

Гидростатика

Содержание

1	Всероссийская олимпиада школьников по физике	1
2	Московская олимпиада школьников по физике	15
3	«Физтех» и МФТИ	23
4	«Покори Воробьёвы горы!»	30
5	«Росатом»	32
6	«Курчатов»	36
7	APhO	36

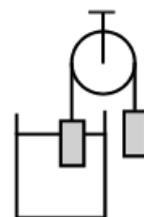
1 Всероссийская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 9*) В мензурку, стоящую внутри стакана на его горизонтальном дне, налито до некоторой высоты масло массой 100 г. В стакан медленно наливают воду. Когда высота воды в стакане сравнивается с высотой масла в мензурке, она отрывается от дна стакана. Плотность масла 800 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 . Вода подтекает под дно мензурки. Толщиной стенок мензурки можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ Н/кг}$.

1. Сколько миллилитров масла налито в мензурку? Ответ округлите до целого числа.
2. Чему равна сила Архимеда, действующая на мензурку с маслом в момент её отрыва от дна стакана? Ответ укажите в ньютонах, округлив до сотых долей.
3. Найдите массу пустой мензурки. Ответ укажите в граммах, округлив до целого числа

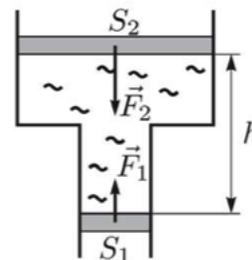
(1) 125; (2) 1,25; (3) 25

ЗАДАЧА 2. (*Всеросс., 2019, ШЭ, 9*) Два однородных груза массами m и $2m$, соединённые переброшенной через неподвижный блок идеальной нитью, висят, как показано на рисунке. Найдите плотность материала, из которого сделан левый груз, если он погружён в воду на две трети своего объёма. Плотность воды равна 1 г/см^3 .



$\rho = 1,33 \text{ г/см}^3$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2014, ШЭ, 9) В сосуде, закреплённом в штативе, между двумя невесомыми поршнями находится вода ($\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$). На поршень 1 площадью $S_1 = 110 \text{ см}^2$ действует сила $F_1 = 1,76 \text{ кН}$, на поршень 2 площадью $S_2 = 220 \text{ см}^2$ действует сила $F_2 = 3,3 \text{ кН}$. Поршни неподвижны, жидкость несжимаема, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Определите расстояние h между поршнями.



$$\boxed{\text{н } \Gamma = \left(\frac{S_2}{S_1} - \frac{F_2}{F_1} \right) \frac{F_1}{g} = \eta}$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2015, ШЭ, 9–11) Ледяной кубик с длиной ребра 10 см плавает в цилиндрическом аквариуме с водой так, что верхняя грань кубика горизонтальна.

- 1) Найдите высоту верхней грани кубика над уровнем воды.
- 2) Поверх воды доливают слой керосина так, что поверхность керосина оказывается на одном уровне с верхней гранью кубика. Какова высота слоя керосина?

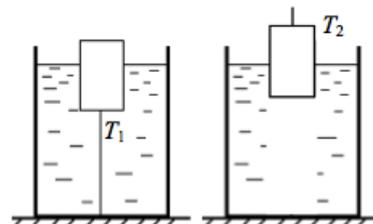
Плотности воды, льда и керосина равны соответственно 1000 кг/м^3 , 900 кг/м^3 и 800 кг/м^3 .

$$\boxed{\text{н } \Gamma = 2,5 \text{ см}}$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2017, ШЭ, 9) Найдите глубину h погружения в воду плавающего в озере пустого внутри понтона (герметично закрытого ящика), ширина, длина и высота которого равны 4 м, 10 м и 2 м соответственно. Понтон сделан из стального листа, имеющего толщину 5 мм. Плотность стали $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$.

$$\boxed{\text{н } \Gamma \approx 13,3 \text{ см}}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2018, ШЭ, 9) Тело, привязанное нитью ко дну сосуда, погружено в жидкость на $2/3$ своего объёма. Сила натяжения нити при этом равна $T_1 = 12 \text{ Н}$. Для того чтобы вынуть это тело из жидкости на $2/3$ объёма, нужно отвязать тело ото дна и приложить к нему сверху направленную вертикально вверх силу $T_2 = 9 \text{ Н}$. Определите отношение плотностей жидкости и тела.



$$\boxed{\text{н } \Gamma = \frac{\rho_L + \rho_T}{\rho_L + 2\rho_T} = \frac{d}{\sigma d}}$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2018, ШЭ, 10) Берёзовая и дубовая доски, одинаковые по длине и ширине, но разные по толщине, склеены между собой наибольшими сторонами и плавают на поверхности воды. Их общая толщина $h = 24 \text{ см}$. Если дубовая доска находится снизу, то она оказывается полностью погружённой в воду, а берёзовая доска целиком находится над водой. Определите, на каком расстоянии Δh от поверхности воды окажется поверхность склеивания досок, если они будут плавать берёзой вниз. Плотность дуба $\rho_1 = 0,8 \text{ г/см}^3$, плотность берёзы $\rho_2 = 0,6 \text{ г/см}^3$, плотность воды $\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$.

$$\boxed{\text{н } \Gamma = \eta \frac{\rho_0 d + \rho_1 d - \rho_2 d}{\rho_1 d + \rho_2 d} = \eta \Delta}$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2014, ШЭ, 11) Тело с герметичной полостью изготовлено из стеклопластика ($\rho = 2,0 \text{ г/см}^3$). Если это тело подвесить на нити в воздухе, сила натяжения нити равна $T_0 = 3,5 \text{ Н}$. Для удержания этого тела в воде (тело полностью погружено в воду и не касается дна сосуда) к нити прикладывают силу $T_1 = 1,5 \text{ Н}$. Определите возможные значения отношения α объёма полости к полному объёму тела.

$$\alpha = \frac{T_0 - T_1}{\rho_0 g V} = \frac{3,5 - 1,5}{2,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot V} = \frac{2,0}{20000 \cdot V} = \frac{1}{10000 \cdot V}$$

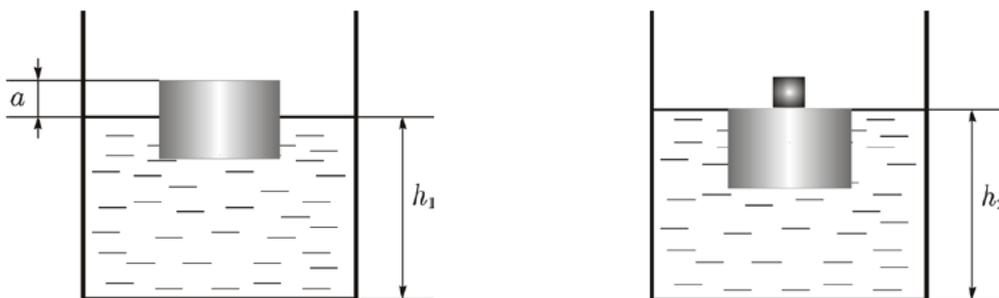
ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2017, ШЭ, 11) В вертикальном цилиндрическом сосуде, частично заполненном тетрахлорметаном, имеющим плотность 1600 кг/м^3 и не смешивающимся с водой, плавает кусок льда массой 1 кг . Как и на сколько изменится высота уровня тетрахлорметана после того, как весь лёд растает? Площадь дна сосуда 200 см^2 .

$$\Delta h = \frac{m_{\text{льда}}}{\rho_{\text{ТЧМ}}} - \frac{m_{\text{льда}}}{\rho_{\text{вода}}} = \frac{1}{1600} - \frac{1}{1000} = -0,000375 \text{ м} = -0,375 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2015, МЭ, 8–10) В воде плавает пустая плоская прямоугольная коробка (без крышки) с площадью поперечного сечения 100 см^2 . После того как в середину коробки положили брусок объёмом 75 см^3 , она погрузилась ещё на 3 см . Определите плотность бруска. Какую плотность должен иметь брусок объёмом 150 см^3 , чтобы коробка с одним таким бруском утонула? Масса коробки 100 г , а её высота 13 см . Плотность воды 1000 кг/м^3 .

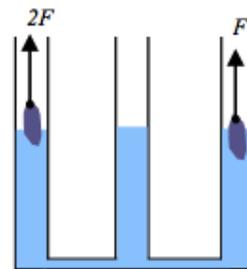
$$\rho_{\text{бруска}} = \frac{m_{\text{коробки}}}{V_{\text{коробки}}} = \frac{0,1}{0,13} \approx 0,77 \text{ г/см}^3$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2016, МЭ, 8–9) Деревянный цилиндр плавает в цилиндрическом сосуде с водой, как показано на рисунке слева, выступая на $a = 60 \text{ мм}$ над уровнем жидкости, который равен $h_1 = 300 \text{ мм}$. На верхнюю поверхность цилиндра ставят алюминиевый кубик так, что цилиндр полностью погружается в воду (верхняя поверхность цилиндра совпадает с уровнем воды, рисунок справа). При этом уровень воды в сосуде становится равным $h_2 = 312 \text{ мм}$. Затем сосуд слегка толкнули, кубик съехал с поверхности цилиндра и утонул. Найдите уровень воды h_3 , который установился после этого в сосуде. Плотность воды $\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$, плотность алюминия $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$.



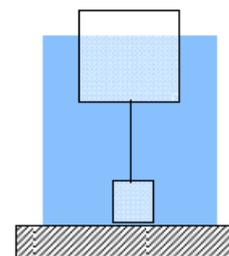
$$h_3 \approx 304,4 \text{ мм}$$

Задача 12. (Всеросс., 2018, МЭ, 9) Три одинаковых цилиндрических сосуда, частично заполненных водой, соединены снизу трубками. Площадь поперечного сечения каждого сосуда $S = 10 \text{ см}^2$. В правый и левый сосуды помещены льдинки, которые удерживают в равновесии за нити, прикладывая к ним вертикально направленные силы $F = 1 \text{ Н}$ и $2F$. Льдинки начинают таять. В течение всего процесса таяния их продолжают удерживать в равновесии. На сколько изменится уровень воды в среднем сосуде после того, как обе льдинки растают? Повысится он или понизится? Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.



$$\Delta h = \frac{S \rho d}{\rho_0} = \frac{10 \text{ см} \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 0.01 \text{ м}}{1000 \text{ кг/м}^3} = 0.1 \text{ м}$$

Задача 13. (Всеросс., 2017, МЭ, 9) Два кубика, связанные **натянутой** нитью, находятся в воде (см. рисунок). Верхний кубик со стороной $a = 10 \text{ см}$ плавает, погрузившись в воду на три четверти своего объёма. Нижний кубик касается дна (вода под него подтекает). Сторона нижнего кубика равна $a/2$, а его плотность в 2 раза больше, чем у верхнего. Определите, при каких значениях плотности материала верхнего кубика возможно такое состояние системы. Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения можно принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.



$$\rho_0 > \rho > \frac{\rho_0}{2}$$

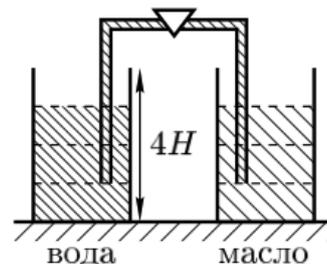
Задача 14. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) Льдинка с вмороженной в неё пулей висит на нити и частично погружена в воду, находящуюся в тонкостенном цилиндрическом стакане, стоящем на столе. Лёд не касается стенок и дна стакана. Площадь дна стакана $S = 100 \text{ см}^2$. Сила натяжения нити равна $F = 1 \text{ Н}$. На сколько изменится уровень воды в стакане после того как льдинка растает? Повысится он или понизится? Пуля имеет массу $m = 10 \text{ г}$ и плотность $\rho = 10000 \text{ кг/м}^3$. Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

$$\Delta h = \frac{S \rho_0 d}{(\rho_0 - \rho) \rho} = \frac{100 \text{ см}^2 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 0.01 \text{ м}}{(1000 \text{ кг/м}^3 - 10000 \text{ кг/м}^3) \cdot 1000 \text{ кг/м}^3} = -0.001 \text{ м}$$

Задача 15. (Всеросс., 2019, МЭ, 10) Пустая пластиковая бутылка от газировки с пробкой имеет массу 30 г и внешний объём 1,5 литра. Пустой кислородный баллон с толстыми стальными стенками имеет массу 57 кг и внешний объём 47 литров. Какое минимальное количество таких закрытых пустых бутылок следует привязать к этому баллону для того, чтобы собранную конструкцию можно было без труда переправить в плаву с одного берега озера на другой? Плотность воды 1 г/см^3 . Массой воздуха в бутылках и в баллоне можно пренебречь.

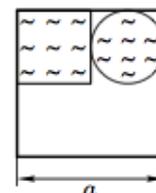
2

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2009, РЭ, 9) Два одинаковых стакана высотой $4H$ заполнены до уровня $3H$ водой и маслом соответственно (рис.). Плотность воды $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, а плотность масла $\rho_m = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубкой с краном. Открытые концы трубки погружены на $2H$ в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся в стаканах, если кран открыть?



$$H \frac{6}{6z} = \tau q \quad H \frac{6}{6z} = \tau q$$

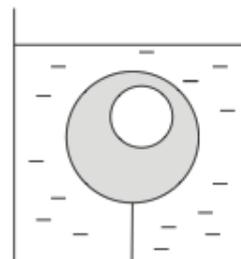
ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2011, РЭ, 9) Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны $a = 80 \text{ см}$ и высотой бортика $h = 20 \text{ см}$ хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельём квадратный тазик с размером стороны $a/2$, высотой бортика h и общей массой $m = 2,4 \text{ кг}$. Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик, полностью заполненный водой. Радиус дна тазика $R = a/4$ и высота его бортика h (см. рисунок). Каким будет уровень H воды в поддоне, если вылить в него всю воду из круглого тазика? После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой.



