Геометрическая оптика

Данное методическое пособие написано для учеников 8–11 классов. Оно охватывает следующие темы единого госэкзамена по физике:

- Прямолинейное распространение света
- Закон отражения света
- Построение изображений в плоском зеркале
- Закон преломления света
- Полное внутреннее отражение
- Линзы. Оптическая сила линзы
- Формула тонкой линзы
- Построение изображений в линзах
- Глаз как оптическая система
- Оптические приборы

Пособие будет полезно при подготовке не только к ЕГЭ по физике, но и к различным олимпиадам (особенно вузовским).

Содержание

1 Световые лучи

Оптика есть наука о распространении света. Говоря о свете, мы всегда подразумеваем *видимый свет*, то есть электромагнитные волны в узком частотном диапазоне, непосредственно воспринимаемые человеческим глазом. Напомним, что длины волн видимого света находятся в промежутке приблизительно от 380 до 780 нм.

С точки зрения электродинамики Максвелла распространение света ничем не отличается от распространения других электромагнитных излучений — радиоволн, инфракрасного, ультрафиолетового, рентгеновского и гамма-излучения. В этом смысле оптика оказывается просто частью электродинамики.

Но ввиду той колоссальной роли, которую свет играет в жизни человека, оптические явления начали изучаться давным-давно. Все основные законы оптики были установлены задолго до создания электродинамики и открытия электромагнитных волн. И потому с тех давних пор оптика оформилась в самостоятельный раздел физики — со своими специфическими задачами, методами, экспериментами и приборами.

Главным природным источником света служит Солнце, и люди ставили много опытов с солнечными лучами. Отсюда в оптику вошло понятие *светового луча*. Впоследствии оно получило строгое определение.

Световой луч — это геометрическая линия, которая в каждой своей точке перпендикулярна волновому фронту, проходящему через эту точку. Направление светового луча совпадает с направлением распространения света.

Если данное определение осталось для вас не совсем понятным — ничего страшного: на первых порах вы можете представлять себе просто узкие пучки света наподобие солнечных лучей. Этого вполне хватит, чтобы уяснить все основные вещи и научиться решать задачи. Ну а время строгого определения придёт несколько позже — когда начнётся волновая оптика.

1.1 Законы геометрической оптики

Геометрическая оптика изучает распространение световых лучей. Это исторически первый и наиболее простой раздел оптики. В основе геометрической оптики лежат четыре основных закона.

1. Закон независимости световых лучей.

2. Закон прямолинейного распространения света.

3. Закон отражения света.

4. Закон преломления света.

Данные законы были установлены в результате наблюдений за световыми лучами и послужили обобщениями многочисленных опытных фактов. Они являются утверждениями, сформулированными на языке геометрии. Волновая природа света в них не затрагивается.

Законы геометрической оптики первоначально являлись *постулатами*. Они лишь констатировали: таким вот образом ведёт себя природа. Однако впоследствии оказалось, что законы геометрической оптики могут быть *выведены* из более фундаментальных законов волновой оптики.

Геометрическая оптика отлично работает, когда длина световой волны λ много меньше размеров объектов, присутствующих в данной физической ситуации. Можно сказать, что геометрическая оптика есть предельный случай волновой оптики при $\lambda \to 0$. Неудивительно поэтому, что сначала были открыты законы именно геометрической оптики: ведь размеры предметов, встречающихся нам в повседневной жизни, намного превышают длины волн видимого света.

Первый закон геометрической оптики совсем простой. Он говорит о том, что вклад каждого светового луча в суммарное освещение не зависит от наличия других лучей.

Закон независимости световых лучей. *Если световые лучи пересекаются, то они не оказывают никакого влияния друг на друга. Каждый луч освещает пространство так, как если бы других лучей вообще не было.*

Закон прямолинейного распространения света также очень прост, и мы его сейчас обсудим. Законам отражения и преломления будут посвящены следующие разделы.

Закон прямолинейного распространения света. *В прозрачной однородной среде световые лучи являются прямыми линиями.*

Что такое «прозрачная однородная среда»? Среда называется *прозрачной*, если в ней может распространяться свет. Среда называется *однородной*, если её свойства не меняются от точки к точке. Равномерно прогретый воздух, чистая вода, стекло без примесей — всё это примеры прозрачных и оптически однородных сред.

Таким образом, закон прямолинейного распространения света означает, что в прозрачной однородной среде понятие светового луча совпадает с понятием луча в геометрии.

Данный закон не требует каких-либо дополнительных пояснений — он хорошо вам известен. Вам неоднократно доводилось видеть прямолинейные солнечные лучи, пронизывающие облака, или тонкий прямой луч, пробивающийся в запылённой комнате через щель в окне. Находясь под водой, можно наблюдать прямые солнечные лучи, идущие сквозь воду.

При нарушении однородности среды нарушается и закон прямолинейного распространения света. Например, на границе раздела двух прозрачных сред световой луч может разделиться на два луча: отражённый и преломлённый. Если оптические свойства среды меняются от точки к точке, то ход световых лучей искривляется. В этом состоит причина миражей: слой воздуха вблизи раскалённой земной поверхности нагрет больше, чем вышележащие слои; он имеет иные оптические свойства, и его действие оказывается подобным зеркалу. Обо всём этом мы поговорим позднее.

1.2 Геометрическая тень

Вам хорошо известно, что различные предметы отбрасывают тень. На рис. 1 изображён точечный источник света S и непрозрачный предмет — красный треугольник. На экране мы видим тень этого предмета в виде серого треугольника.

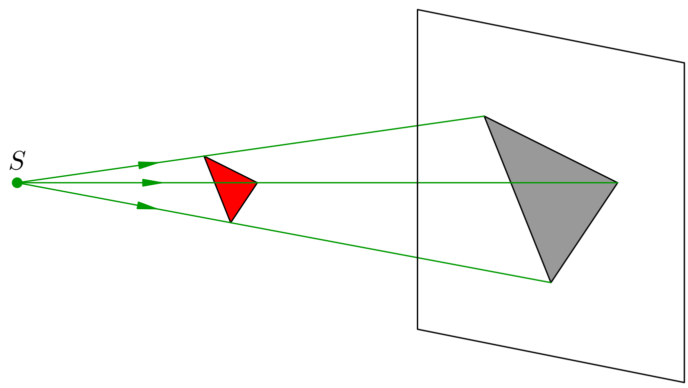

Рис. 1. Геометрическая тень

Откуда берётся тень? Дело в том, что если на пути световых лучей оказывается непрозрачный предмет, то происходит следующее.

- Луч, идущий мимо предмета, продолжает распространяться в прежнем направлении — как если бы данного предмета вообще не было.
- Луч, попадающий на предмет, не проникает внутрь предмета. Дальнейший ход такого луча в прежнем направлении пресекается.

Так возникает *геометрическая тень*, края которой чётко очерчены[1]. Поскольку свет распространяется прямолинейно, форма геометрической тени оказывается подобной контуру предмета. Так, на рис. 1 серый треугольник подобен красному.

[1] Граница реальной тени имеет более сложный вид: вмешивается *дифракция* света на краях предмета. Дифракция — это отклонение света от первоначального направления; данное явление обусловлено волновой природой света и не описывается в рамках геометрической оптики.

2 Отражение света

Когда световой луч падает на границу раздела двух сред, происходит *отражение света*: луч изменяет направление своего хода и возвращается в исходную среду.

На рис. 2 изображены *падающий луч* AO, *отражённый луч* OB, а также перпендикуляр OC, проведённый к отражающей поверхности KL в точке падения O.

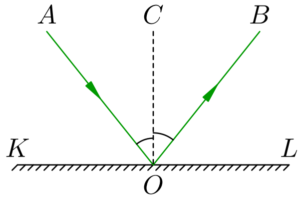

Рис. 2. Закон отражения

Угол AOC называется *углом падения*. Обратите внимание и запомните: угол падения отсчитывается от перпендикуляра к отражающей поверхности, а не от самой поверхности! Точно так же *угол отражения* — это угол BOC, образованный отражённым лучом и перпендикуляром к поверхности.

2.1 Закон отражения

Сейчас мы сформулируем один из самых древних законов физики. Он был известен грекам ещё в античности!

Закон отражения.

1) Падающий луч, отражённый луч и перпендикуляр к отражающей поверхности, проведённый в точке падения, лежат в одной плоскости.

2) Угол отражения равен углу падения.

Таким образом, $\angle AOC = \angle BOC$, что и показано на рис. 2.

Закон отражения имеет одно простое, но очень важное геометрическое следствие. Давайте посмотрим на рис. 3. Пусть из точки A исходит световой луч. Построим точку A', симметричную точке A относительно отражающей поверхности KL.

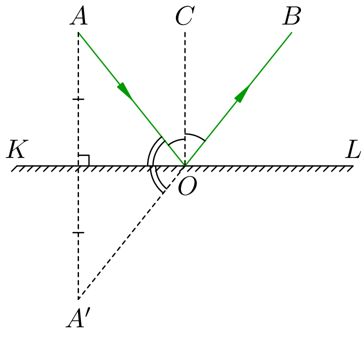

Рис. 3. Отражённый луч выходит из точки A'

Из симметрии точек A и A' ясно, что $\angle AOK = \angle A'OK$. Кроме того, $\angle AOK + \angle AOC = 90°$. Поэтому $\angle A'OB = 2(\angle AOK + \angle AOC) = 180°$, и, следовательно, точки A', O и B лежат на одной прямой! *Отражённый луч OB как бы выходит из точки A', симметричной точке A относительно отражающей поверхности.* Данный факт нам чрезвычайно пригодится в самом скором времени.

Закон отражения описывает ход отдельных световых лучей — узких пучков света. Но во многих случаях пучок является достаточно широким, то есть состоит из множества параллельных лучей. Картина отражения широкого пучка света будет зависеть от свойств отражающей поверхности.

Если поверхность является неровной, то после отражения параллельность лучей нарушится. В качестве примера на рис. 4 показано отражение от волнообразной поверхности. Отражённые лучи, как видим, идут в самых разных направлениях.

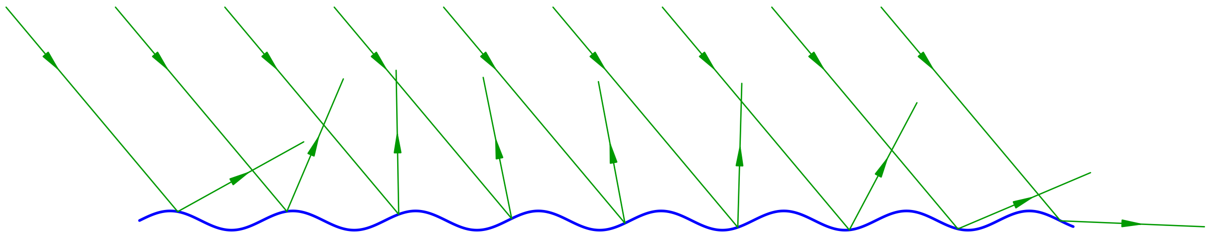

Рис. 4. Отражение от волнообразной поверхности

Но что значит «неровная» поверхность? Какие поверхности являются «ровными»? Ответ таков: поверхность считается неровной, если размеры её неровностей не меньше длины световых волн. Так, на рис. 4 характерный размер неровностей на несколько порядков превышает величину длин волн видимого света.

Поверхность с микроскопическими неровностями, соизмеримыми с длинами волн видимого света, называется *матовой*. В результате отражения параллельного пучка от матовой поверхности получается *рассеянный свет* — лучи такого света идут во всевозможных направлениях[2]. Само отражение от матовой поверхности называется поэтому *рассеянным* или *диффузным*[3].

Если же размер неровностей поверхности меньше длины световой волны, то такая поверхность называется *зеркальной*. При отражении от зеркальной поверхности параллельность пучка сохраняется: отражённые лучи также идут параллельно (рис. 5).

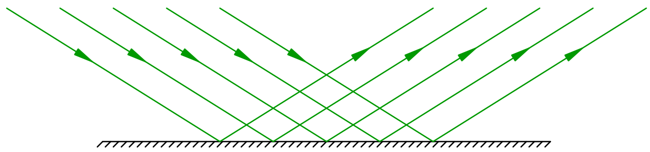

Рис. 5. Отражение от зеркальной поверхности

Приблизительно зеркальной является гладкая поверхность воды, стекла или отполированного металла. Отражение от зеркальной поверхности называется соответственно *зеркальным*. Нас будет интересовать простой, но важный частный случай зеркального отражения — отражение в плоском зеркале.

2.2 Плоское зеркало

Плоское зеркало — это часть плоскости, зеркально отражающая свет. Плоское зеркало — привычная вещь; таких зеркал несколько в вашем доме. Но теперь мы сможем разобраться, почему, смотрясь в зеркало, вы видите в нём отражение себя и находящихся рядом с вами предметов.

Точечный источник света S на рис. 6 испускает лучи в разных направлениях; давайте возьмём два близких луча, падающих на плоское зеркало. Мы уже знаем, что отражённые лучи

[2]Именно поэтому мы видим окружающие предметы: они отражают рассеянный свет, который мы и наблюдаем с любого ракурса.

[3]Латинское слово *diffusio* как раз и означает *распространение*, *растекание*, *рассеивание*.

пойдут так, будто они исходят из точки S', симмметричной точке S относительно плоскости зеркала.

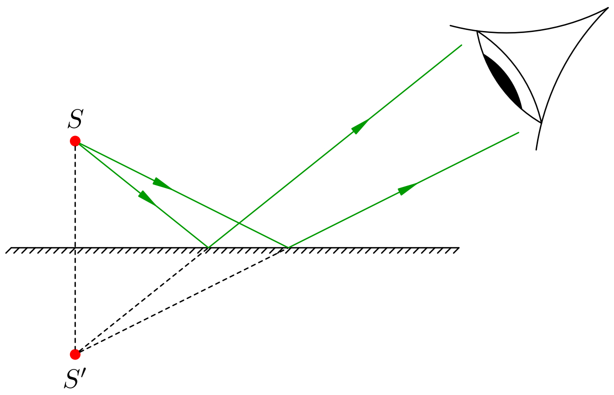

Рис. 6. Изображение источника света в плоском зеркале

Самое интересное начинается, когда расходящиеся отражённые лучи попадают к нам в глаз. Особенность нашего сознания состоит в том, что мозг достраивает расходящийся пучок, продолжая его за зеркало до пересечения в точке S'. Нам *кажется*, что отражённые лучи исходят из точки S' — мы видим там светящуюся точку!

Эта точка служит *изображением* источника света S. Конечно, в реальности ничего за зеркалом не светится, никакая энергия там не сосредоточена — это иллюзия, обман зрения, порождение нашего сознания. Поэтому точка S' называется *мнимым изображением* источника S. В точке S' пересекаются не сами световые лучи, а их мысленные продолжения «в зазеркалье».

Ясно, что изображение S' будет существовать независимо от размеров зеркала и от того, находится ли источник непосредственно над зеркалом или нет (рис. 7). Важно только, чтобы отражённые от зеркала лучи попадали в глаз — а уж глаз сам сформирует изображение источника.

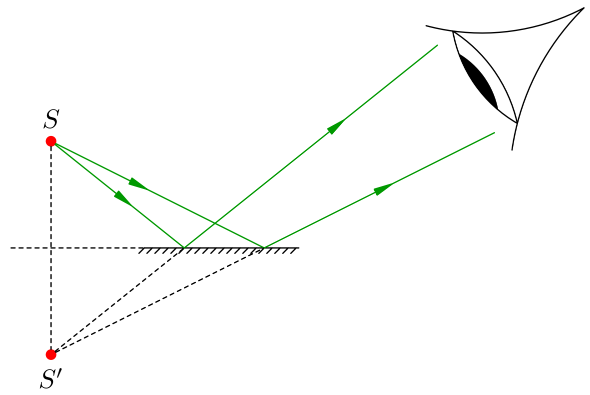

Рис. 7. Источник не над зеркалом: изображение есть всё равно

От расположения источника и размеров зеркала зависит *область видения* — пространственная область, из которой видно изображение источника. Область видения задаётся краями K и L зеркала KL. Построение области видения изображения S' ясно из рис. 8; искомая область видения выделена серым фоном.

