

Принцип Гюйгенса

В кодификаторе ЕГЭ принцип Гюйгенса отсутствует. Тем не менее, мы посвящаем ему отдельный листок. Дело в том, что этот основополагающий постулат даёт объяснение многих волновых явлений и, в частности, позволяет вывести законы геометрической оптики.

До сих пор мы занимались геометрической оптикой и изучали распространение световых лучей. При этом понятие луча мы считали интуитивно ясным и не давали ему определения. Основные законы геометрической оптики были сформулированы нами как постулаты.

Теперь мы займёмся *волновой оптикой*, в которой свет рассматривается как электромагнитные волны. В рамках волновой оптики понятие луча уже можно строго определить. Базовым постулатом волновой теории является *принцип Гюйгенса*; законы геометрической оптики оказываются его следствиями.

Волновые поверхности и лучи

Представьте себе маленькую лампочку, которая даёт частые периодические вспышки. Каждая вспышка порождает расходящуюся световую волну в виде расширяющейся сферы (с центром в лампочке). Остановим время — и увидим в пространстве остановившиеся световые сферы, образованные вспышками в различные предшествующие моменты времени.

Эти сферы — так называемые волновые поверхности. Заметьте, что лучи, идущие от лампочки, перпендикулярны волновым поверхностям.

Чтобы дать строгое определение волновой поверхности, давайте вспомним сначала, что такое фаза колебаний. Пусть величина x совершает гармонические колебания по закону:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Так вот, *фаза* — это величина $\varphi = \omega t + \varphi_0$, которая является аргументом косинуса. Фаза, как видим, линейно возрастает со временем. Значение фазы при $t = 0$ равно φ_0 и называется *начальной фазой*.

Вспомним также, что волна представляет собой распространение колебаний в пространстве. В случае механических волн это будут колебания частиц упругой среды, в случае электромагнитных волн — колебания векторов напряжённости электрического поля и индукции магнитного поля.

Вне зависимости от того, какие волны рассматриваются, мы можем сказать, что в каждой точке пространства, захваченной волновым процессом, происходят колебания некоторой величины; такой величиной является набор координат колеблющейся частицы в случае механической волны или набор координат векторов, описывающих электрическое и магнитное поля в электромагнитной волне.

Фазы колебаний в двух различных точках пространства, вообще говоря, имеют разное значение. Интерес представляют множества точек, в которых фаза одна и та же. Оказывается, совокупность точек, в которых фаза колебаний в данный момент времени имеет фиксированное значение, образует двумерную поверхность в пространстве.

Определение. *Волновая поверхность — это множество всех точек пространства, в которых фаза колебаний в данный момент времени имеет одно и то же значение.*

Коротко говоря, волновая поверхность есть поверхность постоянной фазы. Каждому значению фазы отвечает своя волновая поверхность. Набору различных значений фазы соответствует семейство волновых поверхностей.

С течением времени фаза в каждой точке меняется, и волновая поверхность, отвечающая фиксированному значению фазы, перемещается в пространстве. Следовательно, распространение волн можно рассматривать как движение волновых поверхностей! Тем самым в нашем распоряжении оказываются удобные геометрические образы для описания физических волновых процессов.

Например, если точечный источник света находится в прозрачной однородной среде, то волновые поверхности являются концентрическими сферами с общим центром в источнике. Распространение света выглядит как расширение этих сфер. Мы это уже видели выше в ситуации с лампочкой.

Через каждую точку пространства в данный момент времени может проходить только одна волновая поверхность. В самом деле, если предположить, что через точку A проходят две волновых поверхности, отвечающие различным значениям фазы φ_1 и φ_2 , то немедленно получим противоречие: фаза колебаний в точке A окажется одновременно равна этим двум различным числам.

Коль скоро через точку A проходит единственная волновая поверхность, то однозначно определено и направление перпендикуляра к волновой поверхности в данной точке.

Определение. Луч — это линия в пространстве, которая в каждой своей точке перпендикулярна волновой поверхности, проходящей через эту точку.