Примечание. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi R^2$, где $\pi \approx 3,14$.

$$H = \frac{m}{\rho a} + \frac{9h}{4a} = 4,3 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) В цилиндрическом сосуде с площадью дна S с помощью нити удерживают под водой кусок льда, внутри которого имеется воздушная полость (см. рисунок). Объём льда вместе с полостью равен V , плотность льда $\rho_{\text{л}}$. После того как лёд растаял, уровень воды в сосуде уменьшился на h . Найдите:



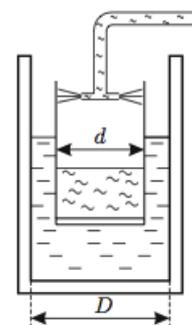
- 1) объём $V_{\text{п}}$ воздушной полости;
- 2) силу T натяжения нити в начале опыта.

Примечание. Плотность воды $\rho_{\text{в}}$ и ускорение свободного падения g считайте известными.

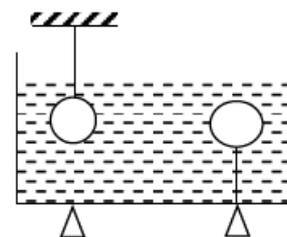
$$qSb^ad = L \left(qS - \Lambda \right) \frac{v^d}{a^d} - \Lambda = \frac{u}{\Lambda}$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2013, РЭ, 9) В цилиндрическом сосуде, внутренний диаметр которого $D = 10 \text{ см}$, плавает в вертикальном положении узкий длинный тонкостенный цилиндрический стакан диаметром $d = 8 \text{ см}$. В стакан через распылитель наливают воду (см. рисунок). Её массовый расход $\mu = 14 \text{ г/с}$. Какова скорость v стакана относительно дна цилиндра? Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

$$v_{\text{м/с}} \uparrow = \left(\frac{zQ}{V} - \frac{zP}{V} \right) \frac{d\mu}{\rho V} = a$$

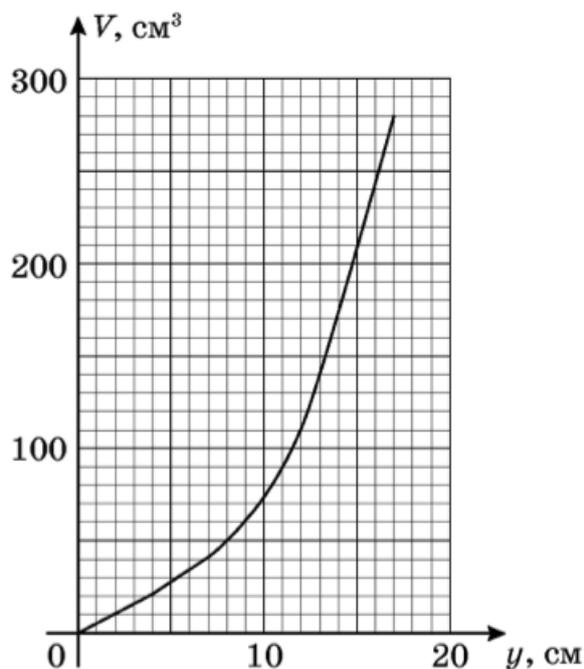
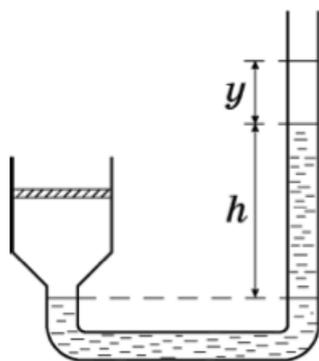


ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2017, РЭ, 9) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объёмом $V = 10 \text{ см}^3$ и плотностью $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$. Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объёма V и плотностью 3ρ (рис.). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1200 \text{ кг/м}^3$. Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



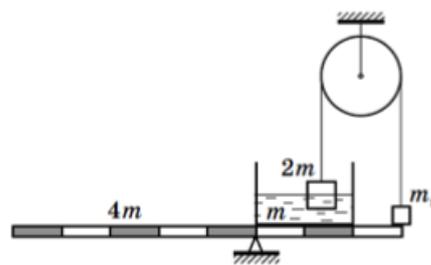
$$N_2 - N_1 = \rho_0 V (3\rho - \rho) = N_2 - N_1$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2018, РЭ, 9) Цилиндрический сосуд с поршнем соединён коническим переходником с трубкой постоянного сечения. Разность уровней воды в правом и левом колене $h = 20 \text{ см}$. В трубку медленно наливают воду, измеряя объём V добавленной воды и подъём уровня y в правом колене. С помощью графика зависимости V от y найдите массу поршня и объём конической части сосуда. Трение между поршнем и цилиндром не учитывайте. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.



$$m_{\text{поршня}} = \rho V_{\text{конической}} + \rho_0 V_{\text{цилиндрической}}$$

ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2018, РЭ, 9) Прямоугольный лёгкий сосуд с жидкостью массой m помещён на однородный рычаг массой $4m$. В жидкость опущено тело массой $2m$ (с плотностью меньшей, чем плотность жидкости), удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы m_x груз необходимо прикрепить к противоположному концу нити и разместить на краю рычага, чтобы система осталась в равновесии? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



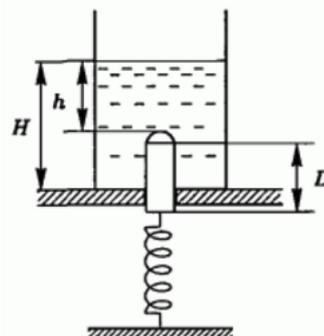
$$m_x > 2m > \frac{m}{2}$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 1998, ОЭ, 10) В бесконечную однородную жидкую среду плотностью ρ_0 поместили шарик массой m_1 и плотностью ρ_1 . Затем на расстоянии $r \gg a$ (a — радиус шарика) поместили такой же по объёму шарик массой m_2 и плотностью ρ_2 . Найдите появившуюся в результате этого силу, действующую на шарик m_1 . Рассмотрите случаи:

- 1) $\rho_1 > \rho_0, \rho_2 > \rho_0$;
- 2) $\rho_1 > \rho_0, \rho_2 < \rho_0$;
- 3) $\rho_1 < \rho_0, \rho_2 < \rho_0$.

$$F = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_0 \left(\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1} - \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2} \right) \frac{1}{r^2}$$

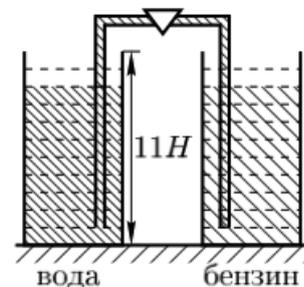
ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 2004, ОЭ, 10) Отверстие в дне сосуда закрыто поршнем, состоящим из цилиндра длиной L и радиусом R и полусферы того же радиуса (рис.). Поршень может перемещаться вертикально без трения. Пружиной жёсткостью k поршень прикреплен к неподвижному основанию. В сосуд наливают жидкость плотностью ρ , после чего верхняя точка поршня оказывается на глубине h под поверхностью воды, а толщина слоя воды в сосуде равна H . На какое расстояние x переместится поршень по сравнению с его положением в пустом сосуде?



Примечание. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

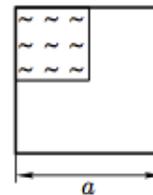
$$x = \left(\frac{\rho}{\rho_0} + \eta \right) \frac{4}{3}\pi R^3$$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) Два стакана высотой $11H$ заполнены до уровня $9H$ водой и бензином соответственно (рис.). Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³, а плотность бензина $\rho_6 = 0,72$ г/см³. Сверху стаканы соединены заполненной водой тонкой трубочкой с краном. Открытые концы трубки погружены на $8H$ в каждую из жидкостей. Какие уровни установятся в стаканах, если кран открыть?



$$H_{\text{вода}} = 10,26H; H_{\text{бензин}} = 7,74H$$

ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2011, РЭ, 10) Для стирки белья в квадратном душевом поддоне с размером стороны $a = 80$ см и высотой бортика $h = 20$ см хозяйка использует находящийся в поддоне частично заполненный водой и бельём квадратный тазик с размером стороны $a/2$, высотой бортика h и общей массой $m = 16$ кг (см. рисунок). Для полоскания белья хозяйка использует находящийся в том же поддоне круглый цилиндрический тазик с радиусом дна R и высотой бортика h . Чему равен максимально возможный радиус R_M круглого тазика, полностью заполненного водой, если при выливании воды из него в поддон квадратный тазик не всплывёт?



После выливания воды круглый тазик убирают из поддона. Сливное отверстие поддона закрыто пробкой. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi R^2$, где $\pi \approx 3,14$.

$$R_M = \sqrt{\frac{m}{\rho \pi}} = \sqrt{\frac{16}{1000 \cdot \pi}} \approx 0,0223 \text{ м} = 2,23 \text{ см}$$

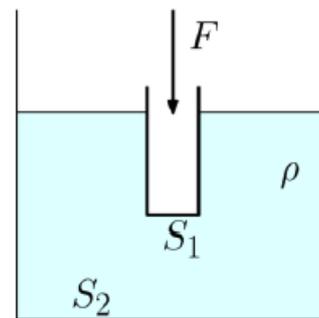
ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 2012, РЭ, 10) В частично заполненный водой цилиндрический сосуд, площадь дна которого равна S , положили кусок льда с воздушной полостью, в которой находился алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на h , а полностью погружённый в воду лёд плавает, не касаясь дна и стенок сосуда.

1. Найдите объём $V_{\text{п}}$ воздушной полости.
2. Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того, как весь лёд растает?
3. На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как лёд растает?

Плотность воды — $\rho_{\text{в}}$, плотность льда — $\rho_{\text{л}}$, плотность алюминия — $\rho_{\text{ш}}$, ускорение свободного падения — g .

$$\left(\frac{\rho_{\text{ш}}}{\rho_{\text{л}}} - 1\right) \frac{g}{\rho_{\text{л}}} = x \text{ и в зависимости от } x: \left(\frac{\rho_{\text{ш}}}{\rho_{\text{л}}} - 1\right) g S = \Delta h$$

ЗАДАЧА 36. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) В цилиндрическом сосуде, площадь дна которого S_2 , плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна S_1 и высотой $h = 24$ см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы F от перемещения x стакана вниз относительно дна сосуда (рис.). Оказалось, что силе $F_1 = 1,0$ Н соответствуют два значения x : $x_{1,1} = 1,5$ см и $x_{1,2} = 7,5$ см, а силе $F_2 = 2,0$ Н значения x : $x_{2,1} = 3,0$ см и $x_{2,2} = 7,0$ см. Полагая, что плотность воды $\rho = 1,0$ г/см³, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², вычислите:

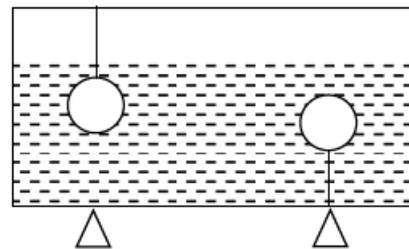


- а) массу стакана;
- б) площадь S_1 дна стакана;
- в) площадь S_2 дна сосуда.

Объёмом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объёмом воды, которой можно наполнить стакан.

$$m = \rho V = \rho S_1 h = 1,0 \cdot S_1 \cdot 0,24 = 0,24 S_1 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 37. (Всеросс., 2017, РЭ, 10) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объёмом $V = 10 \text{ см}^3$ и плотностью $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$. Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объёма V и плотностью 3ρ (рис.). Найдите модуль разности сил реакции опор.



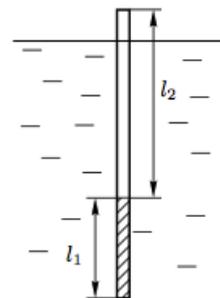
$$\Delta F = \rho g \Delta V = \rho g V$$

ЗАДАЧА 38. (Всеросс., 2012, РЭ, 11) Пустая стеклянная бутылка плавает в цилиндрическом сосуде с водой. Площадь дна сосуда $S = 250 \text{ см}^2$. Из чайника в бутылку медленно наливают воду, и, когда масса воды достигает $m = 300 \text{ г}$, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что, когда весь воздух из бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на $\Delta h = 0,60 \text{ см}$ по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки V .

Плотность воды $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$.

$$\Delta F = \rho g \Delta V = \rho g S \Delta h = \rho g S \Delta h$$

ЗАДАЧА 39. (Всеросс., 2011, РЭ, 11) Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей. Первая из них имеет длину $l_1 = 10 \text{ см}$ и плотность $\rho_1 = 1,5 \text{ г/см}^3$, вторая — плотность $\rho_2 = 0,5 \text{ г/см}^3$ (см. рисунок). При какой длине l_2 второй части стержня он будет плавать в воде (плотность $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$) в вертикальном положении?



$$l_2 = 20 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 40. (Всеросс., 1994, финал, 9) В прямой цилиндрический сосуд, площадь основания которого $S = 100 \text{ см}^2$, наливают 1 л солёной воды плотности $\rho_1 = 1,15 \text{ г/см}^3$ и опускают льдинку из пресной воды. Масса льдинки $m = 1 \text{ кг}$. Определите, как изменится уровень воды в сосуде, если половина льдинки растает. Считайте, что при растворении соли в воде объём жидкости не изменяется.

