх (закон Паскаля!).

Так как $h_2 > h_1$, то $F_2 > F_1$, и поэтому возникает равнодействующая сил давления, направленная вверх. Это и есть архимедова сила F_A . Имеем:

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho gh_2 S - \rho gh_1 S = \rho g S (h_2 - h_1) = \rho g S h.$$

Но произведение Sh равно объёму цилиндра V . Получаем окончательно:

$$F_A = \rho g V. \quad (1)$$

Это и есть формула для архимедовой силы. Возникает архимедова сила вследствие того, что давление жидкости на нижнее основание цилиндра больше, чем на верхнее.

Формулу (1) можно интерпретировать следующим образом. Произведение ρV — это масса жидкости m , объём которой равен V : $\rho V = m$. Но тогда $\rho g V = mg = P$, где P — вес жидкости, взятой в объёме V . Поэтому наряду с (1) имеем:

$$F_A = P. \quad (2)$$

Иными словами, архимедова сила, действующая на цилиндр, равна весу жидкости, объём которой совпадает с объёмом цилиндра.

Формулы (1) и (2) справедливы и в общем случае, когда погружённое в жидкость или газ тело объёма V имеет *любую* форму, а не только форму цилиндра (конечно, в случае газа ρ — это плотность газа). Поясним, почему так получается.

Выделим мысленно в среде некоторый объём V произвольной формы. Этот объём находится в равновесии: не тонет и не всплывает. Следовательно, сила тяжести, действующая на среду, находящуюся внутри выделенного нами объёма, уравновешена силами давления на поверхность нашего объёма со стороны остальной среды — ведь на нижние элементы поверхности приходится большее давление, чем на верхние.

Иными словами, равнодействующая сил гидростатического давления на поверхность выделенного объёма — архимедова сила — направлена вертикально вверх и равна весу среды в этом объёме.

Сила тяжести, действующая на наш объём, приложена к его центру тяжести. Значит, и архимедова сила должна быть приложена к центру тяжести выделенного объёма. В противном случае сила тяжести и архимедова сила образуют пару сил, которая вызовет вращение нашего объёма (а он находится в равновесии).

А теперь заменим выделенный объём среды твёрдым телом того же объёма V и той же самой формы. Ясно, что силы давления среды на поверхность тела не изменятся, так как неизменной осталась *конфигурация* среды, окружающей тело. Поэтому архимедова сила по-прежнему будет направлена вертикально вверх и равна весу среды, взятой в объёме V . Точкой приложения архимедовой силы будет центр тяжести тела.

Закон Архимеда. На погружённое в жидкость или газ тело действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу среды, объём которой равен объёму тела.

Таким образом, архимедова сила всегда находится по формуле (1). Заметим, что в эту формулу не входят ни плотность тела, ни какие-либо его геометрические характеристики — при фиксированном объёме величина архимедовой силы не зависит от вещества и формы тела.

До сих пор мы рассматривали случай полного погружения тела. Чему равна архимедова сила при частичном погружении? На ту часть тела, которая находится над поверхностью жидкости, никакая выталкивающая сила не действует. Если эту часть мысленно срезать, то величина архимедовой силы не изменится. Но тогда мы получим целиком погружённое тело, объём которого равен объёму погружённой части исходного тела.

Значит, *на частично погружённое в жидкость тело действует выталкивающая сила, равная весу жидкости, объём которой равен объёму погружённой части тела.* Формула (1) справедлива и в этом случае, только объём всего тела V нужно заменить на объём погружённой части $V_{\text{погр}}$:

$$F_A = \rho g V_{\text{погр}}.$$

Архимед обнаружил, что целиком погружённое в воду тело вытесняет объём воды, равный собственному объёму. Тот же факт имеет место для других жидкостей и газов. Поэтому можно сказать, что *на всякое тело, погружённое в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом среды.*

Плавание тел

Рассмотрим тело плотности ρ и жидкость плотности ρ_0 . Допустим, что тело полностью погрузили в жидкость и отпустили.

С этого момента на тело действуют лишь сила тяжести mg и архимедова сила F_A . Если объём тела равен V , то

$$mg = \rho g V, \quad F_A = \rho_0 g V.$$

Имеются три возможности дальнейшего движения тела.

1. Сила тяжести больше архимедовой силы: $mg > F_A$, или $\rho > \rho_0$. В этом случае тело тонет.
2. Сила тяжести равна архимедовой силе: $mg = F_A$, или $\rho = \rho_0$. В этом случае тело остаётся неподвижным в состоянии *безразличного равновесия*.

3. Сила тяжести меньше архимедовой силы: $mg < F_A$, или $\rho < \rho_0$. В этом случае тело всплывает, достигая поверхности жидкости. При дальнейшем всплытии начнёт уменьшаться объём погружённой части тела, а вместе с ним и архимедова сила. В какой-то момент архимедова сила сравняется с силой тяжести (положение равновесия). Тело по инерции всплывёт дальше, остановится, снова начнёт погружаться... Возникнут затухающие колебания, после которых тело останется плавать в положении равновесия ($mg = F_A$), частично погрузившись в жидкость.

Таким образом, *условие плавания* тела можно записать в виде неравенства: $\rho \leq \rho_0$. Например, лёд ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$) будет плавать в воде ($\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$), но утонет в спирте ($\rho_0 = 800 \text{ кг/м}^3$).