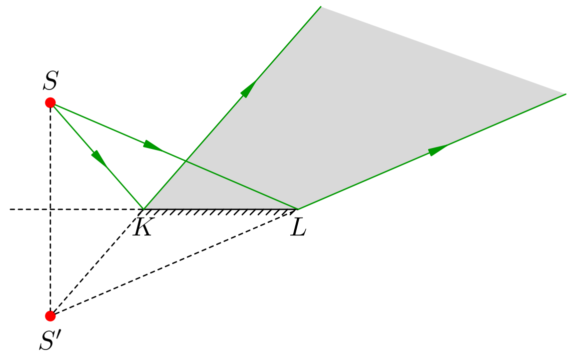

Рис. 8. Область видения изображения источника S

Как построить изображение произвольного предмета в плоском зеркале? Для этого достаточно найти изображение каждой точки этого предмета. Но мы знаем, что изображение точки симметрично самой точке относительно зеркала. Следовательно, *изображение предмета в плоском зеркале симметрично предмету относительно плоскости зеркала* (рис. 9).

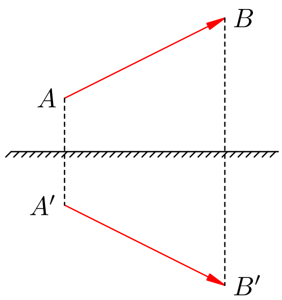

Рис. 9. Изображение предмета AB в плоском зеркале

Расположение предмета относительно зеркала и размеры самого зеркала не влияют на изображение (рис. 10).

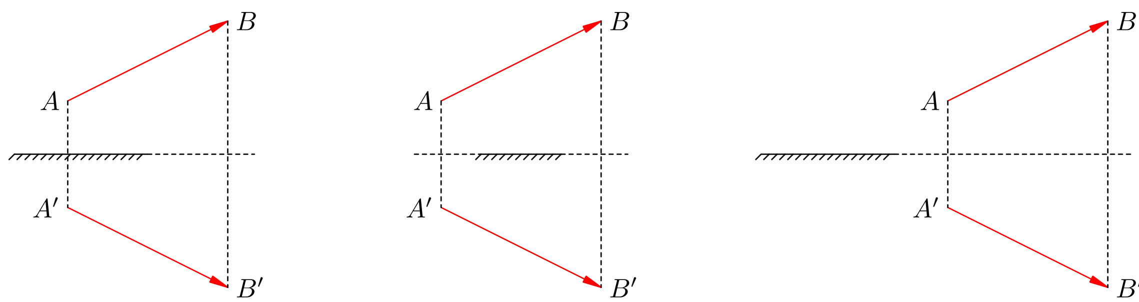

Рис. 10. Изображение не зависит от взаимного расположения предмета и зеркала

3 Преломление света

На границе раздела двух прозрачных сред наряду с отражением света наблюдается его *преломление* — свет, переходя в другую среду, меняет направление своего распространения.

Преломление светового луча происходит при его *наклонном* падении на поверхность раздела (правда, не всегда — читайте дальше про полное внутреннее отражение). Если же луч падает перпендикулярно поверхности, то преломления не будет — во второй среде луч сохранит своё направление и также пойдёт перпендикулярно поверхности.

3.1 Закон преломления (частный случай)

Мы начнём с частного случая, когда одна из сред является воздухом. Именно такая ситуация присутствует в подавляющем большинстве задач. Мы обсудим соответствующий частный случай закона преломления, а уж затем дадим самую общую его формулировку.

Предположим, что луч света, идущий в воздухе, наклонно падает на поверхность стекла, воды или какой-либо другой прозрачной среды. При переходе в среду луч преломляется, и его дальнейший ход показан на рис. 11.

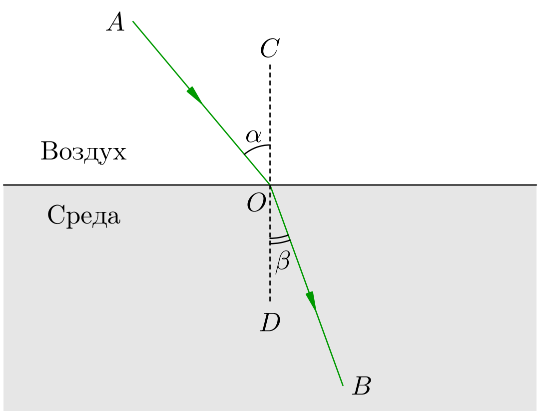

Рис. 11. Преломление луча на границе «воздух–среда»

В точке падения O проведён перпендикуляр (или, как ещё говорят, *нормаль*) CD к поверхности среды. Луч AO, как и раньше, называется *падающим лучом*, а угол α между падающим лучом и нормалью — *углом падения*. Луч OB — это *преломлённый луч*; угол β между преломлённым лучом и нормалью к поверхности называется *углом преломления*.

Всякая прозрачная среда характеризуется величиной n, которая называется *показателем преломления* этой среды. Показатели преломления различных сред можно найти в таблицах. Например, для стекла $n = 1{,}6$, а для воды $n = 1{,}33$. Вообще, у любой среды $n > 1$; показатель преломления равен единице только в вакууме. У воздуха $n = 1{,}0003$, поэтому для воздуха с достаточной точностью можно полагать в задачах $n = 1$ (в оптике воздух не сильно отличается от вакуума).

Закон преломления (переход «воздух–среда»).

1) Падающий луч, преломлённый луч и нормаль к поверхности, проведённая в точке падения, лежат в одной плоскости.

2) Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно показателю преломления среды:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n. \tag{1}$$

Поскольку $n > 1$, из соотношения (1) следует, что $\sin\alpha > \sin\beta$, то есть $\alpha > \beta$ — угол преломления меньше угла падения. Запоминаем: *переходя из воздуха в среду, луч после преломления идёт ближе к нормали.*

Показатель преломления непосредственно связан со скоростью v распространения света в данной среде. Эта скорость всегда меньше скорости света в вакууме: $v < c$. И вот оказывается, что

$$n = \frac{c}{v}\,. \tag{2}$$

Почему так получается, мы с вами поймём при изучении волновой оптики. А пока скомбинируем формулы (1) и (2):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v}\,. \tag{3}$$

Так как показатель преломления воздуха очень близок единице, мы можем считать, что скорость света в воздухе примерно равна скорости света в вакууме c. Приняв это во внимание и глядя на формулу (3), делаем вывод: *отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению скорости света в воздухе к скорости света в среде.*

3.2 Обратимость световых лучей

Теперь рассмотрим обратный ход луча: его преломление при переходе из среды в воздух. Здесь нам окажет помощь следующий полезный принцип.

Принцип обратимости световых лучей. *Траектория луча не зависит от того, в прямом или обратном направлении распространяется луч. Двигаясь в обратном направлении, луч пойдёт в точности по тому же пути, что и в прямом направлении.*

Согласно принципу обратимости, при переходе из среды в воздух луч пойдёт по той же самой траектории, что и при соответствующем переходе из воздуха в среду (рис. 12) Единственное отличие рис. 12 от рис. 11 состоит в том, что направление луча поменялось на противоположное.

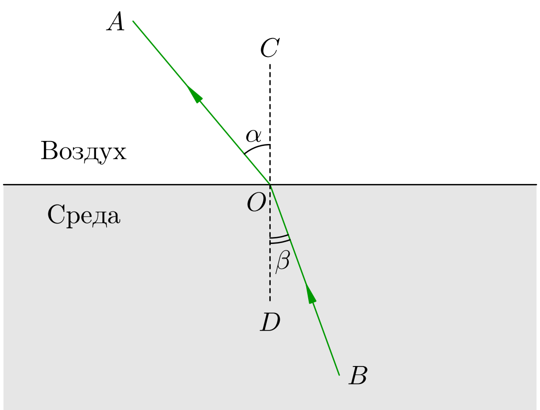

Рис. 12. Преломление луча на границе «среда–воздух»

Раз геометрическая картинка не изменилась, той же самой останется и формула (1): отношение синуса угла α к синусу угла β по-прежнему равно показателю преломления среды. Правда, теперь углы поменялись ролями: угол β стал углом падения, а угол α — углом преломления.

В любом случае, как бы ни шёл луч — из воздуха в среду или из среды в воздух — работает следующее простое правило. *Берём два угла — угол падения и угол преломления; отношение синуса большего угла к синусу меньшего угла равно показателю преломления среды.*

Теперь мы целиком подготовлены для того, чтобы обсудить закон преломления в самом общем случае.

3.3 Закон преломления (общий случай)

Пусть свет переходит из среды 1 с показателем преломления n_1 в среду 2 с показателем преломления n_2. Среда с бо́льшим показателем преломления называется *оптически более плотной*; соответственно, среда с меньшим показателем преломления называется *оптически менее плотной*.

Переходя из оптически менее плотной среды в оптически более плотную, световой луч после преломления идёт ближе к нормали (рис. 13). В этом случае угол падения больше угла преломления: $\alpha > \beta$.

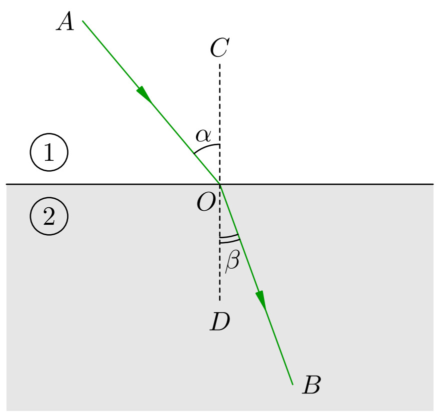

Рис. 13. $n_1 < n_2 \Rightarrow \alpha > \beta$

Наоборот, переходя из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, луч отклоняется дальше от нормали (рис. 14). Здесь угол падения меньше угла преломления: $\alpha < \beta$.

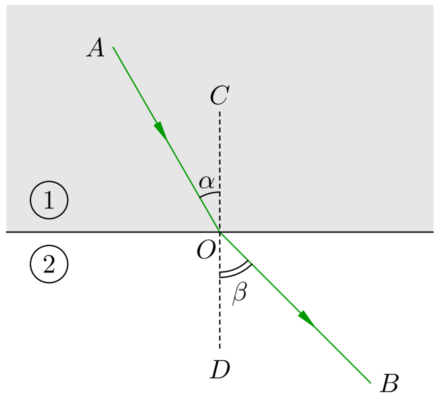

Рис. 14. $n_1 > n_2 \Rightarrow \alpha < \beta$

Оказывается, оба этих случая охватываются одной формулой — общим законом преломления, справедливым для любых двух прозрачных сред.

Закон преломления.

1) Падающий луч, преломлённый луч и нормаль к поверхности раздела сред, проведённая в точке падения, лежат в одной плоскости.

2) Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению показателя преломления второй среды к показателю преломления первой среды:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}\,. \qquad (4)$$

Нетрудно видеть, что сформулированный ранее закон преломления для перехода «воздух–среда» является частным случаем данного закона. В самом деле, полагая в формуле (4) $n_1 = 1$ и $n_2 = n$, мы придём к формуле (1).

Вспомним теперь, что показатель преломления — это отношение скорости света в вакууме к скорости света в данной среде: $n_1 = c/v_1$, $n_2 = c/v_2$. Подставляя это в (4), получим:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}\,. \tag{5}$$

Формула (5) естественным образом обобщает формулу (3). *Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению скорости света в первой среде к скорости света во второй среде.*

3.4 Полное внутреннее отражение

При переходе световых лучей из оптически более плотной среды в оптически менее плотную наблюдается интересное явление — *полное внутреннее отражение*. Давайте разберёмся, что это такое.

Будем считать для определённости, что свет идёт из воды в воздух. Предположим, что в глубине водоёма находится точечный источник света S, испускающий лучи во все стороны. Мы рассмотрим некоторые из этих лучей (рис. 15).

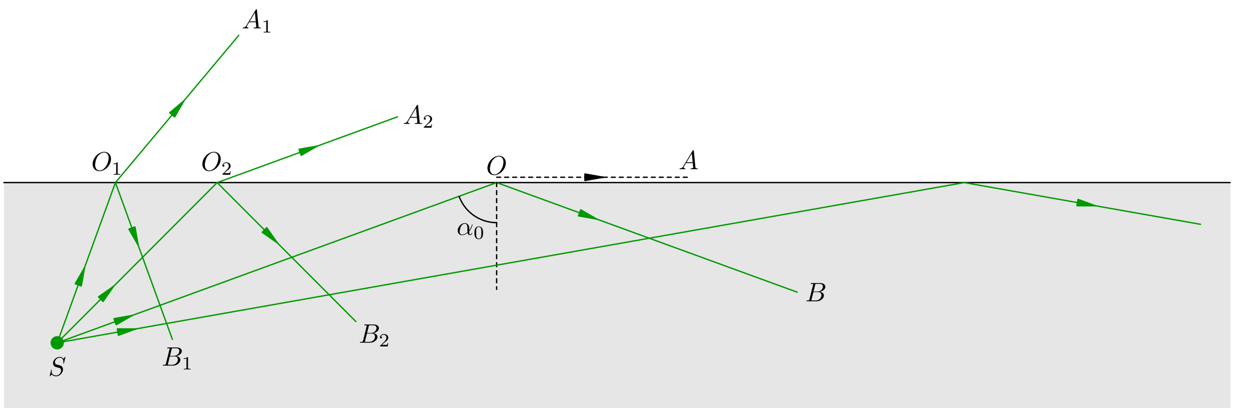

Рис. 15. Полное внутреннее отражение

Луч SO_1 падает на поверхность воды под наименьшим углом. Этот луч частично преломляется (луч O_1A_1) и частично отражается назад в воду (луч O_1B_1). Таким образом, часть энергии падающего луча передаётся преломлённому лучу, а оставшаяся часть энергии — отражённому лучу.

Угол падения луча SO_2 больше. Этот луч также разделяется на два луча — преломлённый и отражённый. Но энергия исходного луча распределяется между ними по-другому: преломлённый луч O_2A_2 будет тусклее, чем луч O_1A_1 (то есть получит меньшую долю энергии), а отражённый луч O_2B_2 — соответственно ярче, чем луч O_1B_1 (он получит бóльшую долю энергии).

По мере увеличения угла падения прослеживается та же закономерность: всё бóльшая доля энергии падающего луча достаётся отражённому лучу, и всё меньшая — преломлённому лучу. Преломлённый луч становится всё тусклее и тусклее, и в какой-то момент исчезает совсем!

Это исчезновение происходит при достижении угла падения α_0, которому отвечает угол преломления 90°. В данной ситуации преломлённый луч OA должен был бы пойти параллельно поверхности воды, да идти уже нечему — вся энергия падающего луча SO целиком досталась отражённому лучу OB.

При дальнейшем увеличении угла падения преломлённый луч и подавно будет отсутствовать.

Описанное явление и есть полное внутреннее отражение. Вода не выпускает наружу лучи с углами падения, равными или превышающими некоторое значение α_0 — все такие лучи целиком отражаются назад в воду. Угол α_0 называется *предельным углом полного отражения*.

Величину α_0 легко найти из закона преломления. Имеем:

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}\,.$$

Но $\sin 90^\circ = 1$, поэтому

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n}\,,$$

откуда

$$\alpha_0 = \arcsin\frac{1}{n}\,.$$

Так, для воды предельный угол полного отражения равен:

$$\alpha_0 = \arcsin\frac{1}{1{,}33} \approx 48{,}8^\circ.$$

Явление полного внутреннего отражения вы легко можете наблюдать дома. Налейте воду в стакан, поднимите его и смотрите на поверхность воды чуть снизу сквозь стенку стакана. Вы увидите серебристый блеск поверхности — вследствие полного внутреннего отражения она ведёт себя подобно зеркалу.

