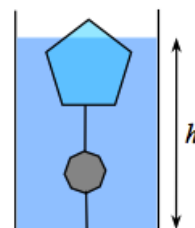


## Комбинированная гидростатика

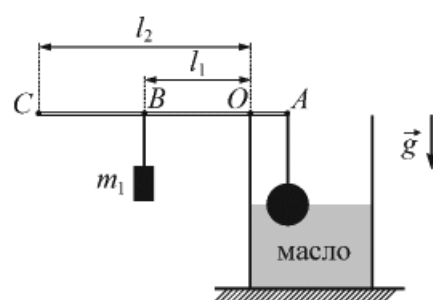
В этом листке собраны задачи по гидростатике, в основном использующие разные комбинированные идеи.

**Задача 1.** (МОШ, 2018, 8) В цилиндрическом сосуде с водой плавает льдинка с привязанной к ней детской игрушкой. Силы натяжения всех нитей одинаковы и равны  $T$ . Определите, в какую сторону и на сколько изменится уровень воды в стакане после того, как лёд растает. Площадь дна сосуда  $S$ , плотность воды  $\rho$ .



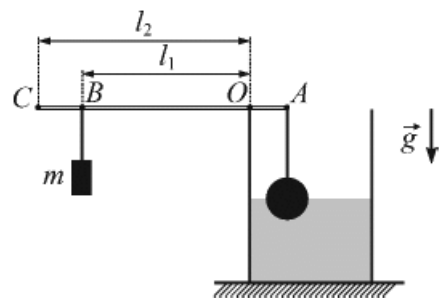
$$\frac{\delta h}{h} = \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

**Задача 2.** (МОШ, 2016, 7) К правому концу  $A$  стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с машинным маслом (как показано на рисунке), а к точке  $B$ , находящейся на расстоянии  $l_1 = 50$  см слева от точки опоры  $O$ , подвесили груз массой  $m_1 = 2,3$  кг. При этом шарик оказался погружен в масло на половину своего объёма. Затем груз  $m_1$  сняли, а стержень с шаром перенесли и положили на край сосуда с водой так, что точка опоры  $O$  осталась прежней. Груз какой массой  $m_2$  надо подвесить к другому концу стержня  $C$ , находящемуся на расстоянии  $l_2 = 110$  см от точки  $O$ , чтобы алюминиевый шарик снова оказался погруженным на половину своего объёма? Плотности алюминия, машинного масла и воды равны  $\rho_a = 2700$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_m = 800$  кг/м<sup>3</sup> и  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup> соответственно. Перед погружением шарика в воду его тщательно протерли от масла.



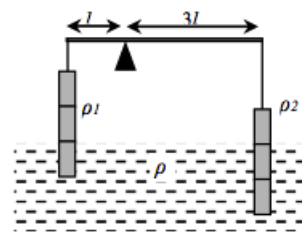
$$\text{Для } \Gamma = \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{\rho_d - \rho_d \tau_1}{\rho_d - \rho_d \tau_2} \Gamma u = \tau u$$

**Задача 3.** (МОШ, 2016, 8) К правому концу  $A$  стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с водой (как показано на рисунке), а к точке  $B$ , находящейся на расстоянии  $l_1 = 50$  см слева от точки опоры  $O$ , подвесили груз такой массой  $m$ , что шарик оказался погруженным в воду на половину своего объёма. На какую часть своего объёма окажется погруженным в воду этот шарик, если груз  $m$  перевесить из точки  $B$  в точку  $C$ , находящуюся на расстоянии  $l_2 = 60$  см слева от точки  $O$ ? Плотность алюминия  $\rho_a = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.