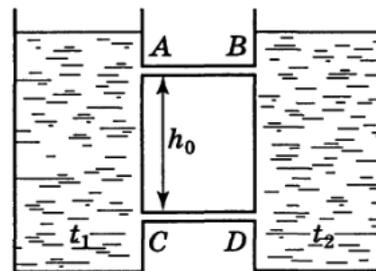
$$\Delta h = \frac{m(\rho_1 - \rho_0)}{\rho_0 S} = \frac{1 \cdot (1,15 - 1)}{1 \cdot 100} = 0,015 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 41. (Всеросс., 1998, финал, 9) Два высоких цилиндра, сообщающихся с атмосферой, соединены одинаковыми тонкими трубками AB и CD и заполнены водой (рис.). Расстояние между трубками равно $h_0 = 1$ м. Температуры воды в цилиндрах поддерживаются постоянными и равными $t_1 = 100^\circ\text{C}$ и $t_2 = 40^\circ\text{C}$. Плотность воды зависит от температуры по закону

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(t - t_0)],$$

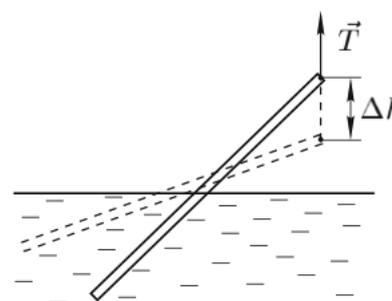
где t_0 — комнатная температура, $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³ — плотность воды при комнатной температуре, коэффициент $\beta = 2,1 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹. В такой системе возникает круговая циркуляция воды по трубкам между цилиндрами. Известно, что масса воды, перетекающей по трубкам в единицу времени, пропорциональна разности давлений на их концах.

Определите разность давлений Δp_{AB} и Δp_{CD} на концах трубок AB и CD .



$$\text{в П } \varepsilon_9'0 = 0q\beta(z_1 - t_1)g^0 d \frac{\xi}{\Gamma} = \alpha \circ d \nabla = \beta \nabla d \nabla$$

ЗАДАЧА 42. (Всеросс., 2009, финал, 9) Подъёмный кран медленно поднимает с помощью троса плавающее в воде бревно (рис.). Трос прикреплен к одному концу бревна, которое можно считать тонким цилиндром с постоянной плотностью. Масса бревна m , длина — L . Отношение плотностей воды и древесины $\gamma = 4/3$. Ускорение свободного падения g .



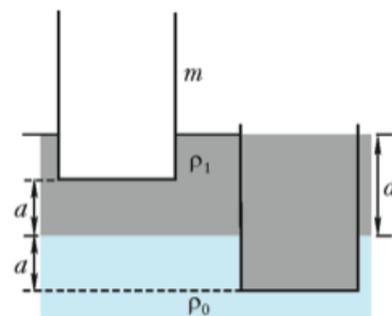
1) Какую минимальную работу нужно совершить крану, чтобы полностью вытащить бревно из воды?

2) Постройте график зависимости силы натяжения T троса от высоты над водой h приподнимаемого конца бревна. Укажите характерные точки графика.

3) Какую работу A_h совершит кран при переводе бревна из одного наклонного положения в другое наклонное положение, в котором верхний конец бревна поднялся на высоту $\Delta h = L/5$?

$$\left. \begin{array}{l} T \leq q \text{ и } \gamma \geq \frac{\xi}{\Gamma} \\ \gamma \geq \frac{\xi}{\Gamma} \geq \frac{\xi}{\Gamma} \\ \frac{\xi}{\Gamma} \geq q \geq 0 \end{array} \right\} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma} \right) \frac{\xi}{\Gamma} = L \left(\gamma - \frac{\xi}{\Gamma} \right) = \text{члш } \nabla \left(1 - \frac{\xi}{\Gamma} \right)$$

ЗАДАЧА 43. (Всеросс., 2010, финал, 9) В сильно загрязнённом водоёме толщина слоя нефти на поверхности воды составляет $d = 1,0$ см. На поверхность водоёма пустили плавать лёгкий цилиндрический стаканчик массой $m = 4,0$ г с площадью дна $S = 25$ см². Стакан был сначала пустым, а его дно было выше середины уровня нефти. Затем в него долили нефти так, чтобы её уровни в стакане и снаружи сравнялись. В обоих случаях дно находилось на одном и том же расстоянии a от уровня воды (рис.). Определите плотность нефти ρ_1 , зная, что плотность воды $\rho_0 = 1,0$ г/см³.



$$\varepsilon^{\text{н}} \circ / \Gamma \text{ } \varepsilon'0 = \left(\frac{\rho S^0 d}{\text{шш}} - 1 \right) \wedge + 1 \left(\frac{\xi}{\Gamma} = \Gamma d \right)$$

ЗАДАЧА 44. (Всеросс., 2011, финал, 9) Цилиндр составлен из двух сочленённых отрезков труб и закреплён так, что его ось симметрии вертикальна. Снизу к цилиндру прижата заслонка, которая полностью закрывает первую трубу. Чтобы удерживать заслонку в прижатом состоянии, к ней снизу нужно прикладывать силу $F \geq F_0$. После того как в цилиндр налили V_0 литров воды, минимальная сила, необходимая для удержания заслонки в прижатом состоянии, возросла в два раза. Когда в цилиндр налили ещё V_0 литров воды, минимальная сила возросла ещё в два раза. Наконец, когда в цилиндр добавили $V_0/3$ литров воды, минимальная сила возросла ещё на F_0 , а цилиндр оказался полностью заполнен.

- 1) Вычислите отношение $S_1 : S_2$ площадей нижней и верхней труб.
- 2) Вычислите отношение $L_1 : L_2$ длин нижней и верхней труб.

9 : 8 (2 : 1 : 8 (1

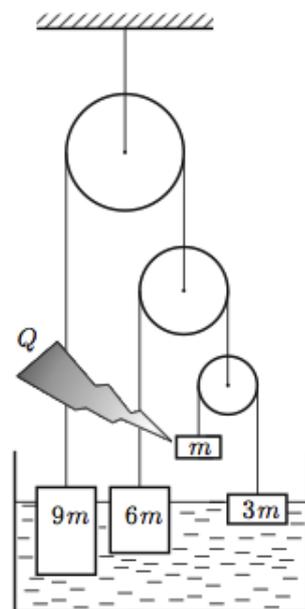
ЗАДАЧА 45. (Всеросс., 2013, финал, 9) Для изучения свойств льда в лаборатории собрали установку из блоков и нитей на штативе, к которым прикрепили четыре льдинки разной массы, поместив их в цилиндрический стакан с водой. Система пришла в равновесие, когда тяжёлые льдинки частично погрузились в воду, а самая лёгкая массой m осталась висеть в воздухе (рис.).

По ходу эксперимента на льдинку, висящую в воздухе, направили луч лазера, и она стала плавиться. Талая вода при этом стекала в стакан.

После сообщения льдинке количества теплоты $Q = 825$ Дж уровень воды в стакане изменился на $\Delta h_1 = 1$ см. После полного плавления висящей льдинки изменение уровня по сравнению с первоначальным составило $\Delta h_2 = 3$ см.

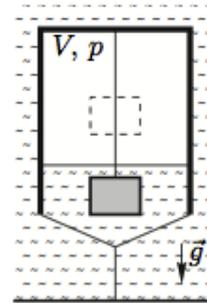
- 1) Увеличивается или уменьшается уровень воды в стакане?
- 2) Определите, чему равна площадь дна стакана.
- 3) В каком диапазоне изменялась сила натяжения нити, удерживающей льдинку массой $6m$?

Считайте, что вплоть до полного плавления висящая льдинка m оставалась на нити, не касаясь воды. Блоки и нити невесомаы. Температура льда и воды в начале и во время эксперимента равнялась комнатной $t_k = 0^\circ\text{C}$. Плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



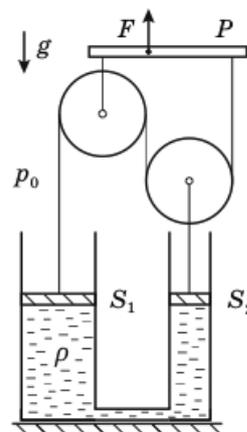
1) Увеличивается; 2) $S = \frac{1}{8} \frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} \rho g = 20 \text{ см}^2$; 3) от $\frac{1}{2} \frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} \rho g$ до $\frac{1}{2} \frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} \rho g + 20 \text{ Н}$

ЗАДАЧА 46. (Всеросс., 2014, финал, 9) Водолазный колокол в форме цилиндра без дна, частично заполненный воздухом, находится под водой. Чтобы колокол не всплывал, его прикрепил тросом к дну водоёма. На верёвке к колоколу привязан груз, находящийся в воде (см. рисунок). Площадь горизонтального сечения колокола $S = 4 \text{ м}^2$, объём воздуха в нём $V = 8 \text{ м}^3$ при давлении $p = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Когда груз в колоколе поднимают над уровнем воды, давление возрастает на $\Delta p = 250 \text{ Па}$, при этом трос остаётся натянутым. Найдите изменение натяжения троса и верёвки. Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Воздух в колоколе подчиняется закону Бойля-Мариотта: $pV = \text{const}$, где p — давление, V — объём воздуха в колоколе.



$$\Delta L_{\text{троса}} = d \Delta S + \rho g \Delta V_{\text{груза}}; \Delta L_{\text{верёвки}} = \Delta L_{\text{троса}} + S \Delta p = 1133 \text{ м}; \Delta p = \frac{d \Delta V + d \Delta V_{\text{груза}}}{V} = 250 \text{ Па}$$

ЗАДАЧА 47. (Всеросс., 2018, финал, 9) В двух сообщающихся сосудах, площади сечения которых S_1 и S_2 , находится жидкость плотностью ρ . Сосуды герметично закрыты поршнями, которые могут перемещаться под действием системы блоков и нерастяжимых нитей, связанных с рычагом P (см. рисунок). Вначале нити не натянуты и не провисают, а поршни соприкасаются с жидкостью. Рычаг медленно смещают вверх на небольшое расстояние h так, что он остаётся горизонтальным, а нити — вертикальными.



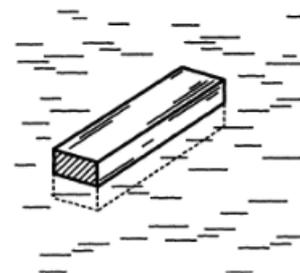
1) В предположении, что $S_1 > S_2$, определите, в каких направлениях и на какие расстояния сместятся поршни. Какую силу F_1 необходимо прикладывать к рычагу, чтобы удерживать его после смещения на расстояние h ?

2) Какая сила F_2 потребуется для перемещения рычага вверх на расстояние h при $S_2 = 2S_1$?

Массами рычага, блоков, нитей и поршней можно пренебречь. Трения нет. Сосуды от подставки не отрываются. Давление паров жидкости гораздо меньше атмосферного давления p_0 . Ускорение свободного падения g .

$$F_1 = \rho g h \left(\frac{S_1^2}{S_2} + S_2 \right) = 1133 \text{ Н}; F_2 = \rho g h \left(\frac{S_1^2}{2S_1} + 2S_1 \right) = 1133 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 48. (Всеросс., 1994, финал, 10) Длинный брусок квадратного сечения свободно плавает в воде, при этом одна из боковых граней находится над поверхностью воды и параллельна ей (рис.). При какой плотности материала бруска это возможно?



$$\left(\frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} \right) \in \left(\frac{1}{2}, 1 \right)$$

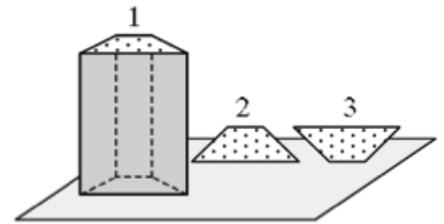
2 Московская олимпиада школьников по физике

Задача 49. (МОШ, 2016, 8–9) Алюминиевый шарик с герметичной внутренней полостью аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный водой. При этом объём вытесненной жидкости был равен 18 мл. Затем этот же шарик аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный керосином. В этом случае объём вытесненной жидкости равнялся 20 мл. Найдите массу шарика, его объём и объём полости.

Плотность алюминия $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$, воды $\rho_1 = 1,0 \text{ г/см}^3$, керосина $\rho_2 = 0,8 \text{ г/см}^3$. Шарик не касался стенок цилиндра, уровень жидкости в цилиндре всегда был в несколько раз больше диаметра шарика.

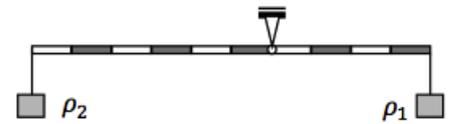
$$18 \text{ г}; 20 \text{ см}^3; \approx 13,3 \text{ см}^3$$

Задача 50. (МОШ, 2019, 9) Имеется три одинаковых полностью заполненных водой сосуда, имеющие форму призмы, которые стоят на разных гранях. Сила давления воды на дно первого сосуда равна 12 Н, а на дно второго 10 Н. С какой силой будет давить вода на дно третьего сосуда? Ответ выразите в Н и округлите до целых.



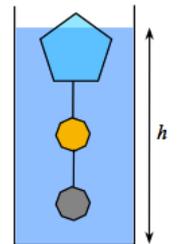
$$11 \text{ Н}$$

Задача 51. (МОШ, 2018, 9) Два тела покоятся на невесомом стержне, как показано на рисунке. После того как тела полностью погрузили в воду, для сохранения равновесия стержня их пришлось поменять местами. Найдите плотности тел ρ_1 и ρ_2 , если $\rho_2/\rho_1 = 2$. Плотность воды равна 1 г/см^3 .



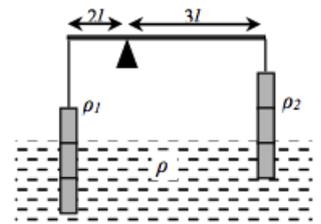
$$1 \text{ г/см}^3; 2 \text{ г/см}^3; \rho_2/\rho_1 = 2$$

Задача 52. (МОШ, 2018, 9) В цилиндрическом сосуде с водой плавает льдинка с привязанными к ней двумя детскими игрушками (см. рисунок). Силы натяжения всех нитей одинаковы и равны T . Определите, в какую сторону и на сколько изменится уровень воды в стакане после того, как лёд растает. Площадь дна сосуда S , плотность воды ρ .



$$\frac{S6d}{J} = \eta \nabla$$

Задача 53. (МОШ, 2017, 9) На лёгком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 2 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый — на две трети, а правый — на треть объёма). Плотность левого цилиндра $\rho_1 = 4,0 \text{ г/см}^3$, а правого — $\rho_2 = 2,5 \text{ г/см}^3$. Определите плотность жидкости ρ .