Важнейшим техническим применением полного внутреннего отражения является *волоконная оптика*. Световые лучи, запущенные внутрь оптоволоконного кабеля (*световода*) почти параллельно его оси, падают на поверхность под большими углами и целиком, без потери энергии отражаются назад внутрь кабеля. Многократно отражаясь, лучи идут всё дальше и дальше, перенося энергию на значительное расстояние. Волоконно-оптическая связь применяется, например, в сетях кабельного телевидения и высокоскоростного доступа в Интернет.

4 Линзы. Ход лучей

Преломление света широко используется в различных оптических приборах: фотоаппаратах, биноклях, телескопах, микроскопах... Непременной и самой существенной деталью таких приборов является линза.

Линза — это оптически прозрачное однородное тело, ограниченное с двух сторон двумя сферическими (или одной сферической и одной плоской) поверхностями.

Линзы обычно изготавливаются из стекла или специальных прозрачных пластмасс. Говоря о материале линзы, мы будем называть его стеклом — особой роли это не играет.

4.1 Двояковыпуклая линза

Рассмотрим сначала линзу, ограниченную с обеих сторон двумя выпуклыми сферическими поверхностями (рис. 16). Такая линза называется *двояковыпуклой*. Наша задача сейчас — понять ход лучей в этой линзе.

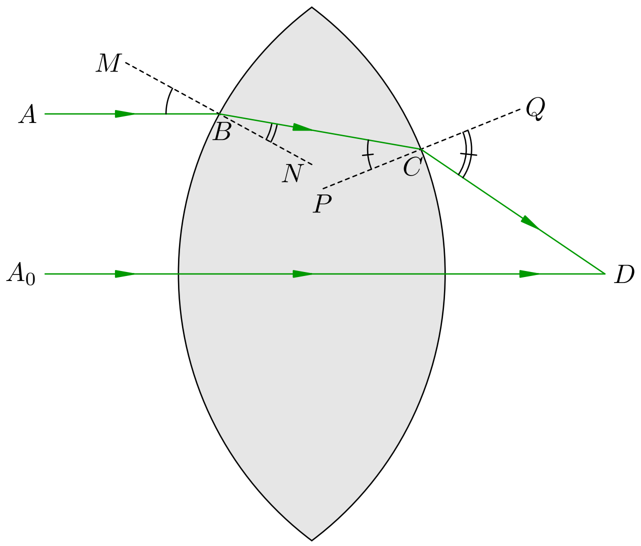

Рис. 16. Преломление в двояковыпуклой линзе

Проще всего обстоит дело с лучом, идущим вдоль *главной оптической оси* — оси симметрии линзы. На рис. 16 этот луч выходит из точки A_0. Главная оптическая ось перпендикулярна обеим сферическим поверхностям, поэтому данный луч идёт сквозь линзу, не преломляясь.

Теперь возьмём луч AB, идущий параллельно главной оптической оси. В точке B падения луча на линзу проведена нормаль MN к поверхности линзы; поскольку луч переходит из воздуха в оптически более плотное стекло, угол преломления CBN меньше угла падения ABM. Следовательно, преломлённый луч BC приближается к главной оптической оси.

В точке C выхода луча из линзы также проведена нормаль PQ. Луч переходит в оптически менее плотный воздух, поэтому угол преломления QCD больше угла падения PCB; луч преломляется опять-таки в сторону главной оптической оси и пересекает её в точке D.

Таким образом, всякий луч, параллельный главной оптической оси, после преломления в линзе приближается к главной оптической оси и пересекает её. На рис. 17 изображена картина преломления достаточно *широкого* светового пучка, параллельного главной оптической оси.

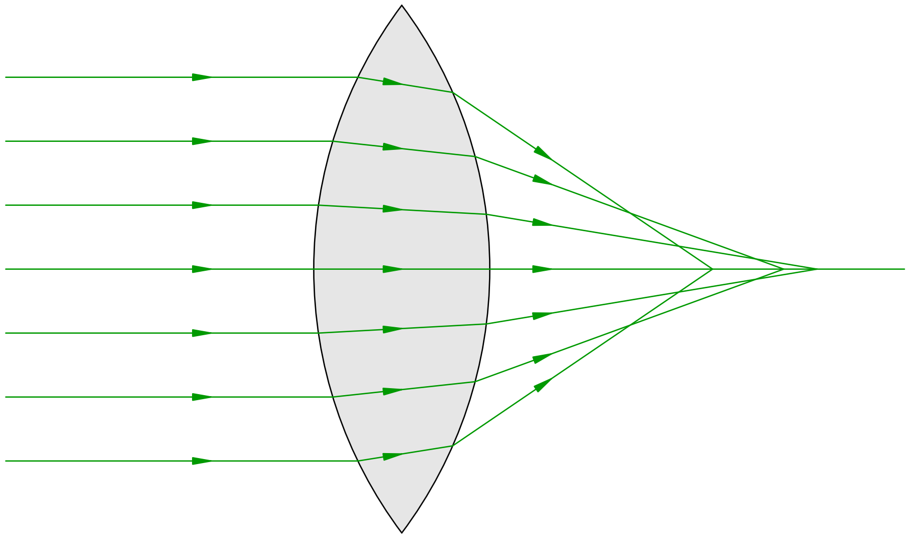

Рис. 17. Сферическая аберрация в двояковыпуклой линзе

Как видим, широкий пучок света *не фокусируется* линзой: чем дальше от главной оптической оси расположен падающий луч, тем ближе к линзе он пересекает главную оптическую ось после преломления. Это явление называется *сферической аберрацией* и относится к недостаткам линз — ведь хотелось бы всё же, чтобы линза сводила параллельный пучок лучей в одну точку[4].

Весьма приемлемой фокусировки можно добиться, если использовать *узкий* световой пучок, идущий вблизи главной оптической оси. Тогда сферическая аберрация почти незаметна — посмотрите на рис. 18.

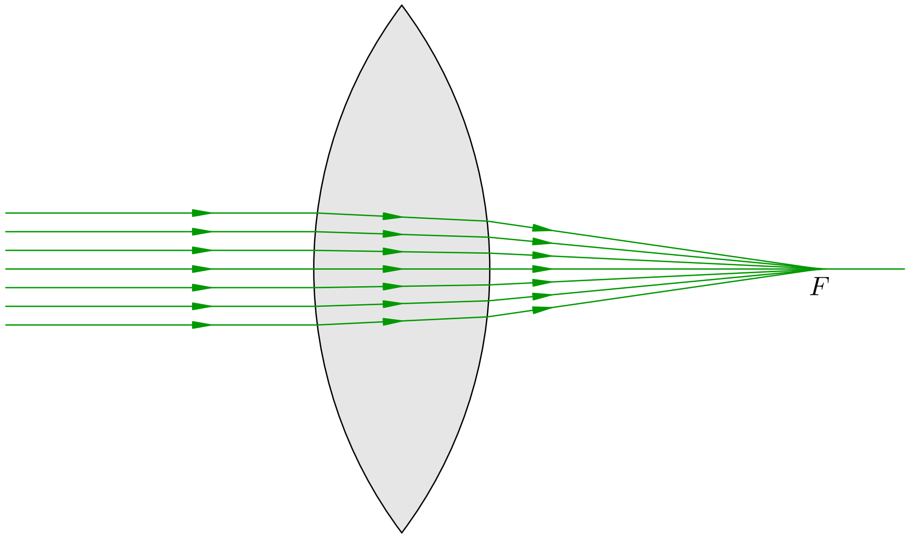

Рис. 18. Фокусировка узкого пучка собирающей линзой

Хорошо видно, что узкий пучок, параллельный главной оптической оси, после прохождения линзы собирается приблизительно в одной точке F. По этой причине наша линза носит название *собирающей*.

[4]Точная фокусировка широкого пучка действительно возможна, но для этого поверхность линзы должна иметь не сферическую, а более сложную форму. Шлифовать такие линзы — дело трудоёмкое и нецелесообразное. Проще уж изготавливать сферические линзы и бороться с появляющейся сферической аберрацией.

Кстати, аберрация называется сферической как раз потому, что возникает в результате замены оптимально фокусирующей сложной несферической линзы на простую сферическую.

Точка F называется *фокусом* линзы. Вообще, линза имеет два фокуса, находящиеся на главной оптической оси справа и слева от линзы. Расстояния от фокусов до линзы не обязательно равны друг другу, но мы всегда будем иметь дело с ситуациями, когда фокусы расположены симметрично относительно линзы.

4.2 Двояковогнутая линза

Теперь мы рассмотрим совсем другую линзу, ограниченную двумя *вогнутыми* сферическими поверхностями (рис. 19). Такая линза называется *двояковогнутой*. Так же, как и выше, мы проследим ход двух лучей, руководствуясь законом преломления.

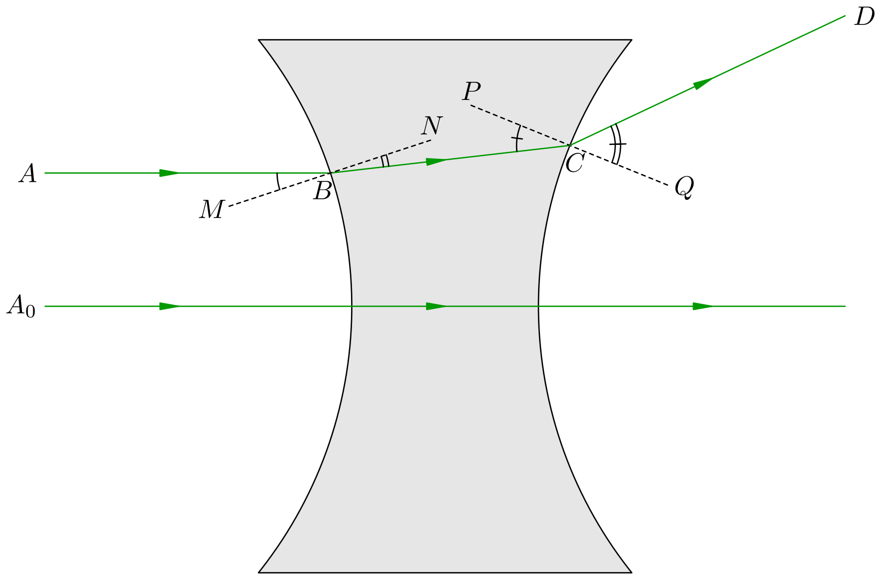

Рис. 19. Преломление в двояковогнутой линзе

Луч, выходящий из точки A_0 и идущий вдоль главной оптической оси, не преломляется — ведь главная оптическая ось, будучи осью симметрии линзы, перпендикулярна обеим сферическим поверхностям.

Луч AB, параллельный главной оптической оси, после первого преломления начинает удаляться от неё (так как при переходе из воздуха в стекло $\angle CBN < \angle ABM$), а после второго преломления удаляется от главной оптической оси ещё сильнее (так как при переходе из стекла в воздух $\angle QCD > \angle PCB$). Двояковогнутая линза преобразует параллельный пучок света в расходящийся пучок (рис. 20) и называется поэтому *рассеивающей*.

Здесь также наблюдается сферическая аберрация: продолжения расходящихся лучей не пересекаются в одной точке. Мы видим, что чем дальше от главной оптической оси расположен падающий луч, тем ближе к линзе пересекает главную оптическую ось продолжение преломлённого луча.

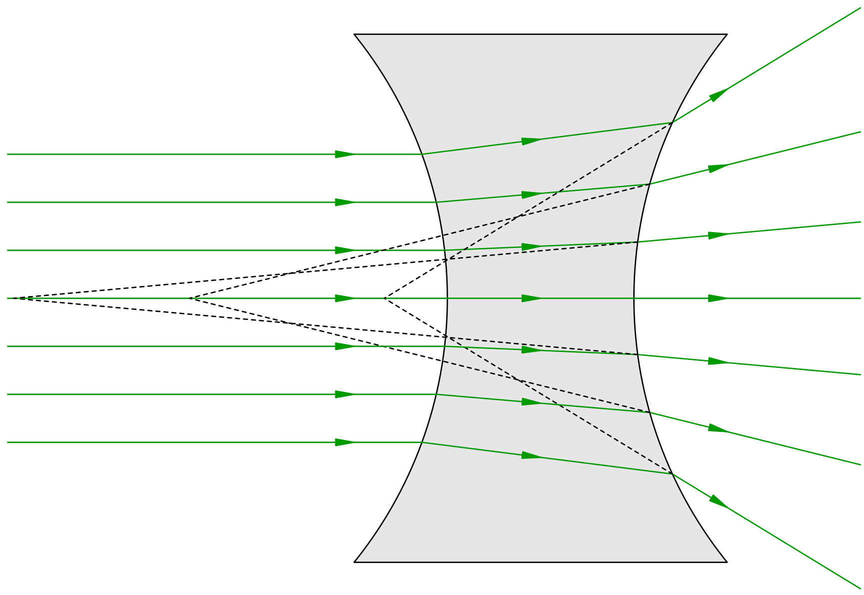

Рис. 20. Сферическая аберрация в двояковогнутой линзе

Как и в случае двояковыпуклой линзы, сферическая аберрация будет практически незаметна для узкого приосевого пучка (рис. 21). Продолжения лучей, расходящихся от линзы, пересекаются приблизительно в одной точке — в *фокусе* линзы F.

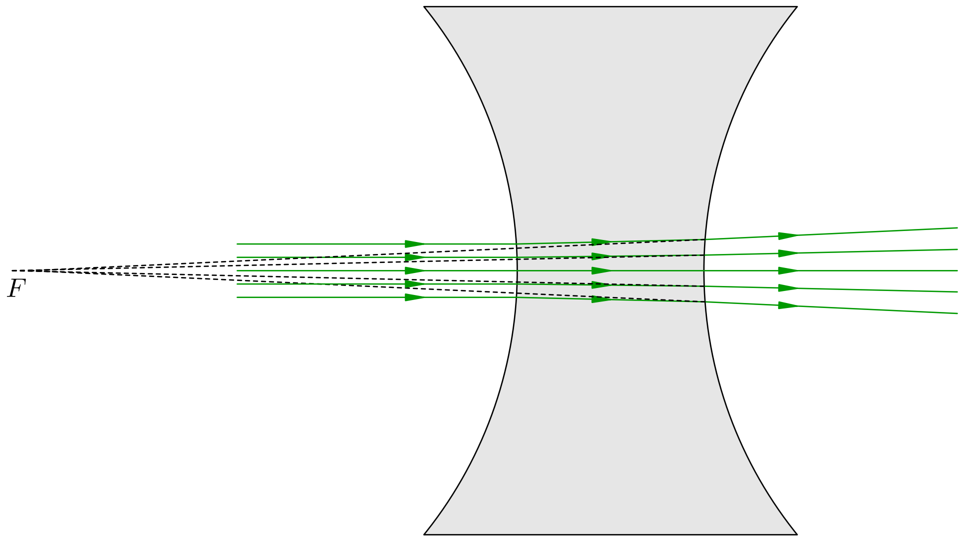

Рис. 21. Преломление узкого пучка в рассеивающей линзе

Если такой расходящийся пучок попадёт в наш глаз, то мы увидим за линзой светящуюся точку! Почему? Вспомните, как возникает изображение в плоском зеркале: наш мозг обладает способностью продолжать расходящиеся лучи до их пересечения и создавать в месте пересечения иллюзию светящегося объекта (так называемое мнимое изображение). Вот именно такое мнимое изображение, расположенное в фокусе линзы, мы и увидим в данном случае.

4.3 Виды собирающих и рассеивающих линз

Мы рассмотрели две линзы: двояковыпуклую линзу, которая является собирающей, и двояковогнутую линзу, которая является рассеивающей. Существуют и другие примеры собирающих и рассеивающих линз.

Полный набор собирающих линз представлен на рис. 22.

Рис. 22. Собирающие линзы

Помимо известной нам двояковыпуклой линзы, здесь изображены: *плосковыпуклая* линза, у которой одна из поверхностей плоская, и *вогнуто-выпуклая* линза, сочетающая вогнутую и выпуклую граничные поверхности. Обратите внимание, что у вогнуто-выпуклой линзы выпуклая поверхность в большей степени искривлена (радиус её кривизны меньше); поэтому собирающее действие выпуклой преломляющей поверхности перевешивает рассеивающее действие вогнутой поверхности, и линза в целом оказывается собирающей.