Иными словами, луч есть общий перпендикуляр к семейству волновых поверхностей. Направление луча — это направление распространения волны. Вдоль лучей осуществляется перенос энергии волны от одних точек пространства к другим.

По мере распространения волны происходит перемещение границы, которая разделяет область пространства, захваченную волновым процессом, и невозмущённую пока область. Эта граница называется *волновым фронтом*. Таким образом, волновой фронт — это множество всех точек пространства, которых достиг колебательный процесс в данный момент времени. Волновой фронт есть частный случай волновой поверхности; это, если можно так выразиться, «самая первая» волновая поверхность.

К наиболее простым видам геометрических поверхностей относятся сфера и плоскость. Соответственно, имеем два важных случая волновых процессов с волновыми поверхностями такой формы — это сферические и плоские волны.

Сферическая волна

Волна называется *сферической*, если её волновые поверхности — сферы (рис. 1).

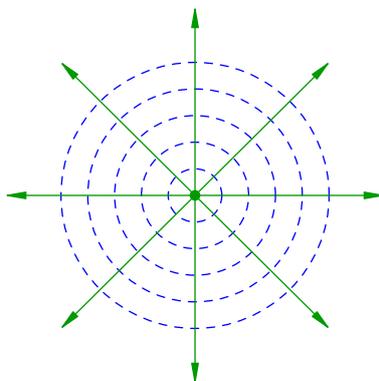


Рис. 1. Сферическая волна

Волновые поверхности показаны синим пунктиром, а зелёные радиальные стрелки — это лучи, перпендикулярные волновым поверхностям.

Рассмотрим прозрачную однородную среду, физические свойства которой одинаковы вдоль всех направлений. Точечный источник света, помещённый в такую среду, излучает сферические волны. Это понятно — ведь свет пойдёт в каждом направлении с одинаковой скоростью, так что любая волновая поверхность будет сферой.

Ну а световые лучи, как мы заметили, оказываются в этом случае обычными прямолинейными геометрическими лучами с началом в источнике. Помните закон прямолинейного распространения света: *в прозрачной однородной среде световые лучи являются прямыми линиями?* В геометрической оптике мы сформулировали его как постулат. Теперь мы видим (для случая точечного источника), как этот закон следует из представлений о волновой природе света.

В листке «Электромагнитные волны» мы ввели понятие плотности потока излучения:

$$I = \frac{W}{St}.$$

Здесь W — энергия, которая переносится за время t через поверхность площади S , расположенную перпендикулярно лучам. Таким образом, плотность потока излучения I — это энергия, переносимая волной вдоль лучей через единицу площади в единицу времени.

В нашем случае энергия W равномерно распределяется по поверхности сферы, радиус r которой увеличивается в процессе распространения волны. Площадь поверхности сферы равна: $S = 4\pi r^2$, поэтому для плотности потока излучения получим:

$$I = \frac{W}{4\pi r^2 t}.$$

Как видим, *плотность потока излучения в сферической волне обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника.*

Поскольку энергия W пропорциональна квадрату амплитуды колебаний электромагнитного поля, мы приходим к выводу, что *амплитуда колебаний в сферической волне обратно пропорциональна расстоянию до источника.*

Плоская волна

Волна называется *плоской*, если её волновые поверхности — плоскости (рис. 2).



Рис. 2. Плоская волна

Синим пунктиром показаны параллельные плоскости, являющиеся волновыми поверхностями. Лучи — зелёные стрелки — снова оказываются прямыми линиями.

Плоская волна — одна из важнейших идеализаций волновой теории; математически она описывается наиболее просто. Этой идеализацией можно пользоваться, например, когда мы находимся на достаточно большом расстоянии от источника. Тогда в окрестности точки наблюдения можно пренебречь искривлением сферической волновой поверхности и считать волну приблизительно плоской.

В дальнейшем, выводя законы отражения и преломления из принципа Гюйгенса, мы будем использовать именно плоские волны. Но сначала разберёмся с самим принципом Гюйгенса.