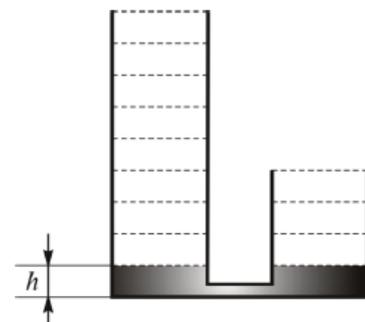


$$\rho_1 \cdot \frac{2}{3} - \rho_2 \cdot \frac{1}{3} = \rho$$

ЗАДАЧА 54. (МОШ, 2017, 9) На крючке динамометра висит ведро с водой. Динамометр показывает 95 Н. В воду полностью погрузили кирпич массой 2,5 кг с размерами $5 \times 10 \times 20$ см, удерживая его на верёвочке. Кирпич стенок и дна ведра не касается. Теперь динамометр показывает 100 Н. Сколько воды вылилось из ведра? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

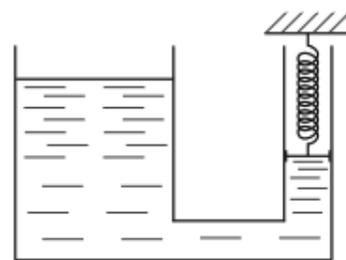
лж 2'0

ЗАДАЧА 55. (МОШ, 2016, 9) Какой максимальный объём масла плотностью $0,8\rho$ можно налить в L -образную трубку с открытыми концами, частично заполненную водой плотностью ρ ? Площадь сечения вертикальных колен трубки S . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры L -образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные метки сделаны на одинаковых расстояниях h друг от друга. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё воду нельзя.



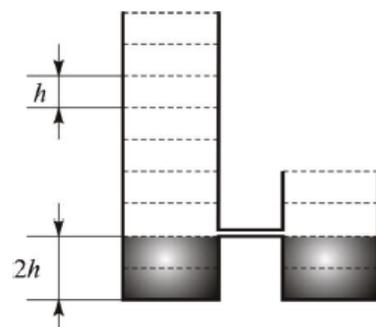
$$V_{\text{max}} = \frac{1}{2} S h^2$$

ЗАДАЧА 56. (МОШ, 2006, 9) В два сообщающихся цилиндра налита вода. Один из цилиндров с площадью поперечного сечения S_1 открыт, а другой закрыт сверху поршнем, к которому прикреплена пружина (см. рис.) Система находится в равновесии. Если точку подвеса пружины сместить вниз на расстояние a , то свободная поверхность воды в первом цилиндре поднимется на расстояние $\alpha_1 a$, а поршень опустится на расстояние $\alpha_2 a$ (α_1 и α_2 — положительные коэффициенты). Чему равна площадь поперечного сечения S_2 закрытого цилиндра? На какое расстояние b_2 сместился бы поршень, если бы в открытый цилиндр долили объём V воды, не смещая точку подвеса пружины? Чему равна жёсткость пружины k ? Ускорение свободного падения равно g , плотность воды равна ρ .



$$\frac{(\alpha_1 - 1) \alpha_2}{(\alpha_1 + 1) \alpha_2} S_1 \delta d = \eta : \frac{S_2 (\alpha_1 + 1) \alpha_2}{\alpha_1 (\alpha_2 - 1) \alpha_2} = \alpha_1 : \frac{\alpha_2}{\alpha_1} S_2 = \alpha_1 S_2$$

ЗАДАЧА 57. (МОШ, 2016, 10) Какой максимальный объём воды плотностью ρ можно налить в h -образную трубку с открытыми концами, частично заполненную маслом плотностью $0,8\rho$? Площадь сечения вертикальных колен трубки S . Объёмом горизонтальной соединительной трубочки можно пренебречь. Размеры h -образной трубки и высота столба воды указаны на рисунке. Пунктирные деления на трубке сделаны через одинаковое расстояние h , которое известно. Затыкать открытые концы, наклонять трубку и выливать из неё жидкости нельзя.



$$V_{\text{max}} = \frac{1}{4} S h^2$$

Задача 58. (МОШ, 2014, 8–9) В сосуде площадью поперечного сечения 2 дм^2 плавает шайба площадью $0,85 \text{ дм}^2$ и высотой 5 см . Шайба выступает из воды на $0,3 \text{ см}$, а расстояние между нижней гранью шайбы и дном сосуда составляет 12 см . Когда в сосуд дополнительно налили масло, верхняя грань шайбы оказалась в точности на уровне масла, а толщина слоя масла составила 4 см . Плотность воды 1000 кг/м^3 .

А) Найдите объём воды в сосуде. Ответ представьте в литрах и округлите до второй значащей цифры.

В) Найдите массу шайбы. Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.

С) Найдите расстояние от нижней грани шайбы до дна сосуда после доливания масла. Ответ представьте в сантиметрах и округлите до третьей значащей цифры.

Д) Найдите объём масла, долитого в сосуд. Ответ представьте в литрах и округлите до второй значащей цифры.

Е) Найдите отношение плотности масла к плотности воды. Ответ округлите до второй значащей цифры.

А) 2,9; В) 400; С) 14,1; Д) 0,46; Е) 0,93

Задача 59. (МОШ, 2014, 8–10) В цилиндрическом стакане, наполненном водой (плотность воды $1,00 \text{ г/см}^3$), плавает кусочек пробки массой 18 г (плотность пробки $0,24 \text{ г/см}^3$). Площадь поперечного сечения стакана 40 см^2 .

А) Найдите объём пробки. Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до целых.

В) Найдите объём подводной части пробки. Ответ представьте в кубических сантиметрах и округлите до целых.

С) Груз какой максимальной массы можно положить на пробку, чтобы пробка ещё могла оставаться на плаву? Ответ выразите в граммах и округлите до целых.

Д) На пробку сверху положили гайку массой 20 г . Пробка осталась на плаву, причем гайка не коснулась воды. На сколько миллиметров поднялся уровень воды в стакане? Ответ округлите до десятых.

А) 75; В) 18; С) 57; Д) 5

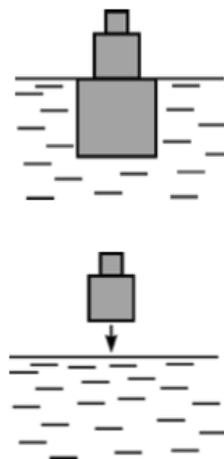
Задача 60. (МОШ, 2019, 9) Внутри плавающего стакана лежит гвоздь. Объём погруженной части стакана в воду равен $V_1 = 388 \text{ мл}$. Когда гвоздь вынули из стакана и опустили в воду, предварительно привязав его ниткой к дну стакана, то он повис, не касаясь дна. Объём погруженной части стакана в воду равен $V_2 = 372 \text{ мл}$. Затем нить перерезали. Объём погруженной части стакана в воду уменьшился до $V_3 = 220 \text{ мл}$. Во сколько раз плотность гвоздя больше плотности воды?

$\frac{\rho_{\text{гвоздь}}}{\rho_{\text{вода}}} = 10,5$

Задача 61. (МОШ, 2012, 9) Когда на льдину поставили груз массой $M = 90 \text{ кг}$, объём её надводной части уменьшился на 30% . Потом на льдину вышел школьник Антон, и объём надводной части уменьшился ещё на 30% . Найдите массу Антона и массу льдины. Отношение плотностей льда и воды $\rho_{\text{л}} : \rho_{\text{в}} = 0,9$.

м Антона = 0,7M = 63 кг, м льдины = 30M = 2700 кг

Задача 62. (МОШ, 2013, 9) У школьника Вовы есть три кубика разных размеров. Длина ребра первого кубика равна $l = 10$ см, второго — $2l = 20$ см, а третьего — $3l = 30$ см. Вова поставил кубики один на другой так, как показано на рисунке сверху, погрузил в воду и отпустил. При установившемся равновесии самый большой кубик полностью погрузился в воду, а два других находились над водой. Кубики однородны и сделаны из одного и того же материала.



(а) Определите плотность этого материала, если известно, что плотность воды равна $\rho_0 = 1000$ кг/м³.

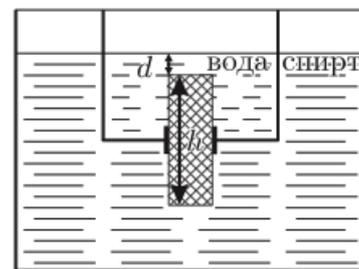
(б) Вова хочет погрузить в воду два кубика (маленький и средний), рисунок снизу. Определите, где будет находиться граница раздела кубиков: над водой, под водой или точно на уровне воды. Если над водой или под водой, то вычислите, на каком расстоянии от поверхности воды окажется граница раздела кубиков.

$$\rho_0 \frac{1}{\rho} \approx l \frac{\rho_0}{\rho} \text{ и инволюция в н догов чен (g) : \rho_0/\text{м}^3 \text{ } 0 \leq l = 0 \text{ } d \frac{\rho}{\rho_0} = d \text{ (в)}$$

Задача 63. (МОШ, 2015, 9) На горизонтальном глинистом дне водоёма стоит кубик с длиной ребра a и плотностью ρ . Высота уровня воды над верхней гранью кубика равна H . В начальный момент времени воды под кубиком нет. Вода начинает очень медленно подтекать под кубик. Чему будет равна площадь S части нижней грани, которая останется сухой к моменту, когда кубик начнет всплывать? Плотность воды равна ρ_0 , кубик легче воды.

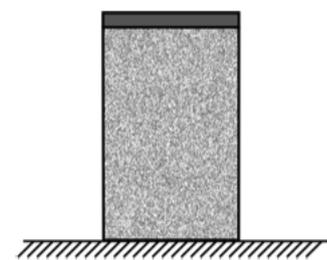
$$\frac{(H+d) \rho d}{\rho_0 (d - \rho d)} = S$$

Задача 64. (МОШ, 2009, 9) Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра $h = 21$ см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом — спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м³, плотность спирта $\rho_с = 790$ кг/м³, плотность цилиндра $\rho = 600$ кг/м³.



$$\rho_0 \frac{61}{\rho} = \rho \frac{\rho d - \rho d}{\rho - \rho d} = \rho$$

Задача 65. (МОШ, 2011, 9) В цилиндрическом сосуде высотой $h = 20$ см находится смесь воды и мелких кусочков льда (см. рисунок). На поверхности плавает круглая стальная крышка толщиной $d = 2$ мм, нижний край которой находится точно на поверхности воды. Найдите среднюю плотность смеси воды и льда. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м³, плотность стали $\rho_с = 7800$ кг/м³. Трением льда о стенки сосуда пренебречь.



$$\rho_с \frac{1}{\rho} \approx \frac{\rho_с d}{\rho} - \rho d = d$$

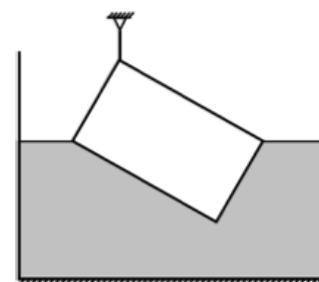
Задача 66. (МОШ, 2019, 8–9) В цилиндрическую кастрюлю, радиус основания которой равен $R = 10$ см, налита вода и опущен кусок льда массой $m = 400$ г. В этот кусок заморожена нитка, привязанная к воздушному шарик объёмом $V = 8$ л, заполненному гелием. При этом уровень воды в кастрюле равен $h = 30$ см. Кусок льда постепенно тает. В некоторый момент кусок льда уменьшается настолько, что воздушный шарик поднимает его над поверхностью воды. После этого шарик и лёд улетают. Чему в результате станет равен уровень воды в кастрюле? Плотность воды равна $\rho_1 = 1000$ кг/м³, льда — $\rho_2 = 900$ кг/м³, воздуха — $\rho_3 = 1,25$ кг/м³, гелия — $\rho_4 = 0,18$ кг/м³, массой оболочки шарика можно пренебречь. Считайте, что масса капель воды, образовавшихся при таянии льда и упавших в кастрюлю после отрыва льда от поверхности воды, пренебрежимо мала. Некоторые числовые данные не являются необходимыми для решения, но их можно использовать, если так вам будет проще.

Уровень воды в сосуде будет таким же, как в начальном момент времени

Задача 67. (МОШ, 2015, 8–10) Экспериментатор проводит опыты с однородной деревянной линейкой длиной 40 см и грузиком. Оказалось, что если уравнивать линейку с грузиком на краю стола, то линейка начинает падать, когда длина её выступающей части превосходит 10 см (грузик при этом подвешивают на нитку за конец линейки). Если же при этом опустить грузик в стакан с водой, плотность которой равна 1000 кг/м³, эта длина становится равной 15 см (грузик при этом оказывается полностью погружён в воду). Определите отношение массы груза к массе линейки и плотность груза.

1 и 1500 кг/м³

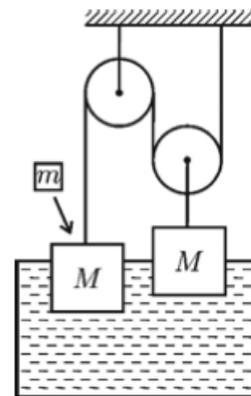
Задача 68. (МОШ, 2015, 9) Длинный однородный брусок с поперечным сечением в виде прямоугольника со сторонами $a \neq b$ подвешен на двух вертикальных нитях, прикрепленных к одному из рёбер, над сосудом, в который наливают воду. Когда в сосуд налили некоторое количество воды, два ребра бруска оказались точно на поверхности воды (вид сбоку со стороны вышеупомянутого поперечного сечения показан на рисунке). Найдите плотность материала, из которого сделан брусок. Плотность воды равна $\rho = 1$ г/см³.