Все возможные рассеивающие линзы изображены на рис. 23.

Рис. 23. Рассеивающие линзы

Наряду с двояковогнутой линзой мы видим *плосковогнутую* (одна из поверхностей которой плоская) и *выпукло-вогнутую* линзу. Вогнутая поверхность выпукло-вогнутой линзы искривлена в большей степени, так что рассеивающее действие вогнутой границы преобладает над собирающим действием выпуклой границы, и в целом линза оказывается рассеивающей.

Попробуйте самостоятельно построить ход лучей в тех видах линз, которые мы не рассмотрели, и убедиться, что они действительно являются собирающими или рассеивающими. Это отличное упражнение, и в нём нет ничего сложного — ровно те же самые построения, которые мы проделали выше!

5 Тонкие линзы. Ход лучей

Взгляните ещё раз на рисунки линз из предыдущего листка: эти линзы обладают заметной толщиной и существенной кривизной своих сферических границ. Мы намеренно рисовали такие линзы — чтобы основные закономерности хода световых лучей проявились как можно более чётко.

5.1 Понятие тонкой линзы

Теперь, когда эти закономерности достаточно ясны, мы рассмотрим очень полезную идеализацию, которая называется *тонкой линзой*. В качестве примера на рис. 24 приведена двояковыпуклая линза; точки O_1 и O_2 являются центрами её сферических поверхностей[5], R_1 и R_2 — радиусы кривизны этих поверхностей.

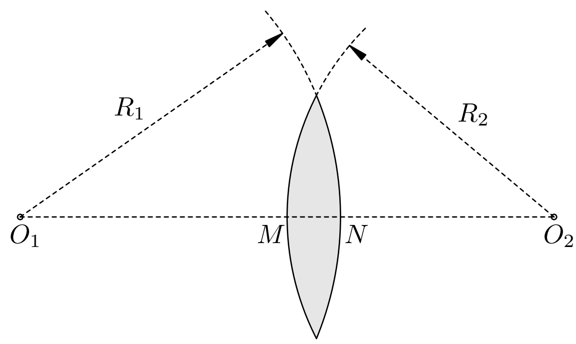

Рис. 24. К определению тонкой линзы

Так вот, линза считается тонкой, если её толщина MN очень мала. Нужно, правда, уточнить: мала по сравнению с чем?

Во-первых, предполагается, что $MN \ll R_1$ и $MN \ll R_2$. Тогда поверхности линзы хоть и будут выпуклыми, но могут восприниматься как «почти плоские». Этот факт нам очень скоро пригодится.

Во-вторых, $MN \ll a$, где a — характерное расстояние от линзы до интересующего нас предмета. Собственно, лишь в таком случае мы и сможем корректно говорить о «расстоянии от предмета до линзы», не уточняя, до какой именно точки линзы берётся это самое расстояние.

Мы дали определение тонкой линзы, имея в виду двояковыпуклую линзу на рис. 24. Это определение без каких-либо изменений переносится на все остальные виды линз. Итак: *линза является тонкой, если толщина линзы много меньше радиусов кривизны её сферических границ и расстояния от линзы до предмета.*

Условное обозначение тонкой собирающей линзы показано на рис. 25.

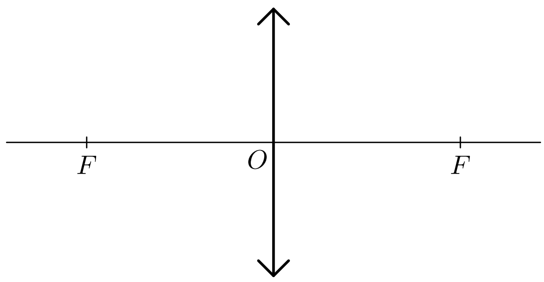

Рис. 25. Обозначение тонкой собирающей линзы

[5]Напомним, что прямая O_1O_2 называется *главной оптической осью* линзы.

Условное обозначение тонкой рассеивающей линзы показано на рис. 26.

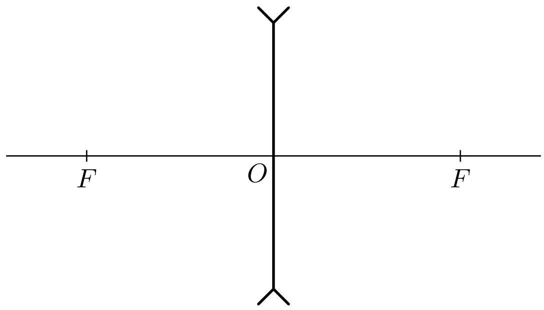

Рис. 26. Обозначение тонкой рассеивающей линзы

В каждом случае прямая FF — это главная оптическая ось линзы, а сами точки F — её фокусы. Оба фокуса тонкой линзы расположены симметрично относительно линзы.

5.2 Оптический центр и фокальная плоскость

Точки M и N, обозначенные на рис. 24, у тонкой линзы фактически сливаются в одну точку. Это точка O на рис. 25 и 26, называемая *оптическим центром* линзы. Оптический центр находится на пересечении линзы с её главной оптической осью.

Расстояние OF от оптического центра до фокуса называется *фокусным расстоянием* линзы. Мы будем обозначать фокусное расстояние буквой f. Величина D, обратная фокусному расстоянию, есть *оптическая сила* линзы:

$$D = \frac{1}{f}\,.$$

Оптическая сила измеряется в *диоптриях* (дптр). Так, если фокусное расстояние линзы равно 25 см, то её оптическая сила:

$$D = \frac{1}{0{,}25} = 4 \text{ дптр}.$$

Продолжаем вводить новые понятия. Всякая прямая, проходящая через оптический центр линзы и отличная от главной оптической оси, называется *побочной оптической осью*. На рис. 27 изображена побочная оптическая ось — прямая OP.

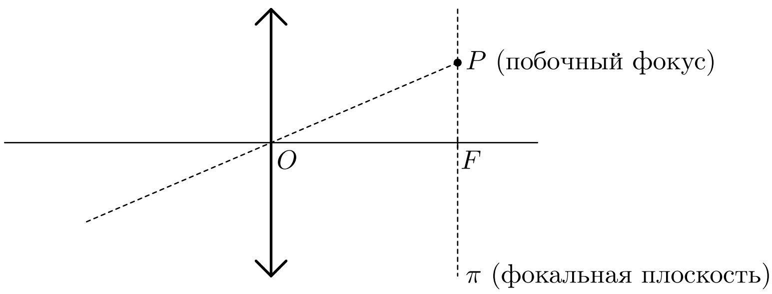

Рис. 27. Побочная оптическая ось, фокальная плоскость и побочный фокус

Плоскость π, проходящая через фокус перпендикулярно главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*. Фокальная плоскость, таким образом, параллельна плоскости линзы. Имея два фокуса, линза соответственно имеет и две фокальных плоскости, расположенных симметрично относительно линзы.

Точка P, в которой побочная оптическая ось пересекает фокальную плоскость, называется *побочным фокусом*. Собственно, каждая точка фокальной плоскости (кроме F) есть побочный фокус — мы ведь всегда сможем провести побочную оптическую ось, соединив данную точку с оптическим центром линзы. А сама точка F — фокус линзы — в связи с этим называется ещё *главным фокусом*.

То, что на рис. 27 изображена собирающая линза, никакой роли не играет. Понятия побочной оптической оси, фокальной плоскости и побочного фокуса совершенно аналогично определяются и для рассеивающей линзы — с заменой на рис. 27 собирающей линзы на рассеивающую.

Теперь мы переходим к рассмотрению хода лучей в тонких линзах. Мы будем предполагать, что лучи являются *параксиальными*, то есть образуют достаточно малые углы с главной оптической осью. Если параксиальные лучи исходят из одной точки, то после прохождения линзы преломлённые лучи или их продолжения также пересекаются в одной точке. Поэтому изображения предметов, даваемые линзой, в параксиальных лучах получаются весьма чёткими.

5.3 Ход луча через оптический центр

Как мы знаем из предыдущего раздела, луч, идущий вдоль главной оптической оси, не преломляется. В случае тонкой линзы оказывается, что луч, идущий вдоль побочной оптической оси, также не преломляется!

Объяснить это можно следующим образом. Вблизи оптического центра O обе поверхности линзы неотличимы от параллельных плоскостей, и луч в данном случае идёт как будто через плоскопараллельную стеклянную пластинку (рис. 28).

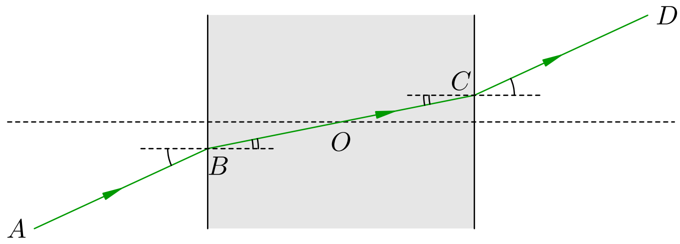

Рис. 28. Ход луча через оптический центр линзы

Угол преломления луча AB равен углу падения преломлённого луча BC на вторую поверхность. Поэтому второй преломлённый луч CD выходит из плоскопараллельной пластинки параллельно падающему лучу AB. Плоскопараллельная пластинка лишь смещает луч, не изменяя его направления, и это смещение тем меньше, чем меньше толщина пластинки.

Но для тонкой линзы мы можем считать, что эта толщина равна нулю. Тогда точки B, O и C фактически сольются в одну точку, и луч CD окажется просто продолжением луча AB. Вот поэтому и получается, что луч, идущий вдоль побочной оптической оси, не преломляется тонкой линзой (рис. 29).

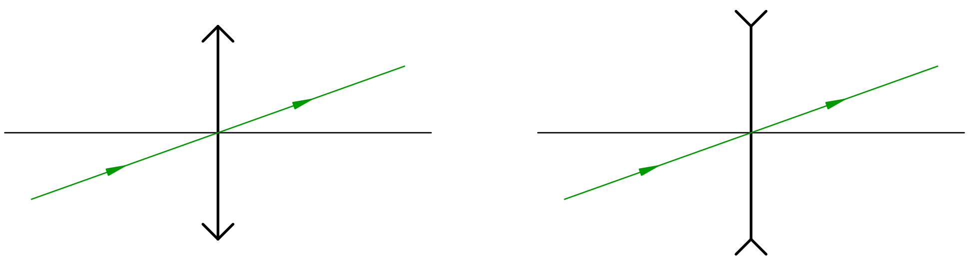

Рис. 29. Луч, идущий через оптический центр тонкой линзы, не преломляется

Это единственное общее свойство собирающих и рассеивающих линз. В остальном ход лучей в них оказывается различным, и дальше нам придётся рассматривать собирающую и рассеивающую линзу по отдельности.

5.4 Ход лучей в собирающей линзе

Как мы помним, собирающая линза называется так потому, что световой пучок, параллельный главной оптической оси, после прохождения линзы собирается в её главном фокусе (рис. 30).

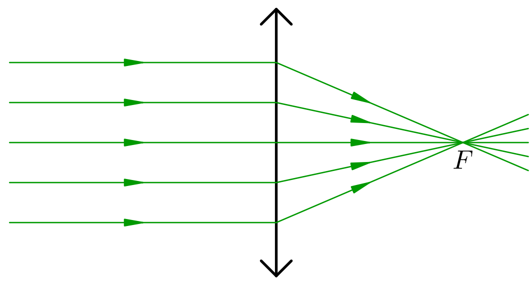

Рис. 30. Параллельный пучок собирается в главном фокусе

Пользуясь обратимостью световых лучей, приходим к следующему выводу: если в главном фокусе собирающей линзы находится точечный источник света, то на выходе из линзы получится световой пучок, параллельный главной оптической оси (рис. 31).

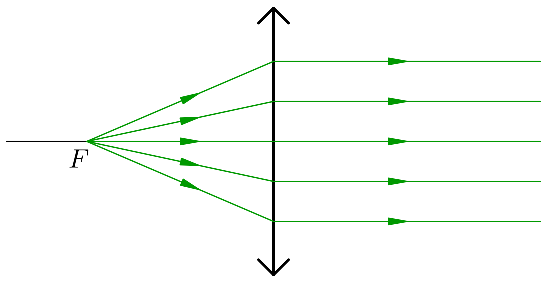

Рис. 31. Преломление пучка, идущего из главного фокуса

Оказывается, что пучок параллельных лучей, падающих на собирающую линзу *наклонно*, тоже соберётся в фокусе — но в побочном. Этот побочный фокус P отвечает тому лучу, который проходит через оптический центр линзы и не преломляется (рис. 32).

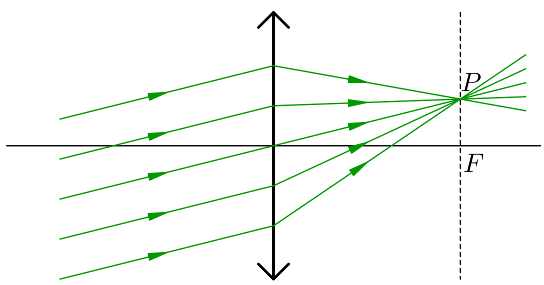

Рис. 32. Параллельный пучок собирается в побочном фокусе

Теперь мы можем сформулировать **правила хода лучей в собирающей линзе**. Эти правила вытекают из рисунков 29–32,

1. Луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется.

2. Луч, идущий параллельно главной оптической оси линзы, после преломления пойдёт через главный фокус (рис. 33).

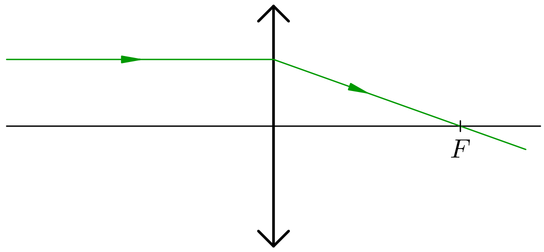

Рис. 33. К правилу 2

3. Если луч падает на линзу наклонно, то для построения его дальнейшего хода мы проводим побочную оптическую ось, параллельную этому лучу, и находим соответствующий побочный фокус. Вот через этот побочный фокус и пойдёт преломлённый луч (рис. 34).

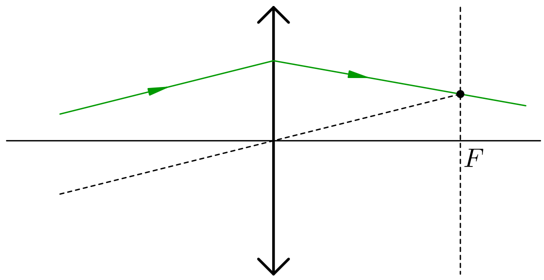

Рис. 34. К правилу 3

В частности, если падающий луч проходит через фокус линзы, то после преломления он пойдёт параллельно главной оптической оси.

5.5 Ход лучей в рассеивающей линзе

Переходим к рассеивающей линзе. Она преобразует пучок света, параллельный главной оптической оси, в расходящийся пучок, как бы выходящий из главного фокуса (рис. 35).

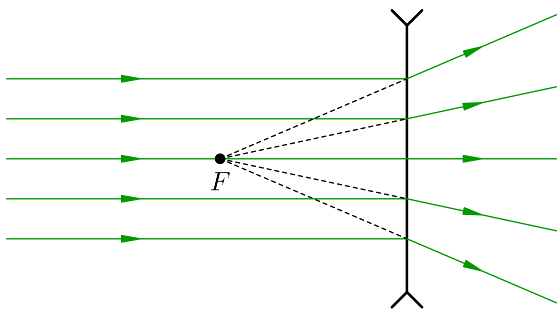

Рис. 35. Рассеяние параллельного пучка

Наблюдая этот расходящийся пучок, мы увидим светящуюся точку, расположенную в фокусе F позади линзы.

Если параллельный пучок падает на линзу наклонно, то после преломления он также станет расходящимся. Продолжения лучей расходящегося пучка соберутся в побочном фокусе P, отвечающем тому лучу, который проходит через через оптический центр линзы и не преломляется (рис. 36).