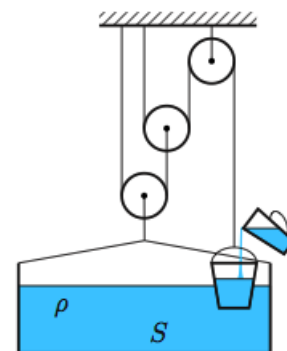
$$90^\circ = \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} - \frac{\rho_d}{\rho_d} \right) \frac{\tau_1}{\tau_2} - \frac{\rho_d}{\rho_d} = \nu$$

Задача 4. (МОШ, 2017, 8) На лёгком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый — на треть, а правый — на две трети объёма). Плотность левого цилиндра  $\rho_1 = 4,0 \text{ г/см}^3$ , а правого —  $\rho_2 = 2,2 \text{ г/см}^3$ . Определите плотность жидкости  $\rho$ .



$$\rho = 2,2 \text{ г/см}^3$$

Задача 5. («Максвелл», 2017, финал, 7) Небольшое ведёрко частично погружено в воду, налитую в сосуд с вертикальными стенками. Сосуд связан с ведёрком с помощью лёгких блоков и нитей. Вся система находится в равновесии. Площадь дна сосуда  $S$ , плотность воды  $\rho$ .



1) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в ведёрко добавить  $\Delta m$  воды?

2) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в него добавить  $\Delta m$  воды?

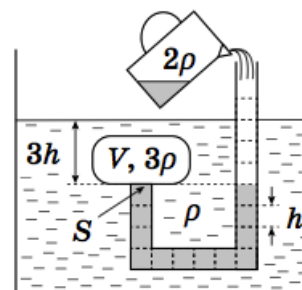
3) На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если добавить  $\Delta m/2$  воды в ведёрко и  $\Delta m/2$  воды в сосуд?

4) Если суммарно добавить в сосуд и в ведёрко  $\Delta m$  воды, то какую долю из добавленного надо налить в ведёрко, чтобы глубина его погружения в воду не изменилась?

Ведёрко не касается дна сосуда.

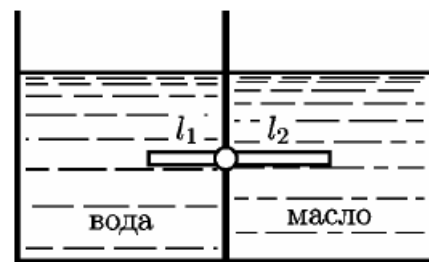
$$\Delta h = \frac{\Delta m}{\rho S} \left( \frac{1}{3} \text{ ; } \frac{2}{3} \text{ ; } \frac{1}{2} \text{ ; } \frac{1}{3} \right)$$

Задача 6. («Максвелл», 2018, финал, 7) В жидкость с плотностью  $\rho$  полностью погружено однородное тело, симметрично закрывающее изогнутую трубку с площадью поперечного сечения  $S = 10 \text{ см}^2$ . Высота одной секции трубки равна  $h = 4 \text{ см}$ , а расстояние от короткого конца трубки до поверхности жидкости составляет  $3h$ . Объём тела  $V = 2hS$ . Какой минимальный объём жидкости плотностью  $2\rho$  надо долить в трубку, чтобы тело оторвалось от трубки? Плотность тела в три раза больше плотности жидкости  $\rho$ . Изначально трубка заполнена жидкостью плотностью  $2\rho$  до высоты  $4h$ .



$$\Delta V = 2hS$$

Задача 7. (МОШ, 2007, 8) Плотность масла измеряют в опыте, схема которого показана на рисунке. Сосуд разделён на две части вертикальной перегородкой. В одну часть сосуда налита вода, в другую — масло. В перегородку встроены шарнир, который может вращаться без трения. В шарнир вставлена однородная сосновая линейка, которая находится в равновесии. Длина левой части линейки равна  $l_1 = 40$  см, правой —  $l_2 = 60$  см. Плотность воды равна  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность линейки  $\rho = 600$  кг/м<sup>3</sup>. Чему равна плотность масла  $\rho_{\text{м}}$ ?



$$\rho_{\text{м}} l_2 \approx \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho} \right) (d - \rho d) + d = \rho d$$