Примечание: центр масс однородного треугольника расположен на пересечении его медиан.

$d \approx \frac{2}{3} \rho = \frac{2}{3}$

Задача 69. (МОШ, 2017, 9) В находящуюся в широком сосуде жидкость частично погружены одинаковые кубики со стороной a и массой M , которые удерживаются в равновесии при помощи системы, состоящей из невесомых блоков, соединённых очень лёгкой и нерастяжимой нитью (см. рис.). Трение в осях блоков отсутствует, плотность жидкости равна плотности кубиков. Изначально правый кубик погружён в жидкость ровно наполовину.



1) На какую величину изменится глубина погружения правого кубика, если на левый кубик поместить небольшой перегрузок массой $m = M/16$?

2) На сколько в результате этого изменятся модуль силы натяжения нити и модуль силы давления жидкости на дно?

3) При каких значениях массы перегрузка оба кубика останутся частично погружёнными в жидкость?

Явлениями, связанными со смачиванием поверхностей кубиков жидкостями, можно пренебречь.

$$M \frac{91}{8} > m \left(\varepsilon : \frac{0V}{bM} = \mathcal{L} \nabla : \frac{08}{bM} = \mathcal{L} \nabla (z : \frac{0V}{b} = \eta \nabla (1$$

Задача 70. (МОШ, 2014, 9) В сосуде с водой плавает куб массой $m = 2048$ г, он прикреплен ко дну пружиной, другой конец которой прицеплен к центру нижней грани куба. Вначале пружина находится в недеформированном состоянии, а ровно половина куба выступает над водой, причём четыре его ребра вертикальны. Прошел дождь, и уровень воды в сосуде вырос на $h = 20,48$ см, а вода оказалась как раз на уровне верхней поверхности куба. Определите удлинение Δl пружины и силу упругости $F_{\text{упр}}$, с которой пружина воздействует на куб. Считайте, что плотность воды $\rho = 1$ г/см³, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

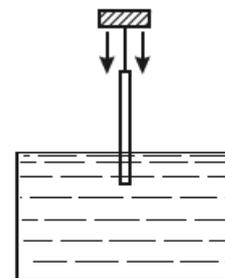
$$\Delta l = 12,48 \text{ см}, F_{\text{упр}} = 20,48 \text{ Н}$$

Задача 71. (МОШ, 2011, 9) После завершения строительства пирамиды Хеопса все её ребра, согласно легенде, имели одинаковую длину $A \approx 230$ м. В основании пирамиды — квадрат со стороной A . По преданиям, во время «Великого потопа» уровень воды совпал с вершиной пирамиды. С какой силой давила вода на северную боковую грань пирамиды? Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Замечание. Объём пирамиды вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3}Sh$, где S — площадь основания пирамиды, h — высота пирамиды (длина перпендикуляра, опущенного из вершины пирамиды на её основание).

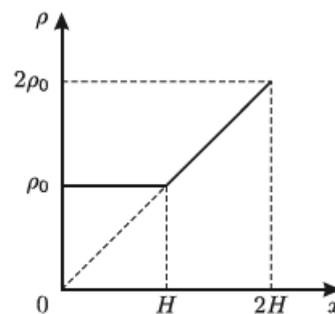
$$F \approx 10^8 \cdot 2,5 \approx \frac{9 \wedge 2}{\varepsilon \wedge 3} = \mathcal{L}$$

Задача 72. (МОШ, 2008, 9) Тонкий карандаш, подвешенный на нитке за один из концов, начинают погружать в воду, медленно опуская точку подвеса (см. рисунок). Определите максимальную глубину h погружения нижнего конца карандаша, если длина карандаша $l = 18$ см, а его средняя плотность в $n = 2$ раза меньше плотности воды.



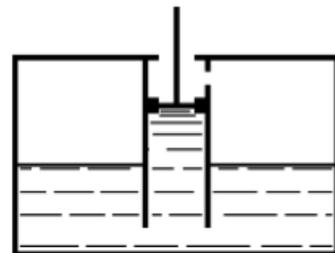
$$m \varepsilon : \varepsilon \approx \left(\frac{u}{1} - 1 \wedge - 1 \right) l = \eta$$

Задача 73. (МОШ, 2009, 9) В широком сосуде глубиной $2H$ находится жидкость, плотность ρ которой зависит от глубины x так, как показано на рисунке (величина ρ_0 известна). В сосуд аккуратно опускают плоскую шайбу высотой $h < H$ и плотностью ρ_1 . Найти, на какую глубину будет погружено нижнее основание шайбы после установления её равновесия. Считать, что основания шайбы все время остаются горизонтальными, а слои жидкости при погружении шайбы не перемешиваются.



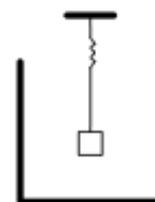
См. конец листа

Задача 74. (МОШ, 2007, 9) «Чёрный ящик» представляет собой систему, изображённую на рисунке. Внутри него находятся вода и погружённый в неё узкий вертикальный цилиндр с поршнем. К поршню прикреплен выходящий наружу вертикальный шток. Потянув за шток и подвигав его вверх-вниз, школьник решил, что в «чёрном ящике» находится прикрепленная к штоку пружина, и измерил её коэффициент жёсткости. Он оказался равным $k = 100$ Н/м. Чему равна площадь S поршня? Трением и массой поршня можно пренебречь. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



$$S = \frac{6d}{g} = 10^{-4} \text{ м}^2$$

Задача 75. (МОШ, 2015, 10–11) Школьница Алиса проводит опыты с пружиной. Она подвесила пружину с грузом над сосудом в форме прямоугольного параллелепипеда, как показано на рисунке, и стала наливать в сосуд воду. Груз имеет форму куба длиной ребра 10 см, его плотность равна плотности воды. В начале опыта расстояние от нижней грани груза до дна сосуда составляет 30 см. Площадь основания сосуда составляет 1000 см². Нижняя грань куба во время опыта сохраняла горизонтальное положение. Жёсткость пружины 100 Н/м, её длина в нерастянутом состоянии составляет 10 см. Ускорение свободного падения 10 м/с². Постройте график зависимости длины пружины l от объёма воды V , налитой в сосуд. При каких значениях объёма V груз находился в воздухе? был частично погружен в воду? был полностью погружён в воду?



См. конец листа

Задача 76. (МОШ, 2011, 10) В интернете сейчас можно легко найти видеозаписи различных физических опытов, в частности, такого.

Группа студентов напускает в большое корыто до краёв какой-то тяжелый газ из баллона, а потом кладёт на поверхность этого газа в корыте модель корабля, согнутую из алюминиевой фольги, и этот «корабль» плавает, как настоящий «летучий голландец»! Потом студенты зачерпывают ковшиком газ из корыта, переливают его внутрь «корабля», и он тонет.

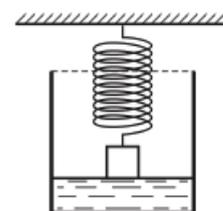
Найдите, какой минимальной молярной массой μ должен обладать этот тяжёлый газ, чтобы в нём мог плавать «корабль» в форме прямоугольного параллелепипеда (с открытым верхом), согнутый из бытовой алюминиевой фольги толщиной $h = 25$ мкм. Размеры «корабля»: длина $a = 50$ см, ширина $b = 20$ см, высота бортов $c = 10$ см. Считать, что лишние куски, образовавшиеся при сгибании параллелепипеда из листа фольги, удалены. Плотность алюминия $\rho_{Al} = 2,7$ г/см³, плотность воздуха при данных условиях равна $\rho_{в} = 1,3$ кг/м³, средняя молярная масса воздуха $\mu_{в} = 29$ г/моль.

$$\rho_{\text{газ}} \geq \rho_{\text{возд}} \left(\frac{\rho_{\text{ал}} a b c}{\rho_{\text{газ}} (a b c + c^2 b)} + 1 \right) \mu \leq \mu_{\text{в}}$$

Задача 77. (МОШ, 2017, 10) Деревянный брусок плотностью $\rho = 500$ кг/м³ в форме прямоугольного параллелепипеда имеет длину $L = 1$ м и квадратное поперечное сечение со стороной $a = 10$ см. Брусок опустили в воду большого озера и удерживали его в таком неустойчивом положении равновесия, что одна из длинных граней бруска была сухой и горизонтальной, при этом половина объёма бруска была погружена в воду. Брусок отпустили, и он принял устойчивое положение, повернувшись вокруг своей оси симметрии на угол 45°. На сколько в результате этого уменьшилась потенциальная энергия системы «вода + брусок»? Плотность воды равна 2ρ .

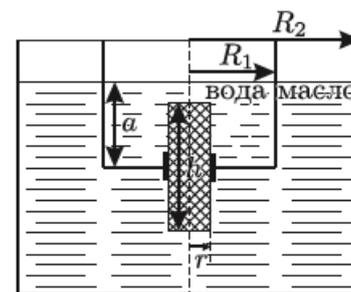
$$\Delta E_{\text{пот}} \approx \left(\frac{\rho}{2\rho} - 1 \right) \rho g L \frac{a^2}{2} = \Delta E$$

Задача 78. (МОШ, 2008, 10) Железный кубик со стороной a подвешен на пружине жёсткостью k . В начальный момент кубик касается нижней горизонтальной гранью поверхности воды в сосуде. В сосуд начинают медленно доливать воду так, что её уровень поднимается со скоростью V_1 . С какой скоростью V_2 относительно сосуда будет при этом двигаться кубик? Плотность воды равна ρ , ускорение свободного падения равно g .



$$0 = \rho g a^3 \left(\frac{V_1}{V_2} + 1 \right) \frac{V_2}{g} \text{ или } \frac{V_1 + V_2}{V_2} = 1 \Rightarrow V_2 = -V_1$$

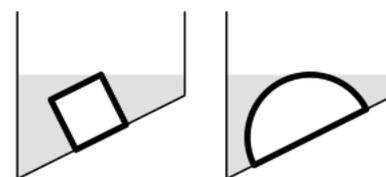
Задача 79. (МОШ, 2009, 11) Один цилиндрический сосуд радиусом R_1 удерживают внутри другого, радиусом R_2 , так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен деревянный цилиндр радиусом r и высотой $h = 21$ см; он может перемещаться относительно втулки без трения только по вертикали. В малый сосуд налита вода до уровня $a = 30$ см, а в большой — масло, и при этом цилиндр покоится. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м³, плотность масла $\rho_м = 790$ кг/м³, плотность цилиндра $\rho = 600$ кг/м³. Какая часть объёма цилиндра находится в воде, а какая — в масле?



При каком соотношении между $\rho_в$, $\rho_м$, r , R_1 и R_2 равновесие цилиндра будет устойчивым, то есть при его смещении вверх или вниз будут возникать силы, стремящиеся вернуть его обратно, к положению равновесия?

$$\frac{1}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} a d < \frac{1}{2} \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} h d : (\text{устойч. в}) \frac{1}{11} = \frac{R_1^2 - R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} - \frac{a}{h} = x$$

Задача 80. (МОШ, 2015, 11) Школьница Ирина проводит опыты с сосудами с наклонным дном. На дне первого сосуда — кубик, на дне второго сосуда — полусфера. Уровень воды в каждом сосуде точно совпадает с положением высшей точки кубика или полусферы. Оказалось, что сила давления, действующая со стороны воды как на кубик, так и на полусферу (без учёта атмосферного давления), направлена горизонтально. Под каким углом к горизонту наклонено дно первого сосуда? Второго сосуда? Вода под кубик и полусферу не подтекает.



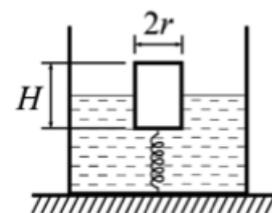
$$\frac{3}{2} \arctg \frac{1}{2} ; \arccos \frac{3}{2}$$

Задача 81. (МОШ, 2016, 11) Посередине длинной доски массой $M = 4$ кг сидит ворона. Доска при этом на три четверти погружена в воду. После того как ворона пересела на один из её концов, верхний край доски с этого конца опустился как раз до уровня воды (нижний край доски по-прежнему полностью погружен в воду). Найдите массу вороны. Чему равна сила Архимеда, действующая на доску, после того как ворона пересела на один из её концов? Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8$ м/с².

$$m = M/8 = 0,5 \text{ кг}; F_A = 2,7 M g \approx 11,4 \text{ Н}$$

3 «Физтех» и МФТИ

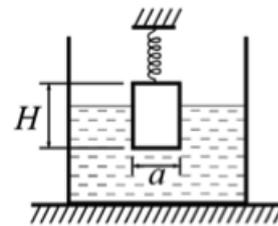
Задача 82. («Физтех», 2018, 9) Круглый цилиндр высоты H и радиусом r прикреплен лёгкой пружиной жёсткостью k ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рис.). Стенки сосуда вертикальны. Первоначально цилиндр погружён в воду на половину своего объёма, а пружина не деформирована. Воду доливают в сосуд так, что уровень воды совпадает с верхней поверхностью цилиндра. Плотность воды ρ .