Принцип Гюйгенса

Мы говорили выше, что распространение волн удобно представлять себе как движение волновых поверхностей. Но согласно каким правилам перемещаются волновые поверхности? Иными словами — как, зная положение волновой поверхности в данный момент времени, определить её положение в следующий момент?

Ответ на этот вопрос даёт принцип Гюйгенса — основной постулат волновой теории. Принцип Гюйгенса равным образом справедлив как для механических, так и для электромагнитных волн.

Чтобы лучше понять идею Гюйгенса, давайте рассмотрим такой пример. Бросим в воду горсть камней. От каждого камня пойдёт круговая волна с центром в точке падения камня. Эти круговые волны, накладываясь друг на друга, создадут общую волновую картину на поверхности воды. Важно то, что все круговые волны и порождённая ими волновая картина будут существовать и после того, как камни опустятся на дно. Стало быть, непосредственной причиной исходных круговых волн служат не сами камни, а *локальные возмущения* поверхности воды в тех местах, куда камни упали. Именно локальные возмущения сами по себе являются источниками расходящихся круговых волн и формирующейся волновой картины, и уже не столь важно, что конкретно послужило причиной каждого из этих возмущений — камень ли, поплавок или какой-то иной объект. Для описания последующего волнового процесса важно только то, что в определённых точках поверхности воды возникли круговые волны.

Ключевая идея Гюйгенса состояла в том, что локальные возмущения могут порождаться не только посторонними объектами типа камня или поплавок, но также и распространяющейся в пространстве волной!

Принцип Гюйгенса. *Каждая точка пространства, вовлечённая в волновой процесс, сама становится источником сферических волн.*

Эти сферические волны, распространяющиеся во все стороны от каждой точки волнового возмущения, называются *вторичными волнами*. Последующая эволюция волнового процесса состоит в наложении вторичных волн, испущенных всеми точками, до которых волновой процесс уже успел добраться.

Принцип Гюйгенса даёт рецепт построения волновой поверхности в момент времени $t + \Delta t$ по известному её положению в момент времени t (рис. 3).

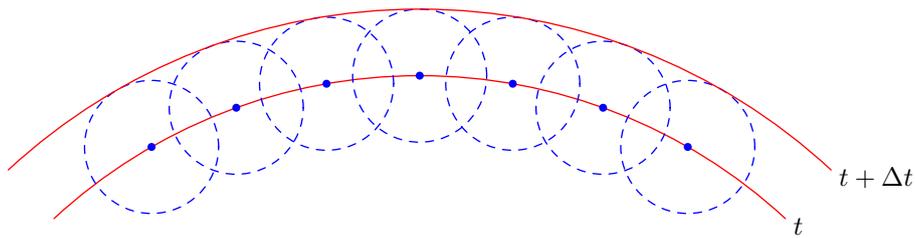


Рис. 3. Принцип Гюйгенса: движение волновых поверхностей

Именно, каждую точку исходной волновой поверхности мы рассматриваем как источник вторичных волн. За время Δt вторичные волны пройдут расстояние $c\Delta t$, где c — скорость волны. Из каждой точки старой волновой поверхности строим сферы радиуса $c\Delta t$; новая волновая поверхность будет *касательной* ко всем этим сферам¹.

Но, конечно, для построения волновой поверхности мы не обязаны брать вторичные волны, испущенные точками, лежащими непременно на одной из предыдущих волновых поверхностей.

¹Говорят ещё, что волновая поверхность в любой момент времени служит *огibaющей* семейства вторичных волн.

Искомая волновая поверхность будет огибающей семейства вторичных волн, излучённых точками вообще всякой поверхности, вовлечённой в колебательный процесс.

На базе принципа Гюйгенса можно вывести законы отражения и преломления света, которые раньше мы рассматривали лишь как обобщение экспериментальных фактов.