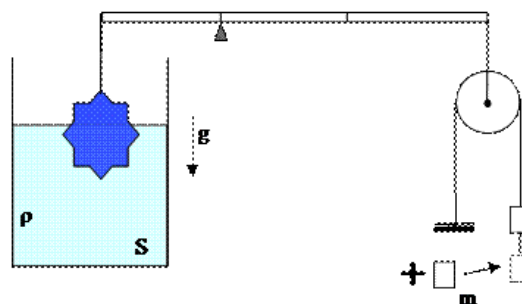
Задача 8. (МОШ, 2010, 8) В вертикальный цилиндрический стакан высотой  $H = 10$  см и площадью дна  $S = 100$  см<sup>2</sup> налита вода до уровня  $h = 8$  см. В стакан опустили, не разбрызгивая воду,  $N_1 = 100$  стальных шариков объёмом  $V_1 = 1$  см<sup>3</sup> каждый, а затем ещё  $N_2 = 50$  ледяных кубиков объёмом  $V_2 = 2,5$  см<sup>3</sup>. Какова оказалась после этого сила  $F$  давления на дно стакана? Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, стали —  $\rho_1 = 7,8$  г/см<sup>3</sup>, льда —  $\rho_2 = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, трением и атмосферным давлением пренебречь.

$$F = \rho g (d - \rho d) N + S H \rho d = F$$

Задача 9. («Физтех», 2014, 8–10) В цилиндрическом сосуде с водой плавает поплавок, к которому привязан груз массой  $m = 3$  кг и объёмом  $V = 1$  л. Как изменится уровень воды в сосуде, если нить оборвётся и груз утонет? Площадь дна сосуда  $S = 100$  см<sup>2</sup>, плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Ответ выразите в сантиметрах. Если ответ не целый, то округлить до сотых. Вводите положительное число, если уровень воды повысится, и отрицательное, если понизится.

20

Задача 10. («Физтех», 2016, 8) Тело, частично погружённое в жидкость, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками, уравновешено с помощью рычага, блока и груза. Опора делит рычаг в отношении 1 : 2. На сколько изменится (по модулю) высота уровня жидкости в сосуде, если к грузу добавить довесок, имеющий массу 0,3 кг? Тело остаётся частично погружённым в жидкость. Площадь дна сосуда  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Плотность жидкости 1200 кг/м<sup>3</sup>. Ответ выразить в см, округлить до целых.



01

ЗАДАЧА 11. («Максвелл», 2017, РЭ, 8) Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость шарик объемом  $V = 10 \text{ см}^3$  и плотностью  $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$  (рис.). Плотность жидкости в сосуде равна  $\rho_0 = 1200 \text{ кг/м}^3$ . Найдите модуль разности сил реакции опор.

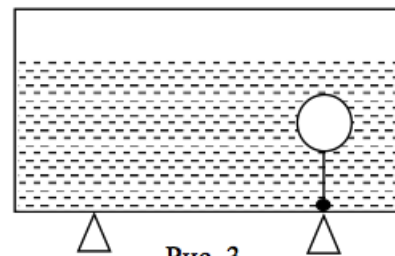
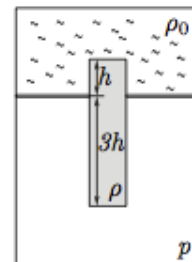


Рис. 3

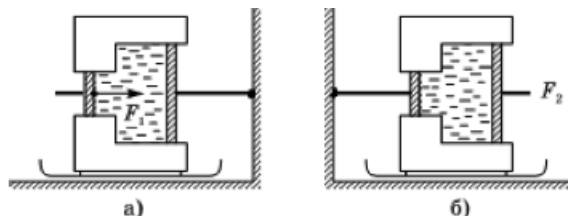
$$\Delta F = \rho_0 V (\rho - \rho_0) = \Delta F$$

ЗАДАЧА 12. («Максвелл», 2014, 8) В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью  $\rho_0 = 800 \text{ кг/м}^3$ , отделённая легким подвижным поршнем от газа (см. рисунок), находящегося внизу и имеющего давление  $p = 20 \text{ кПа}$ . В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок, причём в жидкость поплавок погружён на некоторую длину  $h$ , а в газ — на длину  $3h$ . Площадь основания поплавка  $S$ . Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень — относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка  $\rho$ , чтобы система могла оставаться в равновесии? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



$$\rho = \frac{p}{g h}$$

ЗАДАЧА 13. («Максвелл», 2019, РЭ, 8) На полозьях, которые могут скользить по **гладкому** полу, установлен гидравлический пресс, заполненный несжимаемым маслом. Шток поршня большего диаметра прикреплен к стене (рис. а). При движении поршня между ним и стенкой прессы возникает сила трения  $F$  (одинаковая для обоих поршней). Чтобы сдвинуть пресс с места, к меньшему поршню необходимо приложить силу не меньшую, чем  $F_1 = 500 \text{ Н}$ .