- 1) Найти массу цилиндра.
- 2) Найти изменение высоты уровня воды в сосуде после долива воды.

$$\left(\frac{3}{8} \frac{H}{r} + 1 \right) \frac{H}{r} = x \quad (2) : H \frac{H}{r} = m \quad (1)$$

ЗАДАЧА 83. («Физтех», 2018, 9) Брусок, представляющий собой прямоугольный параллелепипед высотой H с квадратным поперечным сечением (сторона квадрата равна a), висит на пружине и опущен в цилиндрический сосуд с водой (см. рис.). Стенки сосуда вертикальны. Первоначально брусок погружён в воду на $3/4$ своего объёма, а пружина не деформирована. Воду доливают в сосуд так, что уровень воды совпадает с верхней гранью бруска. Жёсткость пружины k , плотность воды ρ .



- 1) Найти массу бруска.
- 2) Найти изменение высоты уровня воды в сосуде после долива воды.

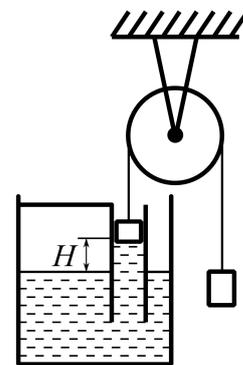
$$\left(\frac{3}{4} + 1\right) \frac{H}{H} = x \quad (2) \quad \rho = 1000 \text{ кг/м}^3 = \rho_w \quad (1)$$

ЗАДАЧА 84. («Физтех», 2019, 9) Цилиндрический сосуд с водой стоит на весах. Показание весов $P_1 = 10 \text{ Н}$. В воду опустили льдинку с замороженным в нее металлическим шариком. Уровень воды в сосуде повысился на $h = 4 \text{ см}$, а льдинка стала плавать, полностью погрузившись в воду, не касаясь дна и стенок. Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_1 = 0,9\rho$, плотность металла $\rho_2 = 2,7\rho$, площадь поперечного сечения дна сосуда $S = 100 \text{ см}^2$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. Найдите показание P_2 весов после погружения в сосуд льдинки.
2. Найдите массу m_1 льда.
3. Изменится ли показание весов после таяния льда? Ответ обоснуйте.

$$P_2 = P_1 + \rho g h S = 14 \text{ Н}; \quad (2) \quad m_1 = 0,34 \text{ кг}; \quad (3) \quad \text{не изменится}$$

ЗАДАЧА 85. («Физтех», 2021, 9) В сосуде с водой удерживается в вертикальном положении труба, прикрепленная к сосуду (см. рис.). Поршень площадью 8 см^2 и массой 50 г , лежащий на воде, связан с грузом лёгкой нитью, перекинутой через блок. В результате вода поднялась на высоту $H = 10 \text{ см}$ по сравнению с уровнем воды в сосуде, и система оказалась в равновесии.



1. Найти давление в воде непосредственно под поршнем.
2. Найти массу груза.
3. На каком расстоянии от поверхности воды в сосуде окажется нижний край поршня, если на поршень поставить гирию массой 120 г ?

Атмосферное давление $P_0 = 100 \text{ кПа}$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трением в оси блока и поршня о стенки трубы пренебречь.

$$P_A = 99 \text{ кПа}; \quad (2) \quad m_2 = 130 \text{ г}; \quad (3) \quad \text{на } H_1 = 5 \text{ см ниже уровня в сосуде}$$

ЗАДАЧА 86. («Физтех», 2021, 9) В сосуде с водой плавает кусок льда массой $M = 0,45$ кг. Система находится в тепловом равновесии. Плотность воды $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность льда $\rho = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

1. Найдите объём V надводной части льда.

В сосуд наливают воду при температуре $t_1 = 30^\circ\text{C}$. После установления теплового равновесия объём надводной части льда уменьшился на $V_1 = 25$ см³.

2. Найдите массу m добавленной воды.

Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,36 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоёмкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C). Потери теплоты считайте пренебрежимо малыми.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d-0d}{0d} \frac{(0_1-1_1)^2}{V_{\Lambda X}} \right) = u \left(\tau \cdot \varepsilon^{\text{м}0} 0\Omega = \frac{0d}{d-0d} W = \Lambda \right) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 87. («Физтех», 2018, 10) Пустую стеклянную бутылку опускают в цилиндрический сосуд с водой с вертикальными стенками. Бутылка стала плавать, а уровень воды в сосуде поднялся на $H_1 = 3$ см. Затем в бутылку медленно наливают воду. Когда масса налитой воды достигает некоторой величины, бутылка начинает тонуть. Уровень воды в сосуде за время наливания поднялся ещё на $H_2 = 1$ см. Плотность стекла $\rho_0 = 3$ г/см³, плотность воды $\rho = 1$ г/см³. Площадь внутреннего сечения сосуда $S = 250$ см².

- 1) Найти массу пустой бутылки.
- 2) Найти массу воды, налитой в бутылку.
- 3) Найти вместимость пустой бутылки.

$$\varepsilon^{\text{м}0} 0\Omega = \left(\tau_H + \tau_H \frac{0d}{d-0d} \right) S = \Lambda \left(\varepsilon^{\text{м}0} \tau = S \tau_H d = u \left(\tau \cdot \varepsilon^{\text{м}0} \tau = S \tau_H d = 0u \right) \right) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 88. («Физтех», 2018, 10) Пустую стеклянную колбу массой $m_0 = 500$ г опускают в цилиндрический сосуд с водой. Стенки сосуда вертикальны. Колба стала плавать, а уровень воды в сосуде поднялся на некоторую высоту H_1 . Затем в колбу медленно наливают воду. Когда масса налитой воды достигает $m = 500$ г, колба начинает тонуть. Уровень воды в сосуде за время наливания поднялся ещё на H_2 . Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, плотность стекла $\rho_0 = 2,5$ г/см³. Площадь внутреннего сечения сосуда $S = 250$ см².

- 1) Найти H_1 .
- 2) Найти H_2 .
- 3) Найти вместимость пустой колбы.

$$\varepsilon^{\text{м}0} 008 = \frac{0d}{0m} - \frac{d}{u+0m} = \Lambda \left(\varepsilon^{\text{м}0} \tau = \frac{Sd}{m} = \tau_H \left(\varepsilon^{\text{м}0} \tau = \frac{Sd}{0m} = \tau_H \right) \right) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 89. (МФТИ, 1994) U-образная вертикально расположенная трубка частично заполнена жидкостью, так что расстояния от открытых концов трубки до уровня жидкости в коленах трубки равны h . Какой максимальный по толщине слой более лёгкой жидкости можно налить в одно из колен трубки, чтобы жидкость из трубки не выливалась? Отношение величин плотностей жидкостей равно k ($k > 1$). Жидкости не смешиваются.

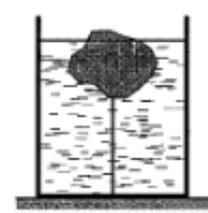
$$\eta \frac{1-\eta\tau}{\eta\tau} = H$$

ЗАДАЧА 96. («Физтех», 2009) Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погрузившись на $2/3$ своего объёма. Найти отношение объёма воздуха в бутылке к объёму стекла. Плотность стекла в 2,5 раза больше плотности воды.

$$\frac{V}{V_1} = 1 - \frac{\rho_{\text{ст}}}{\rho_{\text{в}}} = x$$

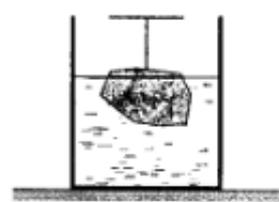
ЗАДАЧА 97. (МФТИ, 2005) Кусок льда привязан нитью ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рисунок). Над поверхностью воды находится некоторый объём льда. Нить натянута с силой $T = 1$ Н. На сколько и как изменится уровень воды в сосуде, если лёд растает? Площадь дна сосуда $S = 400$ см², плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

$$\Delta h = \frac{S \Delta \rho d}{\rho L} = \Delta h$$



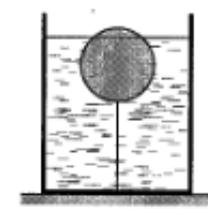
ЗАДАЧА 98. (МФТИ, 2005) На нити, привязанной к стойке, висит кусок льда, частично погружённый в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см. рисунок). Найти силу натяжения нити, если после того, как лёд растаял, уровень воды в сосуде изменился на $\Delta h = 3$ см. Площадь дна сосуда $S = 60$ см², плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

$$T = \rho S \Delta h$$



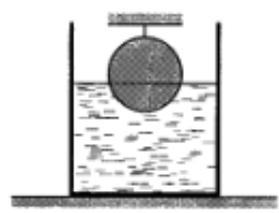
ЗАДАЧА 99. (МФТИ, 2005) Деревянный шарик привязан ко дну цилиндрического сосуда с водой (см. рисунок). Над поверхностью воды находится часть шарика, а нить натянута с некоторой силой. Если нить перерезать, то шарик всплывёт, и уровень воды в сосуде изменится на $\Delta h = 4$ см. С какой силой была натянута нить? Площадь дна сосуда $S = 100$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

$$T = \rho S \Delta h$$



ЗАДАЧА 100. (МФТИ, 2005) На нити, привязанной к стойке, висит деревянный шарик, частично погружённый в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см. рисунок). Нить натянута с силой $T = 3$ Н. Если нить перерезать, то шарик станет плавать в сосуде. На сколько и как при этом изменится уровень воды в сосуде? Площадь дна сосуда $S = 300$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

$$\Delta h = \frac{T}{\rho S}$$



ЗАДАЧА 101. (МФТИ, 2004) В цилиндрическое ведро с водой опустили обрезок доски, так что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на $\Delta h = 1$ см. Затем на доску сверху положили пластину из льда. В результате доска погрузилась в воду полностью, а пластина из льда — на $\alpha = 7/10$ своего объёма. На сколько изменится объём воды в ведре, когда лёд полностью растает? Плотность воды — $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³, льда — $\rho_{\text{л}} = 0,9$ г/см³, дерева — $\rho = 0,6$ г/см³. Площадь внутреннего сечения ведра $S = 300$ см².

$$\Delta V = S \Delta h \left(\frac{\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} \right) = \Delta V$$

Задача 102. (МФТИ, 2004) Обрезок доски из дерева опустили в цилиндрическое ведро с водой так, что он стал плавать, а уровень воды в ведре изменился на $\Delta h = 0,5$ см. Затем на доску положили алюминиевую пластинку объёмом $V = 30$ см³. Доска вместе с пластинкой осталась на плаву. При этом доска погрузилась в воду полностью, а пластинка — на $\alpha = 7/10$ своего объёма. Найти плотность дерева. Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см³, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³, площадь внутреннего сечения ведра $S = 280$ см².

$$\rho_{\text{д}} = \frac{\rho_{\text{ал}} V_{\text{ал}}}{V_{\text{д}}} = \frac{\rho_{\text{ал}} \alpha V}{V_{\text{д}}} = \rho_{\text{в}} \left(\frac{\alpha V}{V_{\text{д}}} + \Delta h S \right)$$

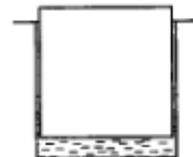
Задача 103. (МФТИ, 1996) В цилиндрическом сосуде с водой (стенки сосуда вертикальны) плавает деревянная дощечка. Если на неё сверху положить стеклянную пластинку, то дощечка с пластинкой останутся на плаву и уровень воды в сосуде увеличится на Δh . На сколько изменится уровень воды в сосуде с плавающей дощечкой, если ту же стеклянную пластинку бросить на дно сосуда? Плотность стекла $\rho_{\text{с}}$, плотность воды $\rho_{\text{в}}$.

$$\Delta h = \frac{\rho_{\text{с}} V_{\text{ст}}}{\rho_{\text{в}} S}$$

Задача 104. (МФТИ, 1996) В цилиндрический сосуд с водой (стенки сосуда вертикальны) опустили кусок льда, в который был вморожен осколок стекла. В результате уровень воды в сосуде поднялся на $h_1 = 11$ мм, а лёд стал плавать, целиком погрузившись в воду. На сколько опустится уровень воды в сосуде за время таяния всего льда? Плотности стекла $\rho_{\text{с}} = 2$ г/см³, воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³, льда $\rho = 0,9$ г/см³.

$$\Delta h = \frac{\rho_{\text{с}} V_{\text{ст}}}{\rho_{\text{в}} S} - \frac{\rho_{\text{с}} V_{\text{ст}}}{\rho_{\text{л}} S} = \frac{V_{\text{ст}}}{S} \left(\frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{л}}} \right)$$

Задача 105. (МФТИ, 1997) В лунку размером $10 \times 10 \times 10$ см, целиком заполненную водой, опускают цилиндрическое тело (ось цилиндра вертикальна). В результате часть воды из лунки выливается, а тело начинает плавать в ней (см. рисунок). После этого из лунки отлили ещё $m = 250$ г воды, так что цилиндр стал плавать, касаясь дна лунки.

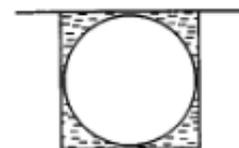


- 1) Какая масса воды M осталась в лунке?
- 2) Чему равна плотность ρ материала цилиндра?

Диаметр цилиндра d немного меньше 10 см, высота цилиндра равна его диаметру. Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³.

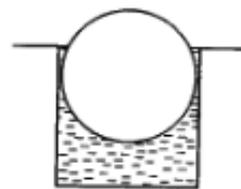
$$\rho = \frac{m}{V_{\text{ст}}} = \frac{m}{\frac{\pi d^2}{4} h} = \frac{4m}{\pi d^2 h} = \frac{4m}{\pi d^2} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{10} \right) = \rho_0 \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{10} \right)$$

Задача 106. (МФТИ, 1997) В лунке размером $10 \times 10 \times 10$ см, полностью заполненной водой, лежит шарик (см. рисунок), плотность материала которого $\rho = 2$ г/см³. Диаметр шарика d немного меньше 10 см. Какую минимальную по величине работу A надо совершить, чтобы вытащить шарик из воды? Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³.



$$A = \rho_0 g V_{\text{ш}} \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \left(\frac{10}{d} - 1 \right) \frac{10}{2} = V_{\text{ш}} \rho_0 g \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \left(\frac{10}{d} - 1 \right) \frac{10}{2}$$

Задача 107. (МФТИ, 1997) На дне лунки размером $10 \times 10 \times 10$ см лежит шар, диаметр которого d немного меньше 10 см. В лунку наливают воду до тех пор, пока шар не начинает плавать, касаясь дна лунки. После этого в лунку пришлось долить ещё $m = 250$ г воды, чтобы она оказалась заполненной водой до верха (см. рисунок).