Вывод закона отражения

Предположим, что на поверхность KL раздела двух сред падает плоская волна (рис. 4). Фиксируем две точки A и B этой поверхности.

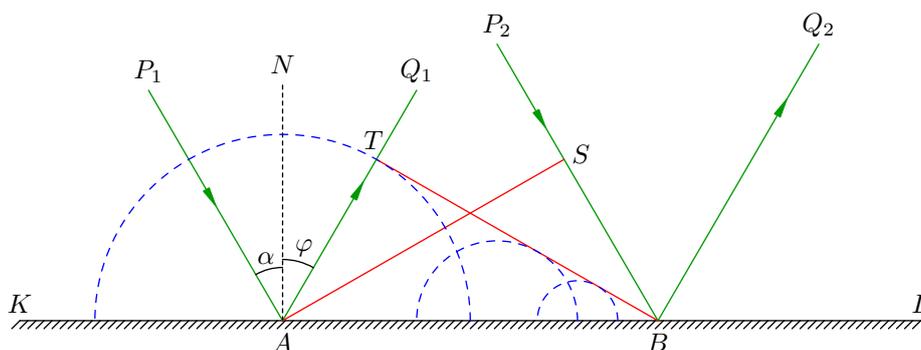


Рис. 4. Отражение волны

В эти точки приходят два падающих луча P_1A и P_2B ; плоскость AS , перпендикулярная этим лучам, есть волновая поверхность падающей волны.

В точке A проведена нормаль AN к отражающей поверхности. Угол $\alpha = \angle P_1AN$ есть, как вы помните, угол падения.

Из точек A и B выходят отражённые лучи AQ_1 и BQ_2 . Перпендикулярная этим лучам плоскость BT есть волновая поверхность отражённой волны. Угол отражения $\angle NAQ_1$ обозначим пока φ ; мы хотим доказать, что $\varphi = \alpha$.

Все точки отрезка AB служат источниками вторичных волн. Раньше всего волновая поверхность AS приходит в точку A . Затем, по мере движения падающей волны, в колебательный процесс вовлекаются другие точки данного отрезка, и в самую последнюю очередь — точка B .

Соответственно, раньше всего начинается излучение вторичных волн в точке A ; сферическая волна с центром в A имеет на рис. 4 наибольший радиус. По мере приближения к точке B радиусы сферических вторичных волн, испущенных промежуточными точками, уменьшаются до нуля — ведь вторичная волна будет излучена тем позже, чем ближе её источник находится к точке B .

Волновая поверхность BT отражённой волны есть плоскость, касательная ко всем этим сферам. На нашем планиметрическом чертеже BT есть отрезок касательной, проведённой из точки B к самой большой окружности с центром в A и радиусом AT .

Теперь заметим, что радиус AT — это расстояние, пройденное вторичной волной с центром в A за то время, пока волновая поверхность AS движется к точке B . Скажем это чуть по-другому: время движения вторичной волны от точки A до точки T равно времени движения падающей волны от точки S до точки B . Но скорости движения падающей и вторичной волн совпадают — ведь дело происходит в одной и той же среде! Поэтому, раз совпадают скорости и времена, то равны и расстояния: $AT = BS$.

Получается, что прямоугольные треугольники ABT и ABS равны по гипотенузе и катету. Стало быть, равны и соответствующие острые углы: $\angle ABT = \angle BAS$. Остаётся заметить, что $\angle ABT = \varphi$ (так как оба они равны $90^\circ - \angle BAT$) и $\angle BAS = \alpha$ (оба они равны $90^\circ - \angle NAS$). Таким образом, $\varphi = \alpha$ — угол отражения равен углу падения, что и требовалось.

Кроме того, из построения на рис. 4 нетрудно видеть, что выполнено и второе утверждение закона преломления: падающий луч P_1A , отражённый луч AQ_1 и нормаль AN к отражающей поверхности лежат в одной плоскости.