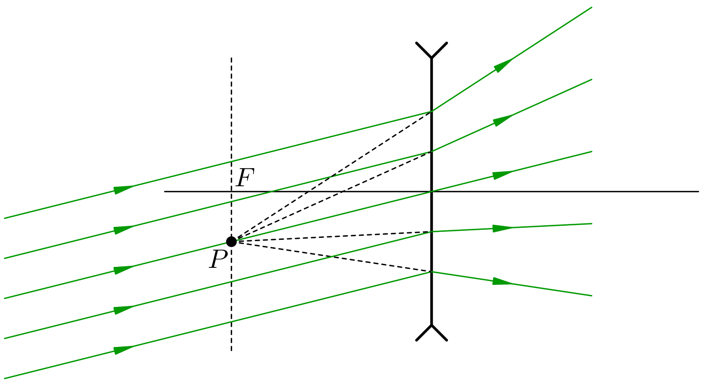

Рис. 36. Рассеяние наклонного параллельного пучка

Этот расходящийся пучок создаст у нас иллюзию светящейся точки, расположенной в побочном фокусе P за линзой.

Теперь мы готовы сформулировать **правила хода лучей в рассеивающей линзе**. Эти правила следуют из рисунков 29, 35 и 36.

1. Луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется.

2. Луч, идущий параллельно главной оптической оси линзы, после преломления начнёт удаляться от главной оптической оси; при этом продолжение преломлённого луча пройдёт через главный фокус (рис. 37).

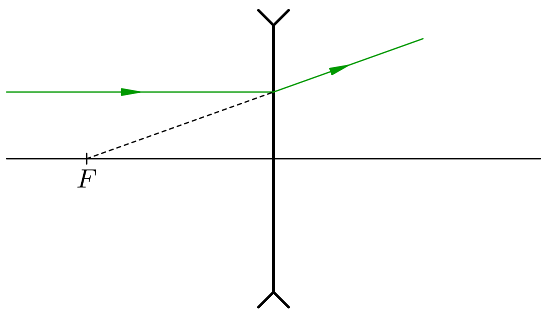

Рис. 37. К правилу 2

3. Если луч падает на линзу наклонно, то мы проводим побочную оптическую ось, параллельную этому лучу, и находим соответствующий побочный фокус. Преломлённый луч пойдёт так, словно он исходит из этого побочного фокуса (рис. 38).

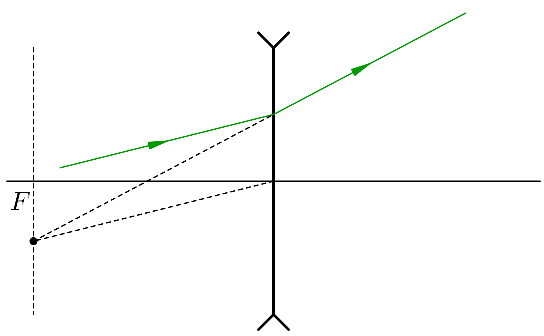

Рис. 38. К правилу 3

Пользуясь правилами хода лучей 1–3 для собирающей и рассеивающей линзы, мы теперь научимся самому главному — строить изображения предметов, даваемые линзами.

6 Тонкие линзы. Построение изображений

Правила хода лучей в тонких линзах, сформулированные в предыдущем разделе, приводят нас к важнейшему утверждению.

Теорема об изображении. *Если перед линзой находится светящаяся точка S, то после преломления в линзе все лучи*[6] *(или их продолжения) пересекаются в одной точке S'.*

Точка S' называется *изображением* точки S.

Если в точке S' пересекаются сами преломлённые лучи, то изображение называется *действительным*. Оно может быть получено на экране, так как в точке S' концентрируется энергия световых лучей.

Если же в точке S' пересекаются не сами преломлённые лучи, а их продолжения (так бывает, когда преломлённые лучи расходятся после линзы), то изображение называется *мнимым*. Его нельзя получить на экране, поскольку в точке S' не сосредоточено никакой энергии. Мнимое изображение, напомним, возникает благодаря особенности нашего мозга — достраивать расходящиеся лучи до их мнимого пересечения и видеть в этом пересечении светящуюся точку. Мнимое изображение существует лишь в нашем сознании.

Теорема об изображении служит основой построения изображений в тонких линзах. Мы докажем эту теорему как для собирающей, так и для рассеивающей линзы.

6.1 Собирающая линза: действительное изображение точки

Сперва рассмотрим собирающую линзу. Пусть a — расстояние от точки S до линзы, f — фокусное расстояние линзы. Имеются два принципиально разных случая: $a > f$ и $a < f$ (а также промежуточный случай $a = f$). Мы разберём эти случаи поочерёдно; в каждом из них мы обсудим свойства изображений точечного источника и протяжённого объекта.

Первый случай: $a > f$. Точечный источник света S расположен дальше от линзы, чем левая фокальная плоскость (рис. 39).

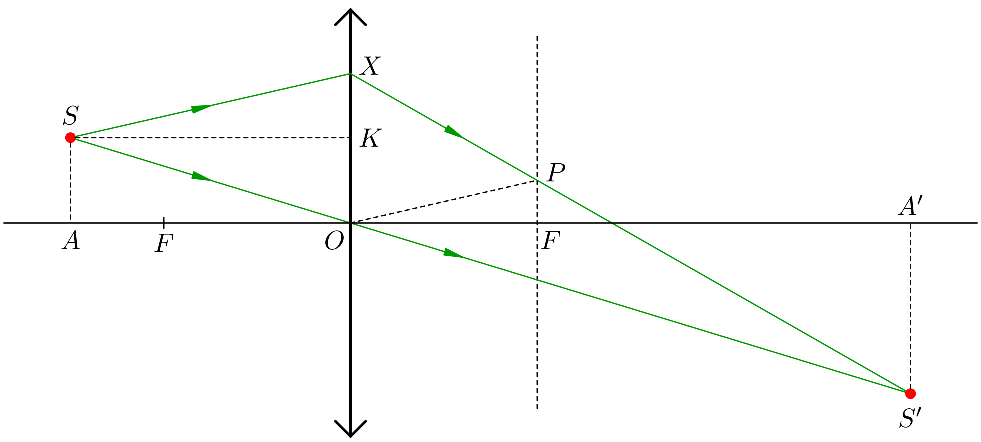

Рис. 39. Случай $a > f$: действительное изображение точки S

Луч SO, идущий через оптический центр, не преломляется. Мы возьмём *произвольный* луч SX, построим точку S', в которой преломлённый луч пересекается с лучом SO, а затем покажем, что положение точки S' *не зависит* от выбора луча SX (иными словами, точка S'

[6] Напомним ещё раз, что это касается не вообще всех лучей, а только *параксиальных*, то есть образующих малые углы с главной оптической осью. В предыдущем листке мы договорились, что рассматриваем только параксиальные лучи. Лишь для них работают наши правила хода лучей сквозь тонкие линзы.

является *одной и той же* для всевозможных лучей SX). Тем самым окажется, что *все* лучи, исходящие из точки S, после преломления в линзе пересекаются в точке S', и теорема об изображении будет доказана для рассматриваемого случая $a > f$.

Точку S' мы найдём, построив дальнейший ход луча SX. Делать это мы умеем: параллельно лучу SX проводим побочную оптическую ось OP до пересечения с фокальной плоскостью в побочном фокусе P, после чего проводим преломлённый луч XP — до пересечения с лучом SO в точке S'.

Теперь будем искать расстояние b от точки S' до линзы. Мы покажем, что это расстояние выражается только через a и f, т. е. определяется лишь положением источника и свойствами линзы, и не зависит тем самым от конкретного луча SX.

Опустим перпендикуляры SA и $S'A'$ на главную оптическую ось. Проведём также SK параллельно главной оптической оси, т. е. перпендикулярно линзе. Получим три пары подобных треугольников:

$$\Delta SAO \sim \Delta S'A'O, \tag{6}$$
$$\Delta SXS' \sim \Delta OPS', \tag{7}$$
$$\Delta SXK \sim \Delta OPF. \tag{8}$$

В результате имеем следующую цепочку равенств (номер формулы над знаком равенства указывает, из какой пары подобных треугольников данное равенство получено).

$$\frac{AO}{OA'} \overset{(6)}{=} \frac{SO}{OS'} = \frac{SS' - OS'}{OS'} = \frac{SS'}{OS'} - 1 \overset{(7)}{=} \frac{SX}{OP} - 1 \overset{(8)}{=} \frac{SK}{OF} - 1. \tag{9}$$

Но $AO = SK = a$, $OA' = b$, $OF = f$, так что соотношение (9) переписывается в виде:

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{f} - 1. \tag{10}$$

Отсюда находим искомое расстояние от точки S' до линзы:

$$b = \frac{af}{a - f}\,. \tag{11}$$

Как видим, оно и в самом деле не зависит от выбора луча SX. Следовательно, любой луч SX после преломления в линзе пройдёт через построенную нами точку S', и эта точка будет действительным изображением источника S.

Теорема об изображении в данном случае доказана.

Практическая важность теоремы об изображении состоит вот в чём. Коль скоро все лучи источника S пересекаются после линзы в одной точке — его изображении S' — то для построения изображения достаточно взять *два наиболее удобных* луча. Какие именно?

Если источник S не лежит на главной оптической оси, то в качестве удобных лучей годятся следующие:

- луч, идущий через оптический центр линзы — он не преломляется;
- луч, параллельный главной оптической оси — после преломления он идёт через фокус.

Построение изображения с помощью этих лучей показано на рис. 40.

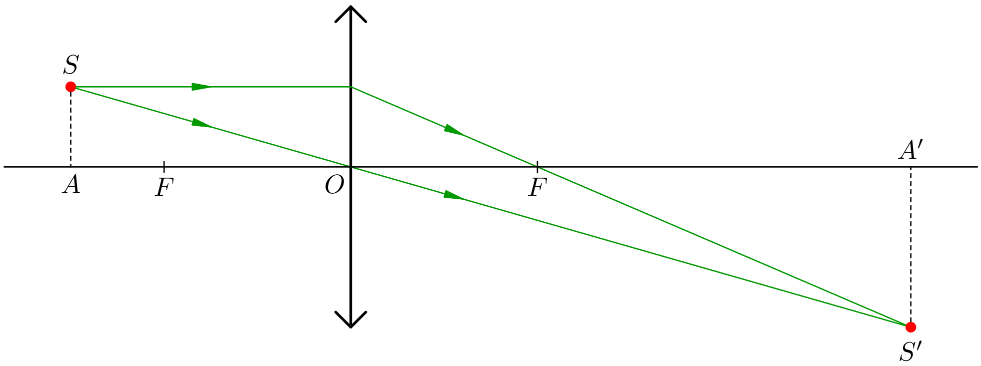

Рис. 40. Построение изображения точки S, не лежащей на главной оптической оси

Если же точка S лежит на главной оптической оси, то удобный луч остаётся лишь один — идущий вдоль главной оптической оси. В качестве второго луча приходится брать «неудобный» (рис. 41).

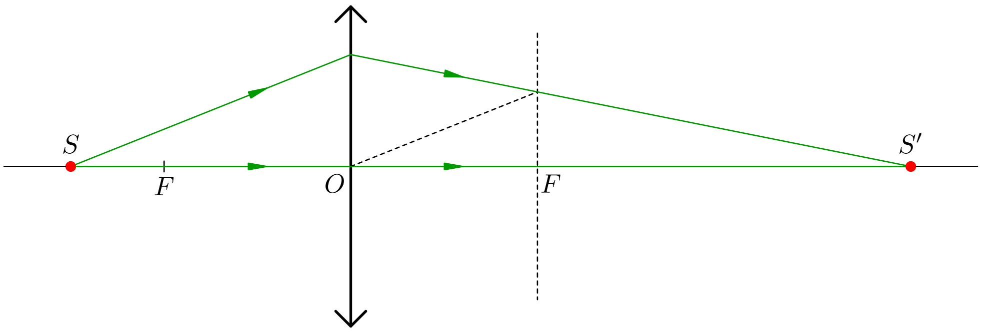

Рис. 41. Построение изображения точки S, лежащей на главной оптической оси

Посмотрим ещё раз на выражение (10). Его можно записать в несколько ином виде, более симпатичном и запоминающемся. Перенесём сначала единицу влево:

$$1+\frac{a}{b}=\frac{a}{f}\,.$$

Теперь разделим обе части этого равенства на a:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\,. \tag{12}$$

Соотношение (12) называется *формулой тонкой линзы* (или просто *формулой линзы*). Пока что формула линзы получена для случая собирающей линзы и для $a>f$. В дальнейшем мы выведем модификации этой формулы для остальных случаев.

Теперь вернёмся к соотношению (11). Его важность не исчерпывается тем, что оно доказывает теорему об изображении. Мы видим также, что b не зависит от расстояния SA (рис. 39, 40) между источником S и главной оптической осью!

Это означает, что какую бы точку M отрезка SA мы ни взяли, её изображение будет находиться на одном и том же расстоянии b от линзы. Оно будет лежать на отрезке $S'A'$ — а именно, на пересечении отрезка $S'A'$ с лучом MO, который пойдёт сквозь линзу без преломления. В частности, изображением точки A будет точка A'.

Тем самым мы установили важный факт: *изображением отрезка SA служит отрезок $S'A'$*. Отныне исходный отрезок, изображение которого нас интересует, мы называем *предметом* и обозначаем на рисунках красной стрелочкой. Направление стрелки нам понадобится для того, чтобы следить — прямым или перевёрнутым получается изображение.

6.2 Собирающая линза: действительное изображение предмета

Перейдём к рассмотрению изображений предметов. Напомним, что пока мы находимся в рамках случая $a > f$. Здесь можно выделить три характерных ситуации.

1. $f < a < 2f$. Изображение предмета является действительным, перевёрнутым, увеличенным (рис. 42; двойной фокус обозначен $2F$). Из формулы линзы следует, что в этом случае будет $b > 2f$ (почему?).

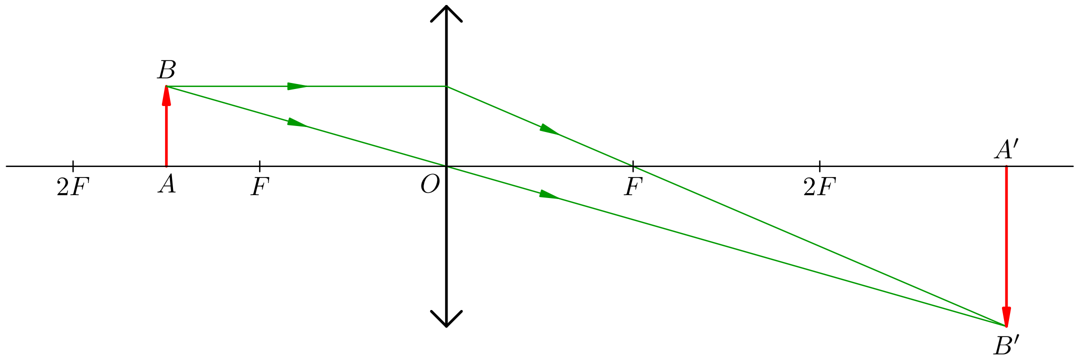

Рис. 42. $f < a < 2f$: изображение действительное, перевёрнутое, увеличенное

Такая ситуация реализуется, например, в диапроекторах и киноаппаратах — эти оптические приборы дают на экране увеличенное изображение того, что находится на плёнке. Если вам доводилось показывать слайды, то вы знаете, что слайд нужно вставлять в проектор перевёрнутым — чтобы изображение на экране выглядело правильно, а не получилось вверх ногами.

Отношение размера изображения к размеру предмета называется *линейным увеличением* линзы и обозначается Γ (это заглавная греческая «гамма»):

$$\Gamma = \frac{A'B'}{AB}\,.$$

Из подобия треугольников ABO и $A'B'O$ получим:

$$\Gamma = \frac{A'O}{AO} = \frac{b}{a}\,. \tag{13}$$

Формула (13) применяется во многих задачах, где фигурирует линейное увеличение линзы.