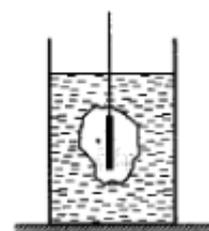
- 1) Какую массу воды M налили в лунку вначале?
- 2) Чему равна плотность материала шара?

Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³.

Указание. Объём шарового сегмента высотой h равен $\Delta V = \frac{1}{3}\pi h^2 \left(\frac{3}{2}d - h\right)$, где d — диаметр шара.

$$\frac{d}{\rho_0} \frac{d}{\rho_0} = \frac{d}{\rho_0} \frac{d}{\rho_0} = \left[\left(\frac{z^p}{u} - p \frac{z}{\rho_0} \right) \frac{d}{\rho_0} \frac{d}{\rho_0} - \rho_0 \right] \frac{d}{\rho_0} = d \left(\frac{z}{\rho_0} - \frac{p}{\rho_0} \right) \frac{d}{\rho_0} = N \left(\frac{d}{\rho_0} - \frac{p}{\rho_0} \right)$$

Задача 108. (МФТИ, 2000) В цилиндрическом стакане с водой на нити висит проволока, вмороженная в кусок льда. Лёд с проволокой целиком погружён в воду и не касается стенок и дна стакана (см. рисунок). После того как лёд растаял, проволока осталась висеть на нити, целиком погружённая в воду. Уровень воды в стакане за время таяния льда уменьшился на ΔH ($\Delta H > 0$), а сила натяжения нити увеличилась в k раз. Найти объём проволоки. Плотность воды ρ_0 , проволоки — ρ , площадь внутреннего сечения стакана S .

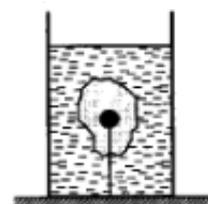


$$H \nabla S \frac{d-d}{d} \frac{1-y}{y} = \Lambda$$

Задача 109. (МФТИ, 2000) Гайка, вмороженная в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лёд с гайкой, сила натяжения нити уменьшилась на ΔT ($\Delta T > 0$), а уровень воды в стакане повысился. Лёд с гайкой при этом висит на нити в воде и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, гайка осталась висеть на нити, целиком погружённая в воду, а уровень воды в стакане за время таяния льда понизился на ΔH ($\Delta H > 0$). Чему равен объём гайки? Плотность воды ρ_0 , льда — $\rho_л$, площадь внутреннего сечения стакана S , ускорение свободного падения g .

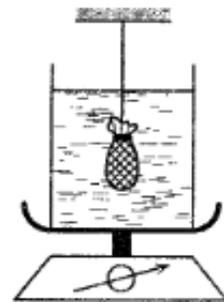
$$H \nabla S \frac{d-d}{d} - \frac{b}{L} = \Lambda$$

Задача 110. (МФТИ, 2000) Деревянный шарик, вмороженный в кусок льда, удерживается внутри цилиндрического стакана с водой нитью, прикреплённой ко дну (см. рисунок). Лёд с шариком целиком погружён в воду и не касается стенок и дна стакана. После того как лёд растаял, шарик остался плавать внутри стакана, целиком погружённый в воду. Сила натяжения нити за время таяния льда уменьшилась при этом в k раз ($k > 1$), а уровень воды в стакане уменьшился на ΔH ($\Delta H > 0$). Чему равен объём шарика? Плотность воды ρ_0 , дерева — ρ ($\rho < \rho_0$), площадь внутреннего сечения стакана S .



$$H \nabla S \frac{(d-d)(1-y)}{d} = \Lambda$$

Задача 111. (МФТИ, 2002) На чашке пружинных весов уравновесили сосуд, в котором находится вода массой m_B . Для приготовления солёного раствора была использована крупная соль, содержащая нерастворимые в воде примеси. Соль с примесями в марлевом мешочке была опущена на нити в сосуд, так что мешочек оказался полностью погружённым в воду (см. рисунок). После того как соль полностью растворилась в воде, показания весов изменились на ΔP ($\Delta P > 0$) по сравнению с их показаниями до опускания соли в воду. Плотность солёного раствора была измерена и оказалась равной ρ . Найти объём примесей $V_{\text{п}}$, оставшихся в мешочке после растворения соли, если он остался висеть на нити целиком погружённым в раствор. Плотность чистой соли равна ρ_c , плотность воды — ρ_B , ускорение свободного падения равно g .



Указание. Считать раствор однородным с плотностью $\rho = (m_c + m_B)/(V_c + V_B)$, где m_c и m_B — массы соли и воды соответственно, а V_c и V_B — их объёмы.

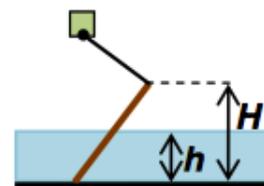
$$\frac{(d-d')^2 d}{(d-d')^2 d} - \frac{bd}{d^2} = \frac{1}{\lambda}$$

4 «Покори Воробьёвы горы!»

Задача 112. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) На тонкий прочный стержень насажены два небольших шара одинакового радиуса: очень легкий — на конце стержня, тяжелый — на расстоянии четверти длины стержня от другого конца. Массы стержня и легкого шара намного меньше массы тяжелого. Нам нужно убедиться, что эта конструкция будет плавать на поверхности в глубоком водоеме. Если поместить ее в неглубокий бассейн, то она располагается в нем так, что свободный конец упирается в дно, а легкий шар плавает на поверхности. Мы измерили отношение объема его выступающей части к объему всего этого шара k . При каких k конструкция действительно будет плавать на глубине?

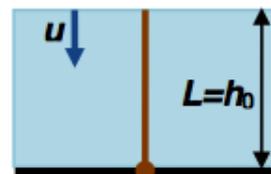
$$\frac{v}{\varepsilon} < \gamma \text{ или}$$

Задача 113. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) Массивный однородный стержень верхним концом прикрепили к легкому прочному тросу (другой конец троса закреплен неподвижно). При этом нижним концом стержень опирался на пол бассейна, трос был перпендикулярен стержню, а верхний конец стержня находился на высоте $H = 0,9$ м. Трос оказался натянут с силой $T_0 = 80$ Н. Какой станет сила натяжения троса, если бассейн заполнить водой до глубины $h = 0,45$ м? Плотность материала стержня в два раза больше плотности воды, нижний конец стержня по дну бассейна не скользит.



$$H \cdot 0L = \left(\frac{zH^2}{z^4} - 1 \right) \cdot 0L = L$$

ЗАДАЧА 114. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) В широкий сосуд с водой помещен тонкий стержень постоянного сечения из очень легкого материала — его плотность в $n = 9$ раз меньше плотности воды. Стержень шарнирно закреплен на дне сосуда (то есть он может без трения вращаться вокруг горизонтальной оси шарнира). Первоначально уровень воды в сосуде равнялся длине стержня, и стержень располагался вертикально. Затем уровень воды начали плавно (с постоянной скоростью u , которая значительно меньше скорости, которую набрал бы стержень, падая в отсутствие воды) понижать. Найдите закон изменения с течением времени угла отклонения стержня от вертикали $\alpha(t)$.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{n}{T} \geq \tau > \frac{n\varepsilon}{T\varepsilon} \text{ ил. } \tau < \frac{n\varepsilon}{T\varepsilon} \text{ тогда } \left\{ \frac{T}{(n-1)\varepsilon} \text{ соотв. } \right\} = (\tau)\tau \\ \frac{n\varepsilon}{T\varepsilon} \geq \tau \text{ ил. } \tau < \frac{n\varepsilon}{T\varepsilon} \end{array} \right\} = (\tau)\tau$$

ЗАДАЧА 115. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) Существует «золотое правило кораблестроения», согласно которому центр плавучести (точка приложения силы Архимеда, действующей на корабль) в положении равновесия должен находиться выше центра масс корабля. Объясните смысл этого правила.

ЗАДАЧА 116. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) Стержень, имеющий форму тонкого цилиндра постоянного сечения, неоднороден. Его центр масс находится на расстоянии $x = 1/3$ части его длины от одного из концов. Средняя плотность стержня равна ρ . Его опускают в большой сосуд с жидкостью с плотностью ρ_0 . Глубина жидкости в сосуде заметно больше длины стержня. При каких значениях ρ_0 стержень после установления равновесия расположится вертикально?

$$d \frac{\varepsilon}{\varepsilon} > 0d > d \frac{\varepsilon}{\varepsilon}$$

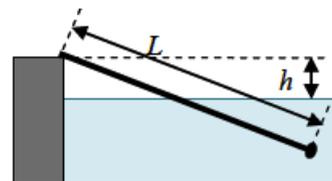
ЗАДАЧА 117. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) На тонком металлическом стержне закреплены два деревянных шарика, масса каждого из которых в $k = 2$ раза больше массы стержня. Центр первого шара совпадает с серединой стержня, а центр второго — с одним из концов стержня. Эту конструкцию поместили в воду. Для обоих шаров найдите отношение объёма погружённой части к объёму шара (в процентах). Плотность дерева в $n = 2,5$ раза меньше плотности воды.

$$\%04 = \frac{n}{1} = \tau\tau, \%09 = \frac{n\varepsilon}{1+\varepsilon} = \tau\tau$$

ЗАДАЧА 118. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) В сосуде находятся две несмешивающиеся жидкости с плотностями $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$. В сосуд опускают тело плотностью $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$. При этом жидкости из сосуда не выливаются. Определите, какая часть объёма тела будет находиться в нижней жидкости.

$$\frac{\varepsilon}{1} = \frac{1d - \tau d}{1d - d} = \frac{1}{\varepsilon 1}$$

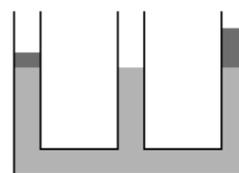
ЗАДАЧА 119. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Узкая тонкая однородная доска длиной $L = 1$ м лежит, опираясь одним из концов на борт бассейна. При этом второй конец доски опущен в воду, и к нему прикреплен небольшой груз (см. рисунок). Высота борта над водой $h = 40$ см. Коэффициент трения между доской и бортом бассейна $\mu = 0,75$. При каком максимальном отношении массы груза к массе доски $x = m/M$ доска может покоиться? Вода в бассейне неподвижна, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³, плотность дерева, из которого изготовлена доска, $\rho = 0,5$ г/см³.



$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \left[1 - \left(\frac{\tau T \tau'}{\tau y (\tau' + 1)} - 1 \right) \frac{d}{\partial d} \right] \frac{\tau}{\Gamma} = \text{const}$$

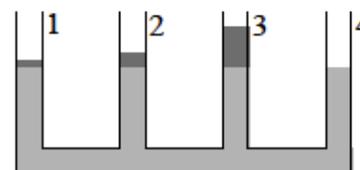
5 «Росатом»

ЗАДАЧА 120. («Росатом», 2017, 9) Имеются три одинаковых цилиндрических сосуда, в которые налито некоторое количество воды. Поверх воды в левый и правый сосуд аккуратно наливают слой масла — в левый сосуд толщиной $h = 3$ см, в правый — $3h$. На сколько изменятся уровни жидкости в левом, среднем и правом сосудах после установления равновесия? Известно, что при налипании масла вода из левого и правого сосудов маслом полностью не вытесняется. Плотность масла $\rho_0 = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³, воды — $\rho_1 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.



$$\text{мод } \frac{\partial \tau}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau} - \tau \right) \tau = \text{const}; \text{мод } \frac{\partial \tau}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau} + 1 \right) \tau = \text{const}; \text{мод } \frac{\partial \tau}{\partial \tau} = \frac{\partial \tau}{\partial \tau} = \text{const}$$

ЗАДАЧА 121. («Росатом», 2017, 10–11) Имеются четыре одинаковых цилиндрических сосуда, в которые налито некоторое количество воды. Поверх воды в первый, второй и третий сосуда (сосуда перенумерованы на рисунке) аккуратно наливают слой масла толщиной соответственно h , $2h$ и $3h$. На сколько изменится уровень жидкости в каждом сосуде по сравнению с первоначальным положением после установления равновесия? Известно, что при налипании масла вода ни из одного сосуда полностью маслом не вытесняется. Плотность масла ρ_0 , воды — ρ_1 ($\rho_1 > \rho_0$).



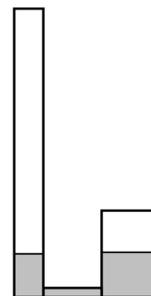
$$\frac{\partial \tau}{\partial \tau} = \text{const}; \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau} - 1 \right) \tau = \text{const}; \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau} - 1 \right) \tau = \text{const}; \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau} + 1 \right) \tau = \text{const}$$

ЗАДАЧА 122. («Росатом», 2013, 9–10) Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений S и $4S$. В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину Δh . На какую величину по сравнению с первоначальным положением (пока груза на поршнях не было) опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?



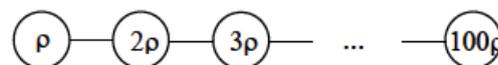
$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \nabla}$$

ЗАДАЧА 123. («Росатом», 2020, 10) Сообщающиеся сосуды представляют собой два вертикальных цилиндрических сосуда, соединенные внизу тонкой трубкой. Радиус узкого сосуда R , широкого $2R$. Широкий сосуд имеет высоту h , узкий — очень высокий. В сосуды налита вода так, что ее уровень расположен на высоте $h/2$ от поверхности. В узкое колено аккуратно наливают масло, плотность которого составляет четыре пятых от плотности воды. Какой максимальный объем масла можно налить в сосуды? Объемом соединяющей сосуда трубки пренебречь.