Вывод закона преломления

Теперь покажем, как из принципа Гюйгенса следует закон преломления. Будем для определённости считать, что плоская электромагнитная волна распространяется в воздухе и падает на границу KL с некоторой прозрачной средой (рис. 5). Как обычно, угол падения α есть угол между падающим лучом и нормалью к поверхности, угол преломления β — это угол между преломлённым лучом и нормалью.

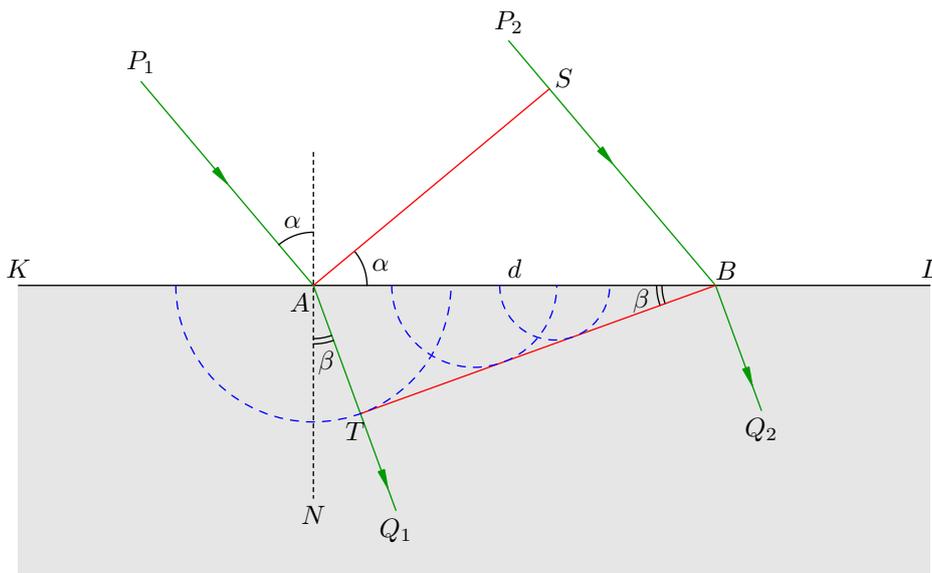


Рис. 5. Преломление волны

Точка A является первой точкой отрезка AB , которой достигает волновая поверхность AS падающей волны; в точке A излучение вторичных волн начинается раньше всего. Пусть t — время, которое с этого момента требуется падающей волне, чтобы достичь точки B , то есть пройти отрезок SB .

Скорость света в воздухе обозначим c , скорость света в среде пусть будет v . Пока падающая волна проходит расстояние $SB = ct$ и достигает точки B , вторичная волна из точки A распространится на расстояние $AT = vt$.

Поскольку $v < c$, то $AT < SB$. Вследствие этого волновая поверхность BT не параллельна волновой поверхности AS — происходит преломление света! В рамках геометрической оптики не давалось никакого объяснения того, почему вообще наблюдается явление преломления. Причина преломления кроется в волновой природе света и становится понятной с точки зрения принципа Гюйгенса: всё дело в том, что скорость вторичных волн в среде меньше скорости света в воздухе, и это приводит к повороту волновой поверхности BT относительно исходного положения AS .

Из прямоугольных треугольников ABS и ABT легко видеть, что $SB = d \sin \alpha$ и $AT = d \sin \beta$ (для краткости обозначено $d = AB$). Имеем, таким образом:

$$d \sin \alpha = ct, \quad d \sin \beta = vt.$$

Поделив эти уравнения друг на друга, получим:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}.$$

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления оказалось равно постоянной величине c/v , не зависящей от угла падения. Эта величина называется *показателем преломления* среды:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Получился хорошо известный нам закон преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Обратите внимание: физический смысл показателя преломления (как отношения скоростей света в вакууме и в среде) прояснился опять-таки благодаря принципу Гюйгенса.

Из рис. 5 очевидно и второе утверждение закона преломления: падающий луч P_1A , преломлённый луч AQ_1 и нормаль AN к границе раздела лежат в одной плоскости.