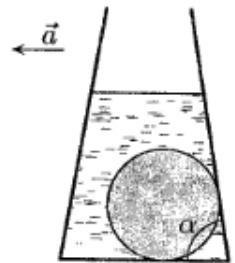


Горизонтальная сила Архимеда

При наличии у сосуда горизонтального ускорения возникает «горизонтальная сила Архимеда», обусловленная этим ускорением; точнее говоря, полная сила Архимеда оказывается направленной под углом к горизонту. Для нахождения проекций силы Архимеда мы заменяем погружённое тело воображаемым объёмом жидкости и пишем для этого объёма второй закон Ньютона в проекции на соответствующие оси (учитывая, что к объёму жидкости приложены лишь сила тяжести и сила Архимеда). Найдя горизонтальную и вертикальную проекции силы Архимеда, мы пишем второй закон Ньютона уже для самого тела, дополнительно учитывая приложенные к нему силы реакции опор и нитей.

ЗАДАЧА 1. (*МФТИ, 2002*) Стеклянный шар объёмом V и плотностью ρ находится в сосуде с водой (см. рисунок). Угол между стенкой сосуда и горизонтальным дном равен α . Внутренняя поверхность сосуда гладкая. Плотность воды ρ_0 . Найти силу давления шара на дно в двух случаях:

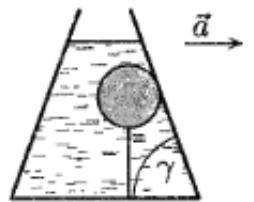
- 1) сосуд неподвижен;
- 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a .



$$(v \delta + \rho)A(0d - d) = F \quad (2) \quad \rho A(0d - d) = 0F \quad (1)$$

ЗАДАЧА 2. (*МФТИ, 2002*) Пробковый шар объёмом V привязан ко дну конического сосуда так, что нить вертикальна, а шар касается гладкой стенки сосуда (см. рисунок). Угол между горизонтальным дном и стенкой сосуда равен γ . Плотности воды и пробки равны ρ и ρ_1 соответственно. Найти силу натяжения нити в двух случаях:

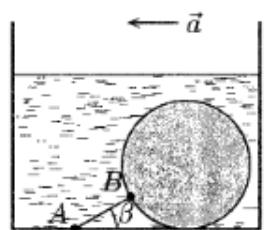
- 1) сосуд неподвижен;
- 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a .



$$(v \delta + \rho)A(1d - d) = F \quad (2) \quad \rho_1 A(1d - d) = 0F \quad (1)$$

ЗАДАЧА 3. (*МФТИ, 2002*) В сосуде с водой находится алюминиевый шар объёмом V , прикреплённый ко дну сосуда нитью AB (см. рисунок). Дно сосуда горизонтальное и гладкое. Плотности алюминия и воды равны ρ и ρ_0 соответственно. Найти силу давления шара на дно сосуда в двух случаях:

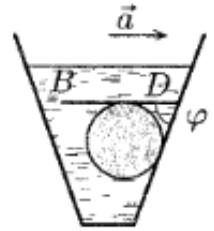
- 1) сосуд неподвижен;
- 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a , и нить составляет с дном угол β .



$$(\rho \delta + \rho)A(0d - d) = F \quad (2) \quad \rho A(0d - d) = 0F \quad (1)$$

ЗАДАЧА 4. (*МФТИ, 2002*) В коническом сосуде с водой находится деревянный шар объёмом V , удерживаемый от всплытия горизонтальной полкой BD , прикреплённой к стенке сосуда (см. рисунок). Поверхности полки и стенки гладкие. Угол между полкой и стенкой сосуда равен φ . Плотности воды и дерева равны ρ и ρ_1 соответственно. Найти силу давления шара на полку в двух случаях:

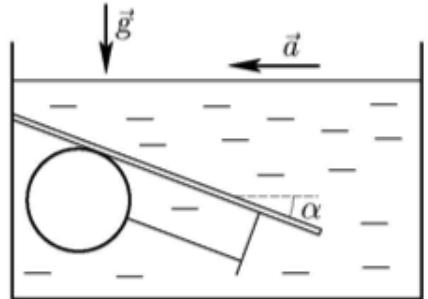
- 1) сосуд неподвижен;
- 2) сосуд движется с постоянным горизонтальным ускорением a .



$$1) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{3} = \rho_1 V} \\ 2) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{3} - \rho_1 V a \cos \varphi = \rho_1 V}$$

ЗАДАЧА 5. (*«Физтех», 2015, 10*) В сосуде с водой закреплена полка, наклонённая к горизонту под углом α ($\sin \alpha = 3/5$). Деревянный шар опирается на гладкую поверхность полки и удерживается с помощью нити, натянутой под углом α к горизонту (см. рисунок). Объём шара V , плотность воды ρ , плотность дерева $3\rho/5$.

- 1) Найдите силу натяжения нити при неподвижном сосуде.
- 2) Найдите силу натяжения нити при движении сосуда с горизонтальным ускорением $a = g/4$.



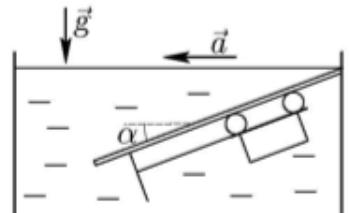
В обоих случаях шар находится полностью в воде.

$$1) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{8} = T} \\ 2) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{9} = T}$$

ЗАДАЧА 6. (*«Физтех», 2015, 10*) В сосуде с водой закреплена полка, наклонённая к горизонту под углом α ($\sin \alpha = 3/5$). На поверхности полки удерживается тележка с закреплённым на ней деревянным бруском с помощью нити, натянутой под углом α к горизонту (см. рисунок). Объём бруска V , плотность воды ρ , плотность дерева $0,7\rho$.

- 1) Найдите силу натяжения нити при неподвижном сосуде.
- 2) Найдите силу натяжения нити при движении сосуда с горизонтальным ускорением $a = g/6$.

В обоих случаях брускок находится полностью в воде. Объёмами и массами тележки и колёс пренебречь.

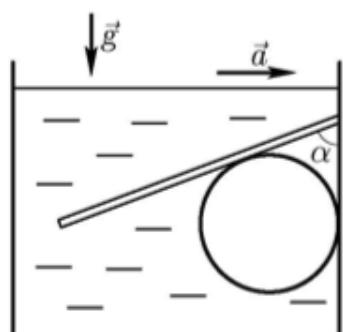


$$1) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{2} = T} \\ 2) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{6} = T}$$

ЗАДАЧА 7. (*«Физтех», 2015, 10*) В сосуде с водой закреплена полка, наклонённая к вертикальной стенке сосуда под углом α ($\operatorname{tg} \alpha = 3$). Поверхности полки и стенок сосуда гладкие. Пробковый шар опирается на полку (см. рисунок). Объём шара V , плотность воды ρ , плотность пробки $\rho/5$.

- 1) Найдите силу давления шара на стенку при неподвижном сосуде.
- 2) Найдите силу давления шара на стенку при движении сосуда с горизонтальным ускорением $a = g/6$.

В обоих случаях шар находится полностью в воде.



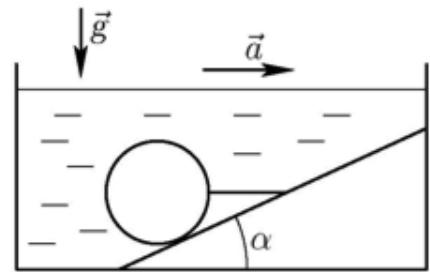
$$1) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{2} = F} \\ 2) \quad \boxed{\rho g d \frac{V}{4} = F}$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2015, 11) В сосуде с водой закреплён клин. На гладкой поверхности клина, наклонённой к горизонту под углом α ($\operatorname{tg} \alpha = 1/4$), удерживается стеклянный шар с помощью горизонтально натянутой нити (см. рисунок). Объём шара V , плотность воды ρ , плотность стекла 3ρ .

