

Комбинаторика и графы

Задача 5 про робота Кузю — фактически по комбинаторике, поэтому ей предшествуют четыре подготовительных комбинаторных вопроса.

ЗАДАЧА 1. *Словом* мы называем произвольную последовательность букв. Сколько различных трёхбуквенных слов можно составить из букв А, Б и В, если: а) буквы в слове не должны повторяться; б) буквы могут повторяться? Выпишите все эти слова в алфавитном порядке.

вопрос 22 (9 :вопрос 9 (8

ЗАДАЧА 2. Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 и 4, если каждая цифра должна встретиться ровно один раз? Выпишите все эти числа в порядке возрастания.

вопрос 24 (число 7

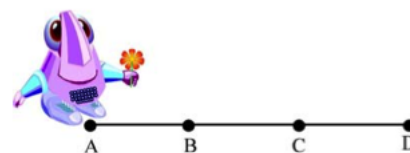
ЗАДАЧА 3. Сколько существует различных четырёхбуквенных слов, состоящих из двух букв А и двух букв Б?

9

ЗАДАЧА 4. Назовём число *хорошим*, если любые две его соседние цифры отличаются на единицу. Сколько хороших трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 и 4?

01

ЗАДАЧА 5. (*МОШ, 2013, 7*) На прямой в точке A находится пункт отправления робота Кузи, который может перемещаться вдоль прямой от точки A до точки D с одинаковой скоростью V , модуль которой равен $0,5$ м/с. Программа управления робота позволяет изменять направление скорости Кузи только в точках A , B , C и D , причем $AB = BC = CD = 300$ м. Кроме того, программа предусматривает, что через каждый час Кузя должен возвращаться в точку A . При прохождении точек B , C и D срабатывает замыкающий элемент, который зажигает наградную светодиодную лампочку на корпусе Кузи. Зажжённые лампочки горят во всё время его движения. Известно, что последовательность прохождения точек, зажигающих наградные лампочки, в каждом часе была различной. Определите количество наград на корпусе Кузи через пять часов после старта из точки A .

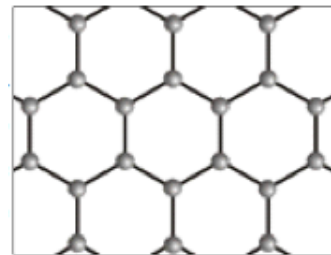


12

ЗАДАЧА 6. («Росатом», 2014, 7) Жук ползёт по ребрам куба, поворачивая лишь в его вершинах. Возможна ли такая ситуация, когда в одной из вершин жук побывал 20 раз, а во всех остальных — по 22 раза? Ответ обосновать.

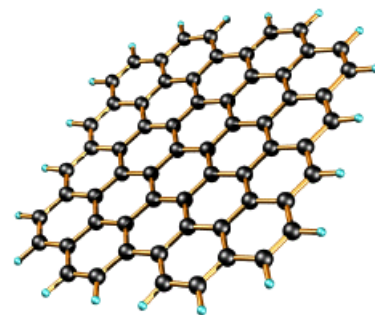
В следующих двух задачах вам может пригодиться [формула Эйлера для плоского графа](#).

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2014, МЭ, 7–8) Вещество графен представляет собой плоский слой атомов углерода, расположенных в вершинах одинаковых шестиугольников (на рисунке атомы углерода показаны кружками). Площадь одного такого шестиугольника составляет 0,00524 квадратных нанометра. Найдите количество атомов углерода в квадратном образце графена размером 10 нанометров на 10 нанометров. В одном метре миллиард нанометров.



00088 ≈

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2017, 7) Чебурашка и Гена долго строили и, наконец, построили наглядную модель графена — двумерного кристалла углерода, состоящего из ячеек в виде правильных шестиугольников, как показано на рисунке в масштабе 250.000.000 : 1. Количество ячеек в модели было большим, так что её площадь оказалась равной 12,5 м². Атомы углерода в модели — одинаковые пластилиновые шарики, а «связи» между «атомами» — кусочки проволоки, сделанной из медного сплава. При этом объём пластилина в каждом шарике в 9 раз больше объёма каждой проволоочки, соединяющей соседние шарики.



Оцените массу этой модели графена. Плотность пластилина $\rho_{\text{плас}} = 1330 \text{ кг/м}^3$, плотность медного сплава $\rho_{\text{пров}} = 9000 \text{ кг/м}^3$. Масса проволочек, необходимых для изготовления одной-единственной ячейки графена, составляет 487 мг. Расстояние между центрами соседних атомов настоящего графена 0,142 нм (нанометр — это одна миллионная часть миллиметра). Площадь S правильного шестиугольника с длиной стороны a определяется по формуле: $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$, где $\sqrt{3} \approx 1,7$.

лж 81