2. $a = 2f$. В этом случае из формулы (11) находим, что и $b = 2f$. Линейное увеличение линзы согласно (13) равно единице, т. е. размер изображения равен размеру предмета (рис. 43).

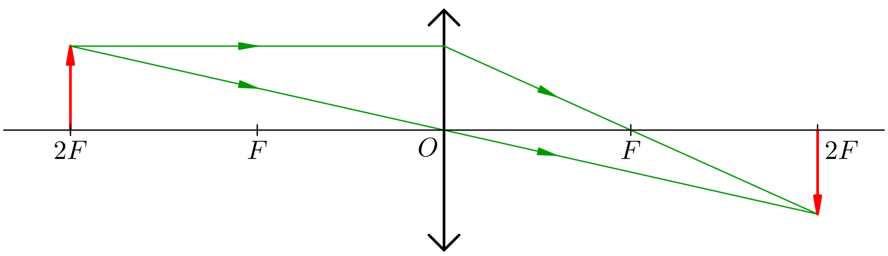

Рис. 43. $a = 2f$: размер изображения равен размеру предмета

3. $a > 2f$. В этом случае из формулы линзы следует, что $b < 2f$ (почему?). Линейное увеличение линзы будет меньше единицы — изображение действительное, перевёрнутое, уменьшенное (рис. 44).

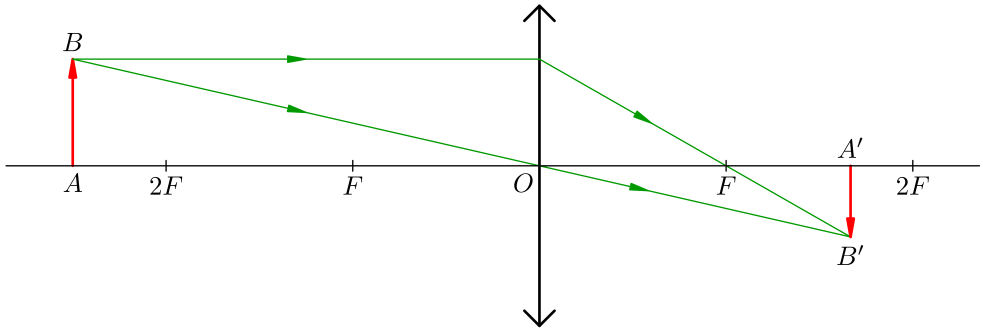

Рис. 44. $a > 2f$: изображение действительное, перевёрнутое, уменьшенное

Данная ситуация является обычной для многих оптических приборов: фотоаппаратов, биноклей, телескопов — словом, тех, в которых получают изображения удалённых объектов. По мере удаления предмета от линзы его изображение уменьшается в размерах и приближается к фокальной плоскости.

Рассмотрение первого случая $a > f$ нами полностью закончено. Переходим ко второму случаю. Он уже не будет столь объёмным.

6.3 Собирающая линза: мнимое изображение точки

Второй случай: $a < f$. Точечный источник света S расположен между линзой и фокальной плоскостью (рис. 45).

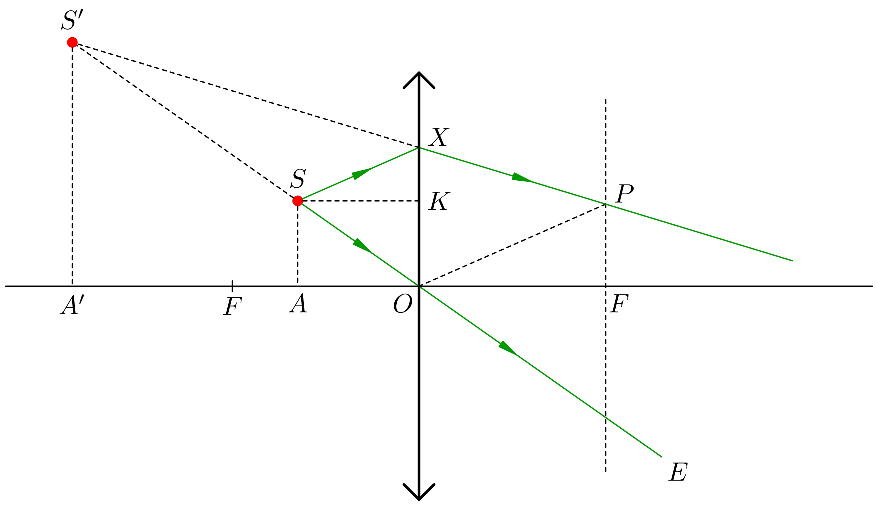

Рис. 45. Случай $a < f$: мнимое изображение точки

Наряду с лучом SO, идущим без преломления, мы снова рассматриваем произвольный луч SX. Однако теперь на выходе из линзы получаются два расходящихся луча OE и XP. Наш глаз продолжит эти лучи до пересечения в точке S'.

Теорема об изображении утверждает, что точка S' будет одной и той же для всех лучей SX, исходящих из точки S. Мы опять докажем это с помощью трёх пар подобных треугольников:

$$\Delta SAO \sim \Delta S'A'O, \quad \Delta SXS' \sim \Delta OPS', \quad \Delta SXK \sim \Delta OPF.$$

Снова обозначая через b расстояние от S' до линзы, имеем соответствующую цепочку равенств (вы уже без труда в ней разберётесь):

$$\frac{a}{b} = \frac{AO}{A'O} = \frac{SO}{S'O} = \frac{S'O - S'S}{S'O} = 1 - \frac{S'S}{S'O} = 1 - \frac{SX}{OP} = 1 - \frac{SK}{OF} = 1 - \frac{a}{f}\,. \tag{14}$$

Отсюда

$$b = \frac{fa}{f-a}\,. \tag{15}$$

Величина b не зависит от луча SX, что и доказывает теорему об изображении для нашего случая $a < f$. Итак, S' — мнимое изображение источника S.

Если точка S не лежит на главной оптической оси, то для построения изображения S' удобнее всего брать луч, идущий через оптический центр, и луч, параллельный главной оптической оси (рис. 46).

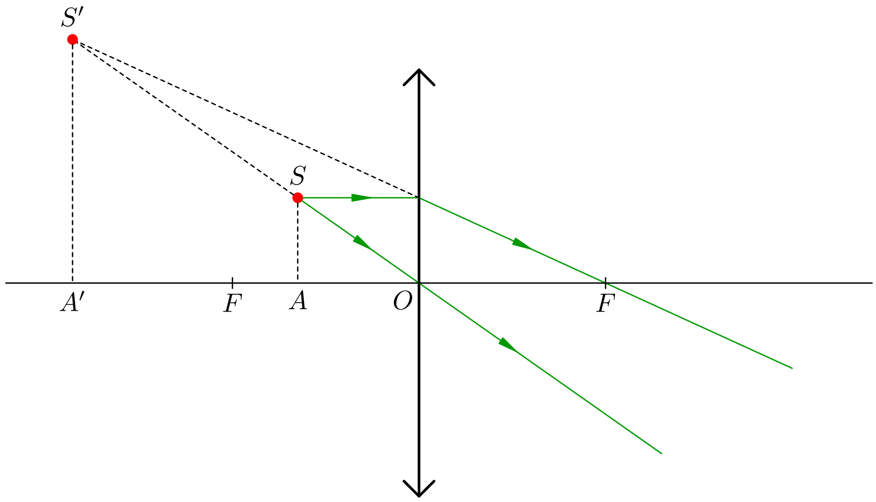

Рис. 46. Построение изображения точки S, не лежащей на главной оптической оси

Ну а если точка S лежит на главной оптической оси, то деваться некуда — придётся довольствоваться лучом, падающим на линзу наклонно (рис. 47).

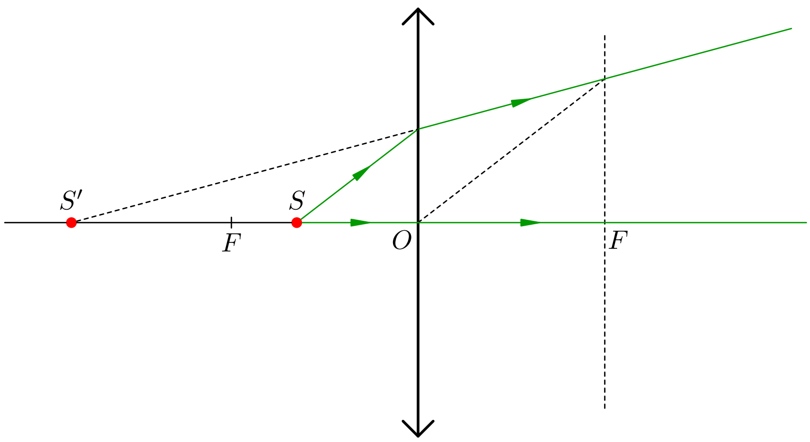

Рис. 47. Построение изображения точки S, лежащей на главной оптической оси

Соотношение (14) приводит нас к варианту формулы линзы для рассматриваемого случая $a < f$. Сначала переписываем это соотношение в виде:

$$1 - \frac{a}{b} = \frac{a}{f}\,,$$

а затем делим обе части полученного равенства на a:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}\,. \tag{16}$$

Сравнивая (12) и (16), мы видим небольшую разницу: перед слагаемым $1/b$ стоит знак плюс, если изображение действительное, и знак минус, если изображение мнимое.

Величина b, вычисляемая по формуле (15), не зависит также от расстояния SA между точкой S и главной оптической осью. Как и выше (вспомните рассуждение с точкой M), это означает, что изображением отрезка SA на рис. 47 будет отрезок $S'A'$.

6.4 Собирающая линза: мнимое изображение предмета

Учитывая это, мы легко строим изображение предмета, находящегося между линзой и фокальной плоскостью (рис. 48). Оно получается мнимым, прямым и увеличенным.

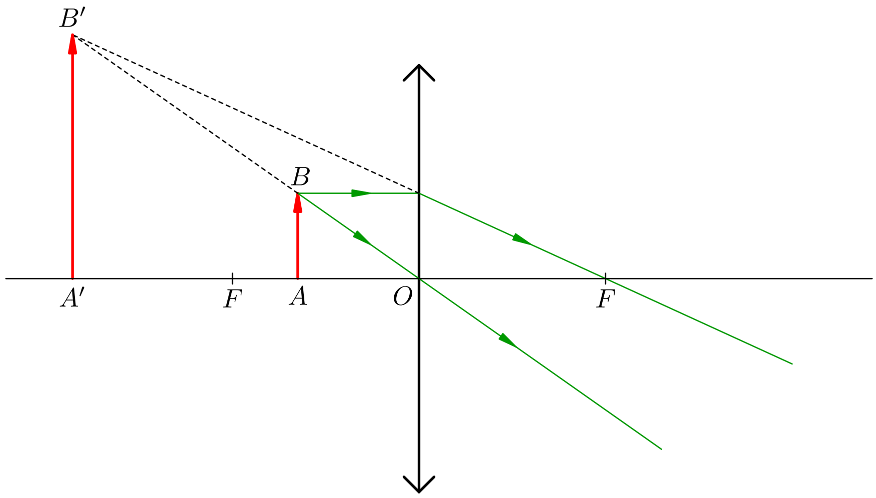

Рис. 48. $a < f$: изображение мнимое, прямое, увеличенное

Такое изображение вы наблюдаете, когда разглядываете мелкий предмет в увеличительное стекло — лупу.

Случай $a < f$ полностью разобран. Как видите, он качественно отличается от нашего первого случая $a > f$. Это не удивительно — ведь между ними лежит промежуточный «катастрофический» случай $a = f$.

6.5 Собирающая линза: предмет в фокальной плоскости

Промежуточный случай: $a = f$. Источник света S расположен в фокальной плоскости линзы (рис. 49).

Как мы помним из предыдущего раздела, лучи параллельного пучка после преломления в собирающей линзе пересекутся в фокальной плоскости — а именно, в главном фокусе, если пучок падает перпендикулярно линзе, и в побочном фокусе при наклонном падении пучка. Воспользовавшись обратимостью хода лучей, мы заключаем, что

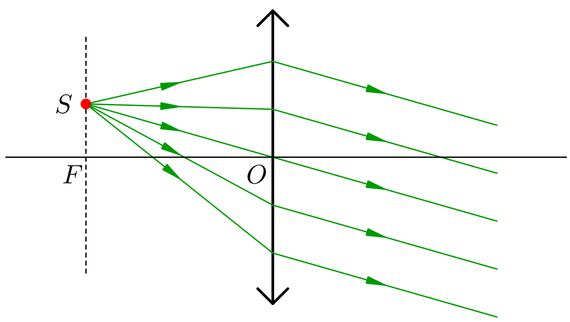

Рис. 49. $a = f$: изображение отсутствует

все лучи источника S, расположенного в фокальной плоскости, после выхода из линзы пойдут параллельно друг другу.

Где же изображение точки S? *Изображения нет*. Впрочем, никто не запрещает нам считать, что параллельные лучи пересекаются в бесконечно удалённой точке. Тогда теорема об изображении сохраняет свою силу и в данном случае — изображение S' находится *на бесконечности*.

Соответственно, если предмет целиком расположен в фокальной плоскости, изображение этого предмета будет находиться на бесконечности (или, что то же самое, будет отсутствовать).

Итак, мы полностью рассмотрели построение изображений в собирающей линзе.

6.6 Рассеивающая линза: мнимое изображение точки

К счастью, здесь нет такого разнообразия ситуаций, как для собирающей линзы. Характер изображения не зависит от того, на каком расстоянии предмет находится от рассеивающей линзы, так что случай тут будет один-единственный.

Снова берём луч SO и произвольный луч SX (рис. 50). На выходе из линзы имеем два расходящихся луча OE и XY, которые наш глаз достраивает до пересечения в точке S'.

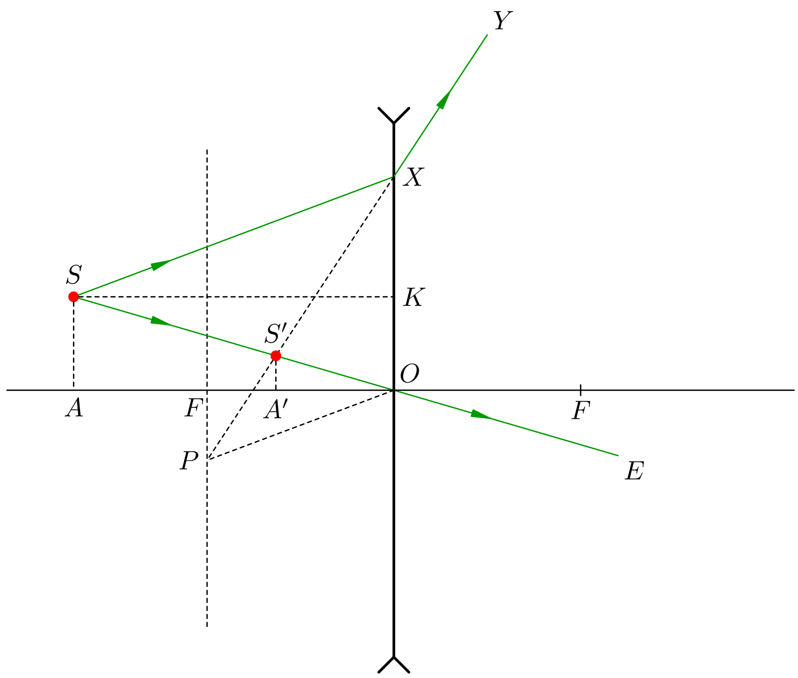

Рис. 50. Мнимое изображение точки S в рассеивающей линзе

Нам снова предстоит доказать теорему об изображении — о том, что точка S' будет одной и той же для всех лучей SX. Действуем с помощью всё тех же трёх пар подобных треугольников:

$$\Delta SAO \sim \Delta S'A'O, \quad \Delta SXS' \sim \Delta OPS', \quad \Delta SXK \sim \Delta OPF.$$

Имеем:

$$\frac{a}{b} = \frac{AO}{A'O} = \frac{SO}{S'O} = \frac{SS' + S'O}{S'O} = \frac{SS'}{S'O} + 1 = \frac{SX}{OP} + 1 = \frac{SK}{OF} + 1 = \frac{a}{f} + 1. \tag{17}$$

Отсюда

$$b = \frac{af}{a+f}\,. \tag{18}$$

Величина b не зависит от луча SX, поэтому продолжения всех преломлённых лучей XY пересекутся в точке S' — мнимом изображении точки S. Теорема об изображении тем самым полностью доказана.