1) Найдите силу натяжения нити при неподвижном сосуде.

2) Найдите силу натяжения нити при движении сосуда с горизонтальным ускорением $a = g/8$.

В обоих случаях шар находится полностью в воде.



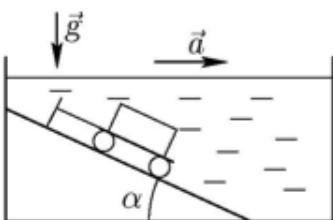
$$1) T_1 = A \delta \rho \frac{V}{\varepsilon}; 2) T_2 = \frac{2}{3} \delta \rho g V$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2015, 11) В сосуде с водой закреплён клин. На гладкой поверхности клина, наклонённой к горизонту под углом α ($\sin \alpha = 3/5$), удерживается тележка с закреплённым на ней эbonитовым бруском с помощью нити, натянутой под углом α к горизонту (см. рисунок). Объём бруска V , плотность воды ρ , плотность эbonита $1,2\rho$.

1) Найдите силу натяжения нити при неподвижном сосуде.

2) Найдите силу натяжения нити при движении сосуда с горизонтальным ускорением $a = g/12$.

В обоих случаях брускок находится полностью в воде. Объёмом тележки, колёс и трением в их осях пренебречь.



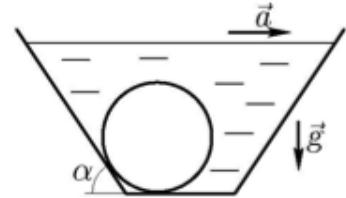
$$1) T_1 = A \delta \rho \frac{V}{\varepsilon}; 2) T_2 = \frac{25}{8} \delta \rho g V$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2015, 11) В сосуде с водой находится стеклянный шар. Стенки и дно сосуда гладкие. Дно горизонтальное, левая стенка наклонена под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту (см. рисунок). Объём бруска V , плотность воды ρ , плотность шара 3ρ .

1) Найдите силу давления шара на дно при неподвижном сосуде.

2) Найдите силу давления шара на дно при движении сосуда с горизонтальным ускорением $a = g/4$.

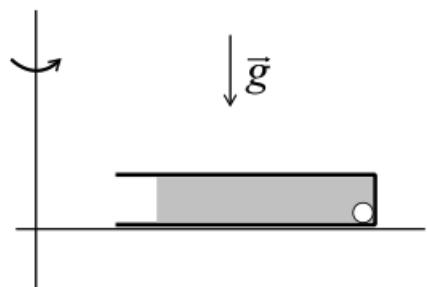
В обоих случаях шар находится полностью в воде.



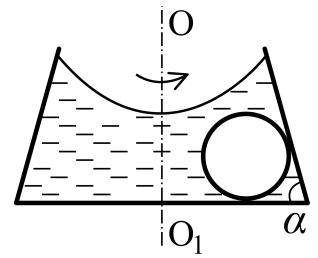
$$1) T_1 = 2 \delta \rho g V; 2) T_2 = \frac{2}{3} \delta \rho g V$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2017, 10) Ротор ультрацентрифуги вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n = 5 \cdot 10^4$ об/мин. На роторе закреплена небольшая пробирка с водой (см. рис.). Ось пробирки горизонтальна, направлена по радиусу ротора, дно пробирки вертикально и находится на расстоянии $L = 10$ см от оси вращения. В пробирке у дна находится шарик объёмом $V = 0,1$ см³ и массой $m = 0,25$ г. С какой силой шарик действует на дно пробирки? Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

$$F = m(\omega^2 L - g) \approx 2(2\pi n)^2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \approx 400 \text{ Н}$$



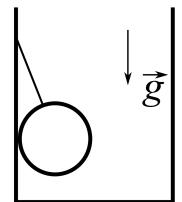
ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2021, 10) Конический сосуд с водой и шаром, лежащим на дне сосуда, вращается вокруг вертикальной оси O_1O с угловой скоростью ω (см. рис.). Плотность воды ρ , плотность шара 3ρ . Радиус шара R , центр шара находится на расстоянии $2R$ от оси вращения. Угол между горизонтальным дном и боковой стенкой сосуда α ($\tan \alpha = 2$). Внутренняя поверхность сосуда гладкая.