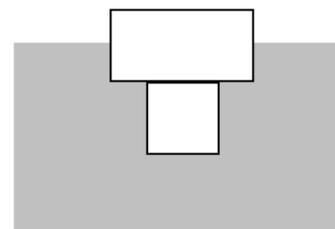
$$\rho_0 \frac{8R^2}{9} h = V$$

ЗАДАЧА 124. («Росатом», 2017, 7–9) Сто тел одинакового объема V имеют плотности $\rho, 2\rho, \dots, 100\rho$. Тела связывают верёвками так, как показано на рисунке, и бросают в воду. При какой максимальной плотности ρ все тела не утонут в воде? Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.



$$\rho_{\max} = \frac{101}{2} \rho_0 = 19,8 \text{ кг/м}^3$$

ЗАДАЧА 125. («Росатом», 2020, 9) Имеется стакан, составленный из двух цилиндрических частей: узкой с дном, и открытой с радиусом вдвое большим радиуса узкой части. Высота частей стакана одинакова. Стакан опускают в воду вниз дном, и он погружается на половину высоты широкой части и далее остаётся в таком положении (см. рисунок). Какой максимальный объем воды можно налить в стакан, чтобы он не затонул? Объем стакана V . Считать, что стенки стакана очень тонкие.



$$V \frac{\rho}{2} = V \rho_0$$

ЗАДАЧА 126. («Росатом», 2012, 11) Плавающая в одной жидкости, кубическое тело погружается на глубину h_1 , а в другой — на глубину h_2 . Какова будет глубина погружения тела в жидкость, плотность которой равна среднему арифметическому плотностей первой и второй жидкости?

$$\frac{z_1 h_1 + z_2 h_2}{z_1 + z_2} = h$$

ЗАДАЧА 127. («Росатом», 2011, 11) В сосуде с жидкостью плавает кубик, погрузившись в жидкость на $2/3$ своего объема. Чтобы погрузить кубик в жидкость на $5/6$ объема, к нему нужно приложить минимальную вертикальную силу F_1 . Какую минимальную вертикальную силу F_2 нужно приложить к кубику, чтобы полностью погрузить его в жидкость?

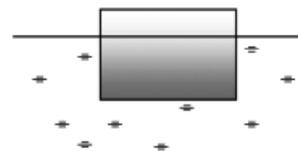


$$F_2 = 2F_1$$

ЗАДАЧА 128. («Росатом», 2011, 11) К поплавку массой m привязана леска с грузом. При этом поплавок погружен в воду на $2/3$ своего объёма. Найти силу натяжения лески, если свободно плавающий поплавок погружён в воду на половину своего объёма.

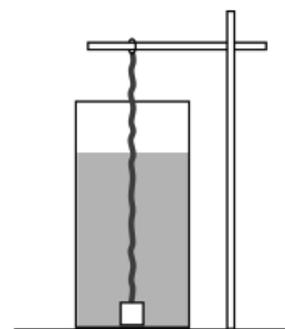
$$\rho_{\text{в}} \frac{2}{3} V = \rho_{\text{л}} V$$

ЗАДАЧА 129. («Росатом», 2019, 9–10) Имеется неоднородный брусок в форме прямоугольного параллелепипеда, плотность которого уменьшается с высотой. Опущенный в воду, брусок плавает, погружившись в воду на $2/3$ объёма. Если разрезать брусок пополам и опустить в воду более легкую половину, она будет плавать, погружившись наполовину. Будет ли плавать нижняя половина? Если да, то найти минимальную силу, которую нужно приложить к нижней половине бруска, чтобы утопить ее. Если нет, то найти минимальную силу, которую нужно приложить к нижней половине бруска, чтобы оторвать ее от дна. Масса бруска m .



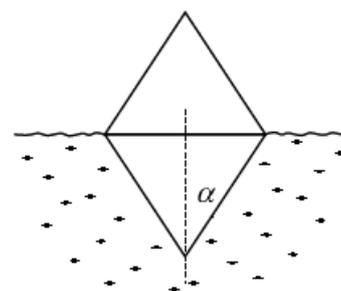
$$\rho_{\text{в}} \frac{1}{2} V = \rho_{\text{л}} \frac{1}{2} V$$

ЗАДАЧА 130. («Росатом», 2019, 9–10) В цилиндрическом стакане лежит небольшое массивное тело, прикрепленное к резиновому жгуту с коэффициентом жесткости $k = 100$ Н/м. Второй конец жгута прикреплен к латке штатива на расстоянии $l = 1$ м от дна стакана. Известно, что в этом положении жгут растянут на $\Delta l = 20$ см. В стакан очень медленно наливают холодную воду, и по мере охлаждения резины ее жесткость увеличивается. При этом известно, что если весь жгут охладить до данной температуры, его жесткость будет равна $4k$. При какой высоте столба жидкости в стакане груз оторвется от дна? Масса груза $m = 4$ кг, силой Архимеда пренебречь. Считать, что температура резины, опущенной в воду, равна температуре воды; температура резины, не находящейся в воде, равна температуре воздуха.



$$m g = \left(\rho_{\text{в}} - \frac{\rho_{\text{л}}}{2} \right) \left(\frac{0.2 \Delta l}{l} + 1 \right) \frac{b m \Delta l}{0.2 l} = \rho_{\text{в}} V$$

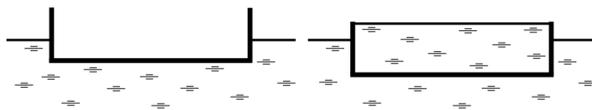
ЗАДАЧА 131. («Росатом», 2018, 10) Буй составлен из двух одинаковых металлических конусов с высотой $h = 1$ м и углом при вершине $\alpha = 20^\circ$ (см. рисунок). Буй плавает в воде в вертикальном положении, погружившись в воду до половины. Через щели внутри буя просачивается вода, выходит воздух, и буй медленно погружается в воду. Будет ли меняться разность уровней воды внутри и снаружи буя в процессе его погружения в воду? Найти разность уровней воды внутри и снаружи буя в тот момент времени, когда она будет минимальной. Толщиной стенок буя пренебречь.



Указание. Объём прямого кругового конуса определяется соотношением $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$, где R — радиус основания конуса, h — его высота.

$$\Delta \rho_{\text{в}} V = \frac{\rho_{\text{л}} \Delta h}{1 - \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}}} \rho_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} V$$

ЗАДАЧА 132. («Росатом», 2020, 10) Прямоугольная деревянная коробка имеет массу m и вмещает объем воды V . Если опустить коробку в воду (левый рисунок), над поверхностью будет выступать край коробки высотой h_1 .



На какую высоту над поверхностью воды будет выступать край коробки, если ее полностью заполнить водой и опустить в воду (правый рисунок)? Плотность дерева составляет $\frac{2}{3}$ от плотности воды.

$$\left(\frac{m + \Lambda^0 d z}{\Lambda^0 d z} - 1 \right) \tau y = \tau y$$

ЗАДАЧА 133. («Росатом», 2013, 11) В цилиндрический сосуд наливают одинаковые объёмы несмешивающихся жидкостей с плотностями ρ и $0,3\rho$. Тело, объём которого в три раза меньше объёма каждой жидкости и которое тонет в обеих жидкостях, опускают в сосуд на длинной нити. Найти отношение давлений p_1/p_2 жидкости около дна сосуда в положениях, когда тело полностью погружено либо в нижнюю (p_1), либо в верхнюю (p_2) жидкость.



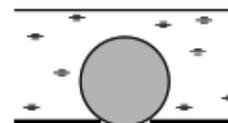
$$\frac{9}{2}$$

ЗАДАЧА 134. («Росатом», 2013, 11) К сосуду с жидкостью суммарной массой m прикреплена невесомая и нерастяжимая нить, перекинутая через блок. Ко второму концу нити прикреплено тело с массой $1,2m$, в положении равновесия частично погружённое в жидкость. На какую часть своего объёма тело погружено в жидкость? Плотность тела втрое больше плотности жидкости.



$$\frac{7}{11}$$

ЗАДАЧА 135. («Росатом», 2013, 11) В дне сосуда сделано круглое отверстие, которое заткнуто пробкой в виде шара. Радиус шара вдвое больше радиуса отверстия. В сосуд аккуратно наливают воду. При какой максимальной плотности пробка всплывет? Плотность воды ρ известна.



Указание. Объём шарового сегмента определяется формулой

$$V = \frac{\pi}{3} \left(2R^3 - (2R^2 + r^2) \sqrt{R^2 - r^2} \right),$$

где R — радиус шара, r — радиус круга, который является основанием сегмента.

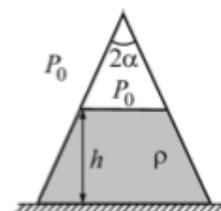
$$d \frac{8}{\varepsilon \lambda \varepsilon} = x \text{вщ} d$$

6 «Курчатов»

ЗАДАЧА 136. («Курчатов», 2019, 9) В пруд закинули деревянный шар объема V , с тонкой железной ручкой длиной L . При какой минимальной массе ручки шар будет лежать на дне водоема? Плотности воды ρ_1 и дерева ρ_2 считайте известными.

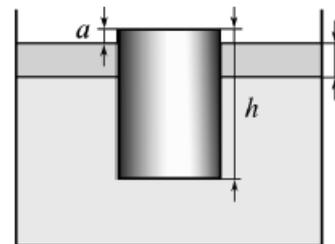
$$(\rho_2 - \rho_1) \Delta z = \rho_1 L$$

ЗАДАЧА 137. («Курчатов», 2015, 9, 11) Полая прямая призма, сделанная из тонкого прочного листового материала, имеет высоту L , а её основания представляют собой равнобедренные треугольники с углом 2α между боковыми сторонами. У призмы аккуратно удалили боковую грань, лежащую напротив угла 2α , и поставили призму на гладкий стол так, что упомянутый угол оказался сверху (основание призмы лежит в плоскости рисунка, её высота перпендикулярна плоскости рисунка). Вблизи оказавшегося сверху угла проделали маленькое отверстие, и начали медленно заливать через него внутрь призмы воду плотностью ρ . В момент, когда уровень воды в призме достиг высоты h , вода начала вытекать из-под призмы. Найдите массу m призмы с удалённой гранью, считая, что давление p_0 воздуха над водой в призме и снаружи одинаково и равно атмосферному.



$$\rho g h = p_0$$

ЗАДАЧА 138. («Курчатов», 2018, 9) Сплошной однородный цилиндр из материала с плотностью $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ плавает в сосуде, заполненном двумя несмешивающимися жидкостями (рис.). Плотности жидкостей $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, верхняя грань цилиндра параллельна уровню жидкости и выступает над ним на $a = 1 \text{ см}$. Высота цилиндра $h = 12 \text{ см}$. Найдите толщину x слоя верхней жидкости.



$$\rho = \frac{\rho_1 a + \rho_2 (h - a)}{h} = x$$

7 APhO

ЗАДАЧА 139. (APhO, 2006)¹ Марианская впадина в Тихом океане имеет глубину $H = 10920 \text{ м}$. Плотность воды на поверхности океана $\rho_0 = 1025 \text{ кг/м}^3$, модуль всестороннего сжатия воды $K = 2,1 \cdot 10^9 \text{ Па}$, ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Вы можете пренебречь изменением температуры и силы тяжести с глубиной, а также атмосферным давлением.

- 1) Как связаны между собой плотность $\rho(x)$ и давление $p(x)$ воды на глубине x ?
- 2) Чему равно численное значение давления $p(H)$ на дне Марианской впадины? Вы можете использовать итерационные методы для решения этой части.

Указание. Жидкости обладают очень малой сжимаемостью. Упругие свойства жидкости по отношению к малым изменениям объёма характеризуются коэффициентом сжимаемости

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_{T=\text{const}}$$

Модуль всестороннего сжатия K является величиной обратной к κ : $K = 1/\kappa$.

¹Третье задание на APhO-2006 состояло из четырёх независимых задач, и это — одна из них.

$$\mathfrak{B} \Pi \mathfrak{s} 0 \Gamma \cdot \mathfrak{E} \Gamma' \Gamma = \frac{\mathcal{M} \zeta}{\zeta(H \delta^0 d)} + H \delta^0 d \approx \left(\frac{\mathcal{M}}{H \delta^0 d} - \Gamma \right) \mathfrak{u} \Gamma \mathcal{M} - = (H) d \left(\zeta : \left(\frac{\mathcal{M}}{(x) d} + \Gamma \right) \right)^{0d} \approx (x) d \text{ илги } \frac{0d}{(x) d} \text{ ил } \mathcal{M} = (x) d \Gamma$$

Ответ к задаче 73

- Если $\rho_1 < \rho_0$, то $y = \frac{\rho_1}{\rho_0}h$.
- Если $\rho_1 = \rho_0$, то $h \leq y \leq H$.
- Если $\rho_0 < \rho_1 \leq \rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H}\right)$, то $y = H + \sqrt{2hH \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} - 1\right)}$.
- Если $\rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H}\right) < \rho_1 \leq \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H}\right)$, то $y = \frac{h}{2} + \frac{\rho_1}{\rho_0}H$.
- Если $\rho_1 > \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H}\right)$, то $y = 2H$.

Ответ к задаче 75

График состоит из горизонтальной линии $l = 20$ см при $V < 30$ л (груз в воздухе), наклонного участка, соединяющего точки (20 см; 30 л) и (10 см; 49 л) (груз при V от 30 л до 49 л частично погружён в воду), горизонтальной линии $l = 10$ см при $V > 49$ л (груз полностью в воде).