Вспомним, что для собирающей линзы мы получили аналогичные формулы (11) и (15). В случае $a = f$ их знаменатель обращался в нуль (изображение уходило на бесконечность), и поэтому данный случай разграничивал принципиально разные ситуации $a > f$ и $a < f$.

А вот у формулы (18) знаменатель не обращается в нуль ни при каком a. Стало быть, для рассеивающей линзы не существует качественно разных ситуаций расположения источника — случай тут, как мы и сказали выше, имеется только один.

Если точка S не лежит на главной оптической оси, то для построения её изображения удобны два луча: один идёт через оптический центр, другой — параллельно главной оптической оси (рис. 51).

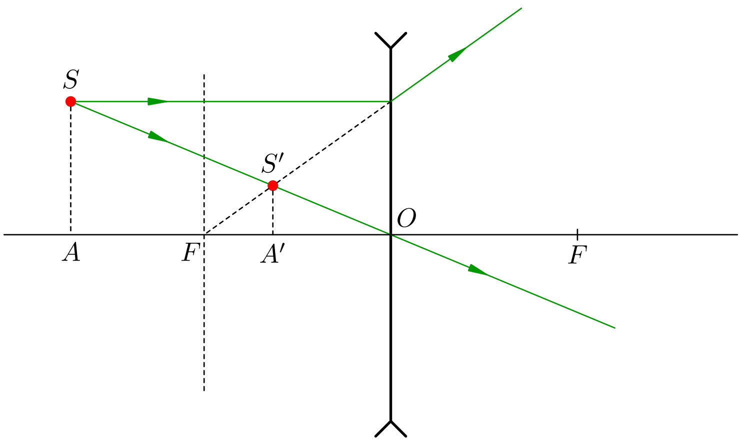

Рис. 51. Построение изображения точки S, не лежащей на главной оптической оси

Если же точка S лежит на главной оптической оси, то второй луч приходится брать произвольным (рис. 52).

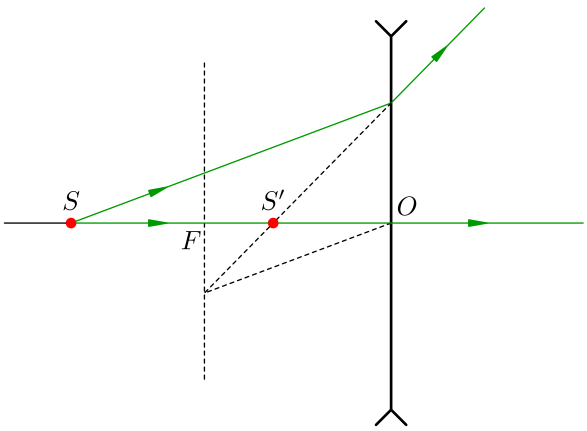

Рис. 52. Построение изображения точки S, лежащей на главной оптической оси

Соотношение (18) даёт нам ещё один вариант формулы линзы. Сначала перепишем:

$$1 - \frac{a}{b} = -\frac{a}{f}\,,$$

а потом разделим обе части полученного равенства на a:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}\,. \qquad (19)$$

Так выглядит формула линзы для рассеивающей линзы.

Три формулы линзы (12), (16) и (19) можно записать единообразно:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

если соблюдать следующую договорённость о знаках:

- для мнимого изображения величина b считается отрицательной;
- для рассеивающей линзы величина f считается отрицательной.

Это очень удобно и охватывает все рассмотренные случаи.

6.7 Рассеивающая линза: мнимое изображение предмета

Величина b, вычисляемая по формуле (18), опять-таки не зависит от расстояния SA между точкой S и главной оптической осью. Это снова даёт нам возможность построить изображение предмета AB, которое на сей раз получается мнимым, прямым и уменьшенным (рис. 53).

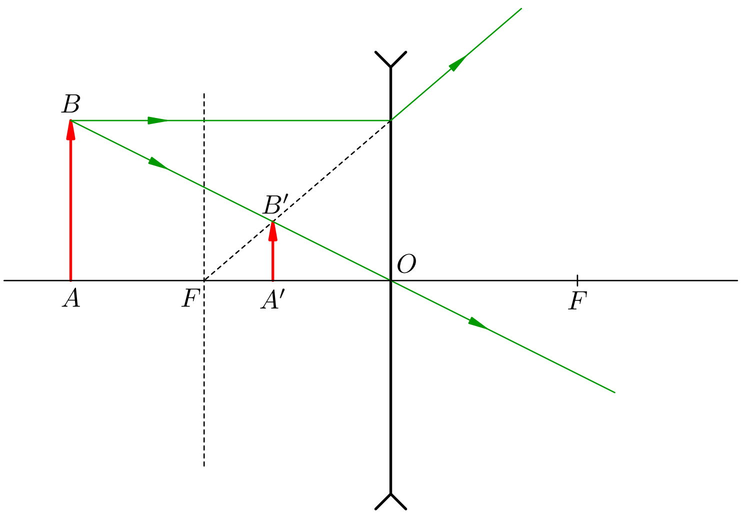

Рис. 53. Изображение мнимое, прямое, уменьшенное

7 Глаз человека

Глаз — удивительно сложная и совершенная оптическая система, созданная природой. Сейчас мы в общих чертах узнаем, как функционирует человеческий глаз. Впоследствии это позволит нам лучше понять принципы работы оптических приборов; да, кроме того, это интересно и важно само по себе.

7.1 Строение глаза

Мы ограничимся рассмотрением лишь самых основных элементов глаза. Они показаны[7] на рис. 54 (правый глаз, вид сверху).

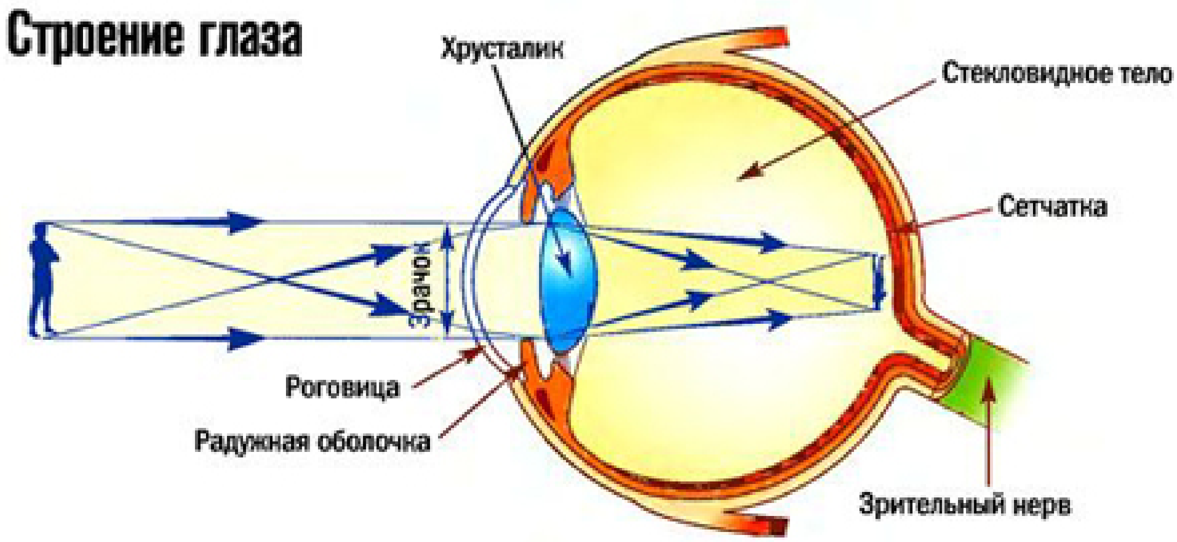

Рис. 54. Строение глаза

Лучи, идущие от предмета (в данном случае предметом является фигура человека), попадают на *роговицу* — переднюю прозрачную часть защитной оболочки глаза. Преломляясь в роговице и проходя сквозь *зрачок* (отверстие в *радужной оболочке* глаза), лучи испытывают вторичное преломление в *хрусталике*. Хрусталик является собирающей линзой с переменным фокусным расстоянием; он может менять свою кривизну (и тем самым фокусное расстояние) под действием специальной глазной мышцы.

Преломляющая система роговицы и хрусталика формирует на *сетчатке* изображение предмета. Сетчатка состоит из светочувствительных палочек и колбочек — нервных окончаний *зрительного нерва*. Падающий свет вызывает раздражение этих нервных окончаний, и зрительный нерв передаёт соответствующие сигналы в мозг. Так в нашем сознании формируются образы предметов — мы *видим* окружающий мир.

Ещё раз взгляните на рис. 54 и обратите внимание, что изображение разглядываемого предмета на сетчатке — действительное, перевёрнутое и уменьшенное. Так получается потому, что предметы, рассматриваемые глазом без напряжения, расположены за двойным фокусом системы роговица-хрусталик (помните случай $a > 2f$ для собирающей линзы?).

То, что изображение является действительным, понятно: на сетчатке должны пересекаться сами лучи (а не их продолжения), концентрируя световую энергию и вызывая раздражения палочек и колбочек.

Насчёт того, что изображение является уменьшенным, тоже вопросов не возникает. А каким же ему ещё быть? Диаметр глаза равен примерно 25 мм, а поле нашего зрения попадают

[7] Изображение заимствовано с сайта «Детская энциклопедия What This».

предметы куда большего размера. Естественно, глаз отображает их на сетчатке в уменьшенном виде.

Но вот как быть с тем, что изображение на сетчатке является перевёрнутым? Почему же тогда мы видим мир не вверх ногами? Здесь подключается корректирующее действие нашего мозга. Оказывается, кора головного мозга, обрабатывая изображение на сетчатке, переворачивает картинку обратно! Это установленный факт, проверенный экспериментами.

Как мы уже сказали, хрусталик — это собирающая линза с переменным фокусным расстоянием. Но зачем хрусталику менять своё фокусное расстояние?

7.2 Аккомодация

Представьте себе, что вы смотрите на приближающегося к вам человека. Вы всё время чётко его видите. Каким образом глазу удаётся это обеспечивать?

Чтобы лучше понять суть вопроса, давайте вспомним формулу линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}\,.$$

В данном случае a — это расстояние от глаза до предмета, b — расстояние от хрусталика до сетчатки, f — фокусное расстояние оптической системы глаза. Величина b является неизменной, поскольку это геометрическая характеристика глаза. Следовательно, чтобы формула линзы оставалась справедливой, вместе с расстоянием a до разглядываемого предмета должно меняться и фокусное расстояние f.

Например, если предмет приближается к глазу, то a уменьшается, поэтому и f должно уменьшаться. Для этого глазная мышца деформирует хрусталик, делая его более выпуклым и уменьшая тем самым фокусное расстояние до нужной величины. При удалении предмета, наоборот, кривизна хрусталика уменьшается, а фокусное расстояние возрастает.

Описанный механизм самонастройки глаза называется аккомодацией. Итак, *аккомодация — это способность глаза отчётливо видеть предметы на различных расстояниях*. В процессе аккомодации кривизна хрусталика меняется так, что изображение предмета всегда оказывается на сетчатке.

Аккомодация глаза совершается бессознательно и очень быстро. Эластичный хрусталик может легко менять свою кривизну в определённых пределах. Этим естественным пределам деформации хрусталика отвечает *область аккомодации* — диапазон расстояний, на которых глаз способен чётко видеть предметы. Область аккомодации характеризуется своими границами — дальней и ближней точками аккомодации.

Дальняя точка аккомодации[8] — это точка нахождения предмета, изображение которого на сетчатке получается при расслабленной глазной мышце, т. е. когда хрусталик не деформирован.

Ближняя точка аккомодации[9] — это точка нахождения предмета, изображение которого на сетчатке получается при наибольшем напряжении глазной мышцы, т. е. при максимально возможной деформации хрусталика.

Дальняя точка аккомодации нормального глаза находится на бесконечности: в ненапряжённом состоянии глаз фокусирует параллельные лучи на сетчатке (рис. 55, слева). Иными словами, *фокусное расстояние оптической системы нормального глаза при недеформированном хрусталике равно расстоянию от хрусталика до сетчатки.*

Ближняя точка аккомодации нормального глаза расположена на некотором расстоянии $d_{\min}$ от него (рис. 55, справа; хрусталик максимально деформирован). Это расстояние с возрастом увеличивается. Так, у десятилетнего ребёнка $d_{\min} \approx 7$ см; в возрасте 30 лет $d_{\min} \approx 15$ см; к 45 годам ближняя точка аккомодации находится уже на расстоянии 20–25 см от глаза.

---

[8] Другое название — *дальняя точка ясного видения.*

[9] Другое название — *ближняя точка ясного видения.*

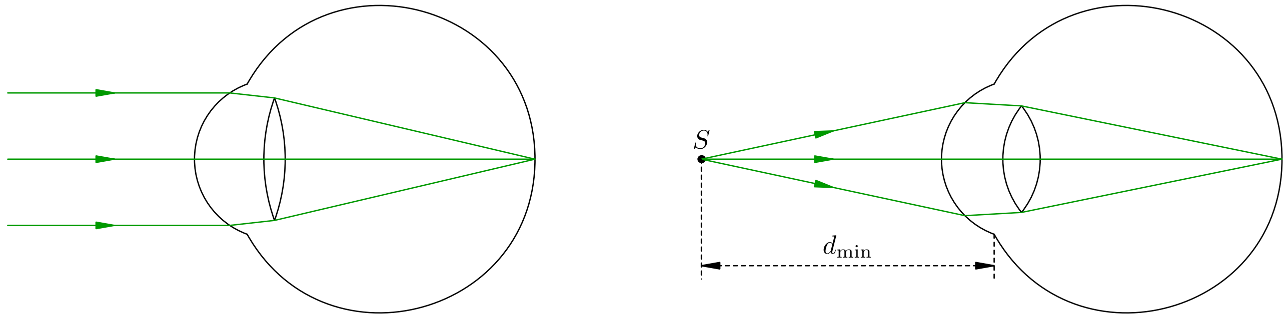

Рис. 55. Дальняя и ближняя точки аккомодации нормального глаза

Теперь мы переходим к простому, но очень важному понятию угла зрения. Оно является ключевым для понимания принципов работы различных оптических приборов.

7.3 Угол зрения

Когда мы хотим получше рассмотреть предмет, мы приближаем его к глазам. Чем ближе предмет, тем больше его деталей оказываются различимыми. Почему так получается?

Давайте посмотрим на рис. 56. Пусть стрелка AB — рассматриваемый предмет, O — оптический центр глаза. Проведём лучи AO и BO (которые не преломляются) и получим на сетчатке изображение нашего предмета — красную изогнутую стрелочку.

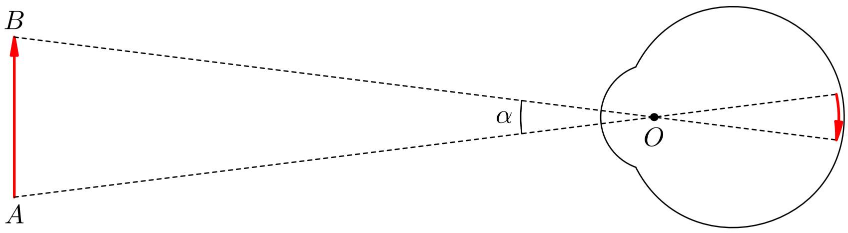

Рис. 56. Предмет далеко, угол зрения мал

Угол $\alpha = \angle AOB$ называется *углом зрения*. Если предмет расположен далеко от глаза, то угол зрения мал, и размер изображения на сетчатке также оказывается малым.