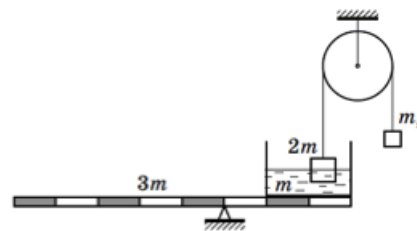


Определите величину силы трения  $F$ , если площади поршней отличаются в 4 раза.

Какую минимальную горизонтальную силу  $F_2$  необходимо приложить к поршню большего диаметра, чтобы отодвинуть пресс от стены, если установить его так, чтобы шток меньшего поршня был прикреплен к стене (рис. б)? В какую сторону в этом случае должна быть направлена сила  $F_2$ ?

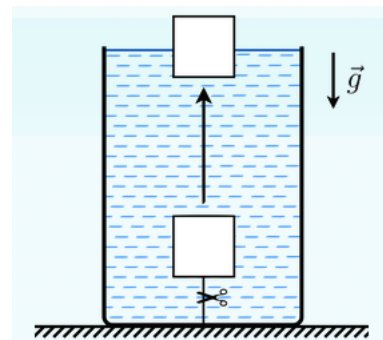
$$F_2 = \frac{F_1}{4} = 125 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 14. («Максвелл», 2018, РЭ, 8) Прямоугольный лёгкий сосуд с жидкостью массой  $m$  помещён на однородный рычаг массой  $3m$ . В жидкость опущено тело массой  $2m$ , не касающееся дна сосуда и удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы  $m_x$  груз необходимо подвесить к противоположному концу нити для равновесия всей системы? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



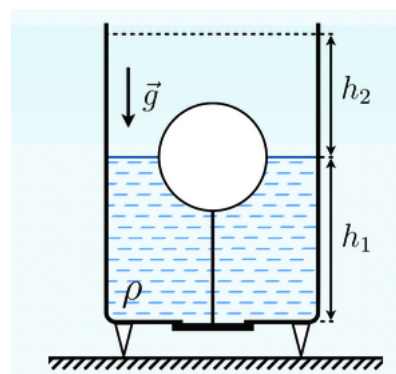
$$u \frac{z}{\xi} = x u$$

ЗАДАЧА 15. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 10–11) С помощью нити пластиковый кубик массой  $m = 24$  г прикреплен ко дну цилиндрического сосуда, наполненного водой, причём кубик целиком погружён в воду. После того как перерезали нить, кубик всплывает. Как и на сколько изменился уровень воды в сосуде? Ответ выразить в мм, округлив до целых. Если уровень повысился, то ответ следует внести со знаком «+», если же понизился, то со знаком «-». Длина ребра кубика равна  $a = 4$  см. Площадь поперечного сечения сосуда равна  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.



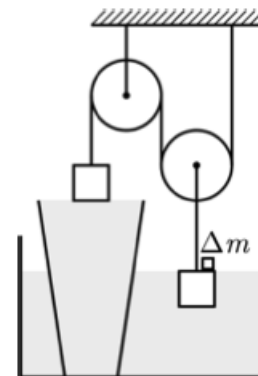
$$z-$$

ЗАДАЧА 16. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 8–9) Сосуд заполнен жидкостью плотности  $\rho = 1,5$  г/см<sup>3</sup> до уровня  $h_1 = 30$  см. Отверстие площади  $S = 120$  см<sup>2</sup> в дне перекрыто снизу пластинкой, которая связана нитью с поплавком, наполовину погружённым в жидкость. С какой силой пластинка давит на дно, если при повышении уровня жидкости на величину  $h_2 = 50$  см (при которой поплавок полностью погружён) жидкость начинает выдавливаться из отверстия? Ответ выразить в Н, округлив до целых. Ускорение свободного падения  $g = 10$  Н/кг. Массами поплавка, нити и пластинки пренебречь.