1. С какой силой N_1 шар давил бы на дно, если бы сосуд не вращался?
2. Найти силу N_2 давления шара на дно при вращении сосуда.

$$1) N_1 = \frac{3}{8} \pi R^3 \rho g; 2) N_2 = \frac{3}{8} \pi R^3 \rho (\omega^2 R + g)$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2021, 10) Однородный шар радиуса $R = 5$ см подвешен на нерастяжимой нити длиной $l = 15$ см к гладкой вертикальной стенке сосуда (см. рис.). Масса шара $m = 0,8$ кг.



1. С какой по величине N силой шар действует на стенку сосуда?

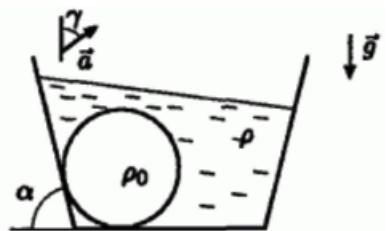
Сосуд заполняют водой и приводят во вращение вокруг вертикальной оси, проходящей через точку крепления нити к стенке. Угловая скорость вращения $\omega = 10$ рад/с, шар находится полностью в воде вдали от стенок.

2. Какой угол α нить образует с вертикалью?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

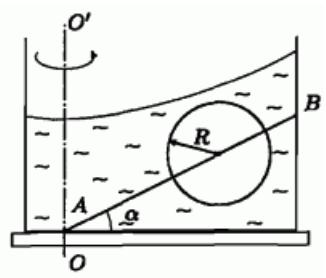
$$1) N = \frac{\sqrt{m g R}}{l(l+2R)} \approx 2,1 \text{ H}; 2) \cos \alpha = \frac{\omega^2 (l+R)}{g} = 0,5; \alpha = 60^\circ$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2003, ОЭ, 11) Стеклянный шар объёмом V и плотностью ρ_0 находится в сосуде с водой, плотность которой ρ (рис.). Воды достаточно много, так что шар полностью погружен в неё. Острый угол между стенкой конического сосуда и горизонтом составляет α . Внутренняя поверхность сосуда гладкая. Сосуд движется с постоянным ускорением a , направленным под острым углом γ к вертикали. Найдите силы давления шара на дно и стенку сосуда. При каком соотношении между параметрами задачи V , ρ_0 , ρ , α , γ шар не будет отрываться от дна при любых значениях ускорения $a > 0$?



$$\alpha > \gamma \text{ при } \frac{a \sin \gamma}{\sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + g^2}} = \frac{a \sin \gamma - g \cos \alpha}{a \sin \alpha \cos \alpha}, N = a \sin \gamma + g \cos \alpha$$

ЗАДАЧА 15. (*Всеросс., 2003, финал, 9*) На горизонтальной платформе стоит сосуд с водой. В сосуде закреплён тонкий стержень AB , наклонённый к горизонту под углом α (рис.). Шар радиусом R может скользить без трения вдоль стержня, проходящего через его центр. Плотность шара ρ_0 , плотность воды ρ ($\rho_0 < \rho$). При вращении системы с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси OO' , проходящей через нижний конец A стержня, центр шара устанавливается на расстоянии l от этого конца.



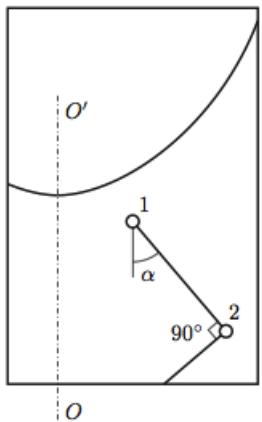
- 1) С какой силой действует на стержень?
- 2) Найдите угловую скорость вращения платформы.
- 3) При какой минимальной угловой скорости вращения шар «утонет» и окажется на дне сосуда?

Воды достаточно, так что шар всегда полностью погружен в воду.

$$1) N = \frac{3}{4} \pi R^3 (\rho - \rho_0) g; 2) \omega = \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g \sin \alpha}}; 3) \omega_{\min} = \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g \sin \alpha}}$$

ЗАДАЧА 16. (*Всеросс., 2011, финал, 10*) Деревянный и металлический шарики связаны нитью и прикреплены другой нитью ко дну сосуда с водой. Сосуд вращается с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси OO' (рис.).

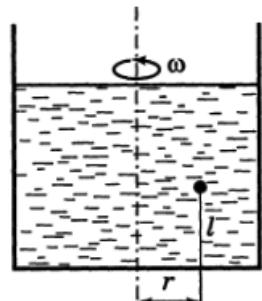
В результате шарики, оставаясь полностью в воде, расположились так, как показано на рисунке. Деревянный шарик (1) находится от оси вращения на расстоянии втрое меньшем, чем металлический (2). Верхняя нить составляет угол α ($\sin \alpha = 4/5$) с вертикалью. Угол между нитями равен 90° . Размеры шариков малы по сравнению с их расстояниями до оси вращения.



- 1) Под каким углом к вертикали направлена сила Архимеда, действующая на деревянный шарик? Дайте объяснение.
- 2) Найдите отношение сил натяжения верхней и нижней нитей.

$$1) \text{угол } \alpha; 2) 19/8$$

ЗАДАЧА 17. (*Всеросс., 1994, финал, 11*) Лёгкая нерастяжимая нить, длина которой $l = 30$ см, одним концом закреплена на дне цилиндрического сосуда, а другим привязана к маленькому деревянному шарику (рис.). Расстояние между точкой закрепления нити и центром дна сосуда $r = 20$ см. Сосуд начинает вращаться вокруг своей вертикальной оси. Определите угловую скорость ω вращения сосуда, если нить отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$.

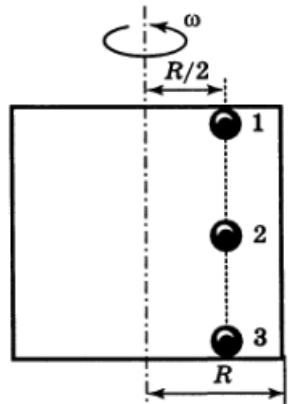


$$\omega = \sqrt{\frac{r - l \sin \alpha}{l \cos \alpha}} = 10,9 \text{ rad/c}$$

ЗАДАЧА 18. (*Всеросс., 1997, финал, 11*) Вертикально расположенный цилиндрический сосуд радиусом R полностью заполнен водой плотности ρ_0 и герметично закрыт жёсткой крышкой. На расстоянии $R/2$ от оси симметрии цилиндра расположены три маленьких одинаковых шарика радиусом r (рис.). Плотность материала шарика 1 $\rho_1 < \rho_0$, у шарика 2 $\rho_2 = \rho_0$, а у шарика 3 $\rho_3 > \rho_0$. Цилиндр медленно раскручивают до постоянной угловой скорости вращения ω .

1) Где будут находиться шарики во вращающемся цилиндре и почему?

2) Определите результирующую силу давления со стороны воды на каждый шарик и направление этой силы в их новых положениях равновесия. Силой трения о дно и крышку цилиндра пренебречь.



$$F_1 = \frac{3}{4} \pi r^3 \rho_0 g; F_2 = \frac{3}{4} \pi r^3 \rho_0 \sqrt{g^2 + \omega^2 R^2}; F_3 = \frac{3}{4} \pi r^3 \rho_0 \sqrt{g^2 + \omega^2 R^2}$$