$$81$$

Задача 17. (МОШ, 2018, 8) В широком поддоне с вертикальными стенками, который частично заполнен водой, стоит доверху наполненный водой стакан. Два цилиндрических груза удерживаются в равновесии с помощью системы блоков и нитей, как показано на рисунке. На правом грузе стоит маленький перегрузок массой  $\Delta m$ . При этом левый груз касается поверхности воды своей нижней гранью, а правый груз — верхней. Площадь горизонтального поперечного сечения левого груза равна  $S$ , а правого —  $2S$ . С правого груза очень медленно снимают перегрузок, после чего левый груз оказывается частично погружённым в воду.



- 1) На сколько изменится высота уровня воды в поддоне?
- 2) Какая масса воды перельётся из стакана в поддон?
- 3) Какой вид имеет зависимость глубины погружения в воду левого груза от массы перегрузка?

Блоки невесомы, нить невесома и нерастяжима, трения нет. Вода из поддона не выливается.

1) Не изменится; 2)  $\Delta m/3$ ; 3) прямая пропорциональность

Задача 18. («Физтех», 2015, 10) В цилиндрическом сосуде с вертикальными стенками, заполненном солёной водой с плотностью  $1250 \text{ кг/м}^3$ , плавает кусок пресного льда. Когда лёд растаял, глубина жидкости в сосуде увеличилась на 5%. Какой стала плотность жидкости после таяния льда? Ответ выразите в  $\text{кг/м}^3$  и округлите до целых.

0611

Задача 19. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9) Наземникус решил спрятать один из вынесенных золотых слитков в глубоком цилиндрическом колодце, площадь поперечного сечения которого  $S = 0,5 \text{ м}^2$ . В колодце была вода и поддерживалась температура  $0^\circ\text{C}$ . Наземникус поместил слиток в кусок льда, причем лёд со слитком плавал на поверхности воды в колодце, не касаясь стенок. Из-за небольшого повышения температуры лёд все-таки растаял, и уровень воды в колодце понизился на  $\Delta h_1 \approx 9,48 \text{ мм}$  (вода из колодца не выливается и в колодец не поступает). После извлечения слитка из колодца уровень понизился ещё на  $\Delta h_2 \approx 0,52 \text{ мм}$ . Найдите массу золотого слитка и определите его плотность (слитки содержат небольшое количество примесей, и их плотность может отличаться от «табличной» плотности чистого золота). Плотность воды в колодце  $\rho_0 = 1,00 \text{ г/см}^3$ , тепловым расширением всех материалов при небольшом нагревании пренебречь.

$m = \rho_0 S (\Delta h_1 + \Delta h_2) \approx 0,005 \text{ кг}$ ;  $\rho = \frac{m}{V} \approx 1912 \text{ г/см}^3$

Задача 20. (МОШ, 2019, 8–9) В цилиндрическую кастрюлю, радиус основания которой равен  $R = 10$  см, налита вода и опущен кусок льда массой  $m = 400$  г. В этот кусок заморожена нитка, привязанная к воздушному шарик объёмом  $V = 8$  л, заполненному гелием. При этом уровень воды в кастрюле равен  $h = 30$  см. Кусок льда постепенно тает. В некоторый момент кусок льда уменьшается настолько, что воздушный шарик поднимает его над поверхностью воды. После этого шарик и лёд улетают. Чему в результате станет равен уровень воды в кастрюле? Плотность воды равна  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, льда —  $\rho_2 = 900$  кг/м<sup>3</sup>, воздуха —  $\rho_3 = 1,25$  кг/м<sup>3</sup>, гелия —  $\rho_4 = 0,18$  кг/м<sup>3</sup>, массой оболочки шарика можно пренебречь. Считайте, что масса капель воды, образовавшихся при таянии льда и упавших в кастрюлю после отрыва льда от поверхности воды, пренебрежимо мала. Некоторые числовые данные не являются необходимыми для решения, но их можно использовать, если так вам будет проще.

Уровень воды в кастрюле будет таким же, как в начальном момент времени