Но если предмет расположить ближе, то угол зрения увеличивается (рис. 57). Соответственно увеличивается и размер изображения на сетчатке. Сравните рис. 56 и рис. 57 — во втором случае изогнутая стрелочка оказывается явно длиннее!

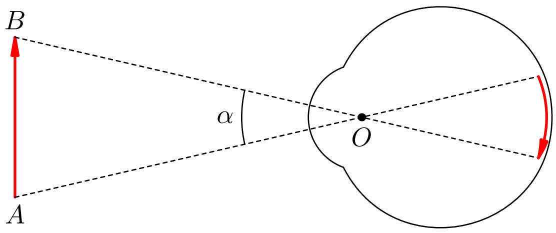

Рис. 57. Предмет близко, угол зрения велик

Размер изображения на сетчатке — вот что важно для подробного разглядывания предмета. Сетчатка, напомним, состоит из нервных окончаний зрительного нерва. Поэтому чем крупнее изображение на сетчатке, тем больше нервных окончаний раздражается идущими от предмета световыми лучами, тем больший поток информации о предмете направляется по зрительному нерву в мозг — и, следовательно, тем больше подробностей мы различаем, тем лучше мы видим предмет!

Ну а размер изображения на сетчатке, как мы уже убедились из рисунков 56 и 57, напрямую зависит от угла зрения: чем больше угол зрения, тем крупнее изображение. Поэтому вывод: *увеличивая угол зрения, мы различаем больше подробностей рассматриваемого объекта.*

Вот почему мы одинаково плохо видим как мелкие объекты, пусть и находящиеся рядом, так и крупные объекты, но расположенные далеко. В обоих случаях угол зрения мал, и на сетчатке раздражается небольшое число нервных окончаний. Известно, кстати, что если угол зрения меньше одной угловой минуты (1/60 градуса), то раздражается лишь одно нервное окончание. В этом случае мы воспринимаем объект просто как точку, лишённую деталей.

7.4 Расстояние наилучшего зрения

Итак, приближая предмет, мы увеличиваем угол зрения и различаем больше деталей. Казалось бы, оптимального качества видения мы достигнем, если расположим предмет максимально близко к глазу — в ближней точке аккомодации (в среднем это 10–15 см от глаза).

Однако мы так не поступаем. Например, читая книгу, мы держим её на расстоянии примерно 25 см. Почему же мы останавливаемся на этом расстоянии, хотя ещё имеется ресурс дальнейшего увеличения угла зрения?

Дело в том, что при достаточно близком расположении предмета хрусталик чрезмерно деформируется. Конечно, глаз ещё способен чётко видеть предмет, но при этом быстро утомляется, и мы испытываем неприятное напряжение.

Величина $d_0 = 25$ см называется *расстоянием наилучшего зрения* для нормального глаза. При таком расстоянии достигается компромисс: угол зрения уже достаточно велик, и в то же время глаз не утомляется ввиду не слишком большой деформации хрусталика. Поэтому с расстояния наилучшего зрения мы можем полноценно созерцать предмет в течении весьма долгого времени.

7.5 Близорукость

Напомним, что фокусное расстояние нормального глаза в расслабленном состоянии равно расстоянию от оптического центра до сетчатки. Нормальный глаз фокусирует параллельные лучи на сетчатке и поэтому может чётко видеть удалённые предметы, не испытывая напряжения.

Близорукость — это дефект зрения, при котором фокусное расстояние расслабленного глаза меньше расстояния от оптического центра до сетчатки. Близорукий глаз фокусирует параллельные лучи *перед* сетчаткой, и от этого изображения удалённых объектов оказываются размытыми (рис. 58; хрусталик не изображаем).

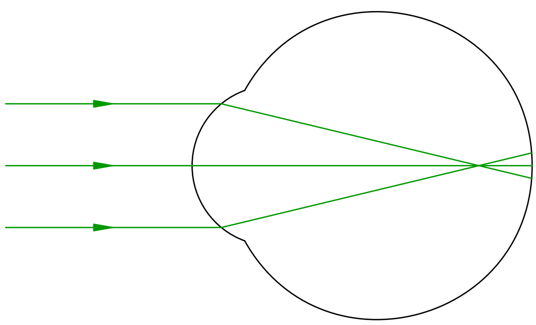

Рис. 58. Близорукость

Потеря чёткости изображения наступает, когда предмет находится дальше определённого расстояния. Это расстояние соответствует дальней точке аккомодации близорукого глаза. Таким образом, если у человека с нормальным зрением дальняя точка аккомодации находится на бесконечности, то *у близорукого человека дальняя точка аккомодации расположена на конечном расстоянии перед ним.*

Соответственно, ближняя точка аккомодации у близорукого глаза находится ближе, чем у нормального. *Расстояние наилучшего зрения для близорукого человека меньше 25 см.*

Близорукость корректируется с помощью очков с рассеивающими линзами. Проходя через рассеивающую линзу, параллельный пучок света становится расходящимся, в результате чего изображение бесконечно удалённой точки отодвигается на сетчатку (рис. 59). Если при этом мысленно продолжить расходящиеся лучи, попадающие в глаз, то они соберутся в дальней точке аккомодации A.

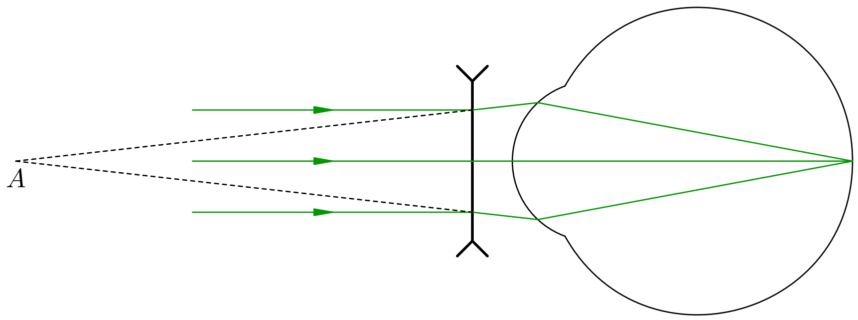

Рис. 59. Коррекция близорукости с помощью очков

Таким образом, *близорукий глаз, вооружённый подходящими очками, воспринимает параллельный пучок света как исходящий из дальней точки аккомодации.* Вот почему близорукий человек в очках может отчётливо рассматривать удалённые предметы без напряжения в глазах. Из рис. 59 мы видим также, что *фокусное расстояние подходящей линзы равно расстоянию от глаза до дальней точки аккомодации.*

7.6 Дальнозоркость

Дальнозоркость — это дефект зрения, при котором фокусное расстояние расслабленного глаза больше расстояния от оптического центра до сетчатки.

Дальнозоркий глаз фокусирует параллельные лучи *за* сетчаткой, отчего изображения удалённых объектов оказываются размытыми (рис. 60).

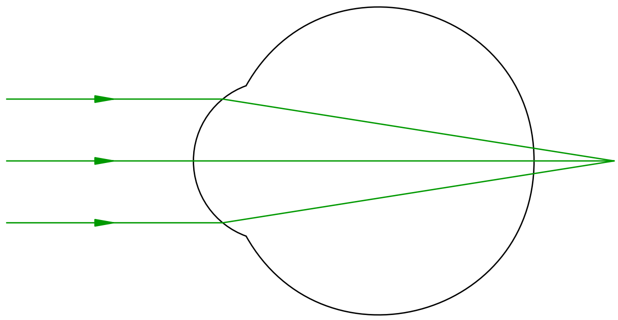

Рис. 60. Дальнозоркость

На сетчатке же фокусируется *сходящийся* пучок лучей. Поэтому дальняя точка аккомодации дальнозоркого глаза оказывается *мнимой*: в ней пересекаются мысленные продолжения лучей сходящегося пучка, попадающего на глаз (мы увидим это ниже на рис. 61).

Ближняя точка аккомодации у дальнозоркого глаза расположена дальше, чем у нормального. *Расстояние наилучшего зрения для дальнозоркого человека больше 25 см.*

Дальнозоркость корректируется с помощью очков с собирающими линзами. После прохождения собирающей линзы параллельный пучок света становится сходящимся и затем фокусируется на сетчатке (рис. 61).

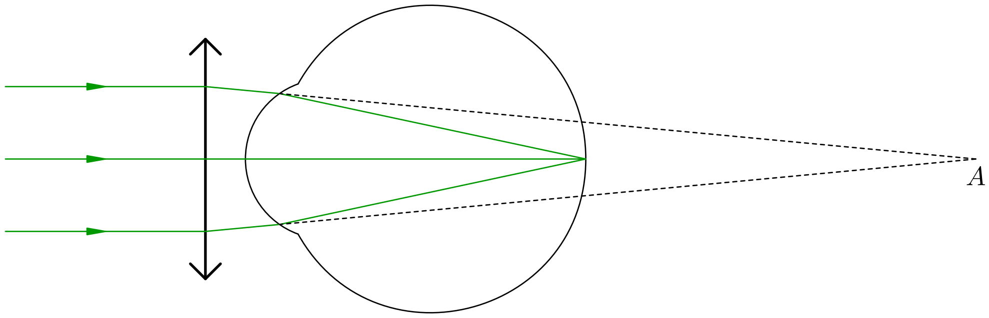

Рис. 61. Коррекция дальнозоркости с помощью очков

Параллельные лучи после преломления в линзе идут так, что продолжения преломлённых лучей пересекаются в дальней точке аккомодации A. Поэтому дальнозоркий человек, вооружённый подходящими очками, будет отчётливо и без напряжения рассматривать удалённые предметы. Мы также видим из рис. 61, что *фокусное расстояние подходящей линзы равно расстоянию от глаза до мнимой дальней точки аккомодации.*

8 Оптические приборы

Как мы знаем из предыдущего раздела, для более подробного разглядывания объекта нужно увеличить угол зрения. Тогда изображение объекта на сетчатке будет крупнее, и это приведёт к раздражению большего числа нервных окончаний зрительного нерва; в мозг направится большее количество визуальной информации, и мы сможем увидеть новые детали рассматриваемого объекта.

Почему угол зрения бывает малым? На то есть две причины: 1) объект сам по себе имеет малый размер; 2) объект, хотя и достаточно велик по размерам, но расположен далеко.

Оптические приборы — это приспособления для увеличения угла зрения. Для рассматривания *малых* объектов используются *лупа* и *микроскоп*. Для рассматривания *далёких* объектов применяются *зрительные трубы* (а также бинокли, телескопы и т. д.).

8.1 Невооружённый глаз

Начинаем с рассматривания мелких объектов невооружённым глазом. Здесь и далее глаз считается нормальным. Напомним, что нормальный глаз в ненапряжённом состоянии фокусирует на сетчатке параллельный пучок света, а расстояние наилучшего зрения для нормального глаза равно $d_0 = 25$ см.

Пусть небольшой предмет размером h находится на расстоянии наилучшего зрения d_0 от глаза (рис. 62). На сетчатке возникает перевёрнутое изображение предмета, но, как вы помните, это изображение затем вторично переворачивается в коре головного мозга, и в результате мы видим предмет нормально — не вверх ногами.

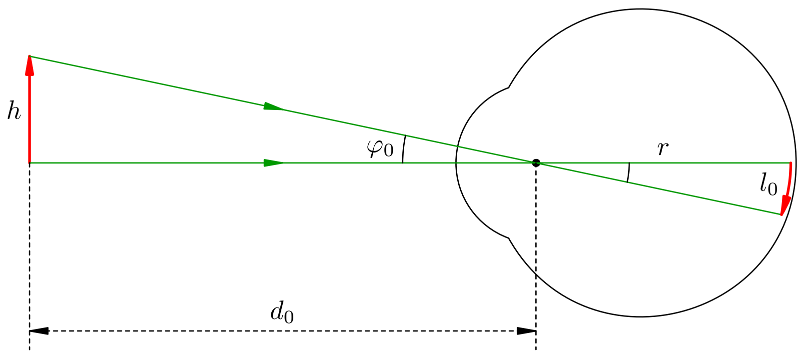

Рис. 62. Рассматривание мелкого предмета невооружённым глазом

Ввиду малости предмета угол зрения φ_0 также является малым. Напомним, что малый угол (в радианах) почти не отличается от своего тангенса: $\varphi_0 \approx \operatorname{tg}\varphi_0$. Поэтому:

$$\varphi_0 = \frac{h}{d_0}\,. \tag{20}$$

Если r — расстояние от оптического центра глаза до сетчатки, то размер изображения на сетчатке будет равен:

$$l_0 = r\varphi_0. \tag{21}$$

Из (20) и (21) имеем также:

$$l_0 = \frac{rh}{d_0}\,. \tag{22}$$

Как известно, диаметр глаза составляет около 2,5 см, так что $r/d_0 \approx 0{,}1$. Поэтому из (22) следует, что при рассматривании мелкого предмета невооружённым глазом изображение предмета на сетчатке примерно в 10 раз меньше самого предмета.

8.2 Лупа

Укрупнить изображение объекта на сетчатке можно с помощью лупы (увеличительного стекла). *Лупа* — это просто собирающая линза (или система линз); фокусное расстояние лупы обычно находится в диапазоне от 5 до 125 мм.

Предмет, разглядываемый через лупу, помещается в её фокальной плоскости (рис. 63). В таком случае лучи, исходящие из каждой точки предмета, после прохождения лупы становятся параллельными, и глаз фокусирует их на сетчатке, не испытывая напряжения.

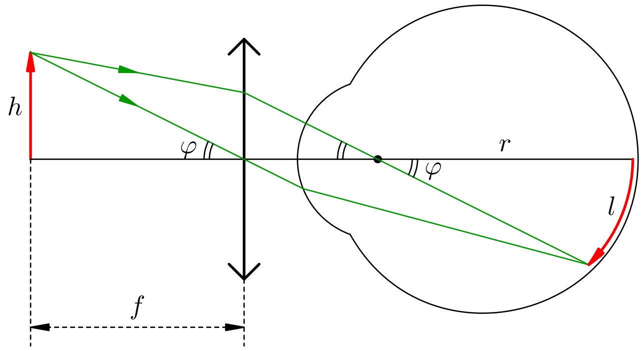

Рис. 63. Рассматривание предмета через лупу

Теперь, как видим, угол зрения равен φ. Он также мал и приблизительно равен своему тангенсу:

$$\varphi = \frac{h}{f}\,. \tag{23}$$

Размер l изображения на сетчатке теперь равен:

$$l = r\varphi, \tag{24}$$

или, с учётом (23):

$$l = \frac{rh}{f}\,. \tag{25}$$

Как и на рис. 62, красная стрелочка на сетчатке также направлена вниз. Это означает, что (с учётом вторичного переворачивания изображения нашим сознанием) в лупу мы видим неперевёрнутое изображение предмета.

Увеличение лупы — это отношение размера изображения при использовании лупы к размеру изображения при рассматривании предмета невооружённым глазом:

$$\Gamma = \frac{l}{l_0}\,. \tag{26}$$

Подставляя сюда выражения (25) и (22), получим:

$$\Gamma = \frac{d_0}{f}\,. \tag{27}$$

Например, если фокусное расстояние лупы равно 5 см, то её увеличение $\Gamma = 25/5 = 5$. При рассматривании через такую лупу объект кажется в пять раз больше, чем при рассматривании его невооружённым глазом.

Подставим также в формулу (26) соотношения (24) и (21):

$$\Gamma = \frac{r\varphi}{r\varphi_0} = \frac{\varphi}{\varphi_0}\,.$$

Таким образом, увеличение лупы есть *угловое увеличение*: оно равно отношению угла зрения при рассматривании объекта через лупу к углу зрения при рассматривании этого объекта невооружённым глазом.

Отметим, что увеличение лупы есть величина субъективная — ведь величина d_0 в формуле (27) есть расстояние наилучшего зрения для *нормального* глаза. В случае близорукого или дальнозоркого глаза расстояние наилучшего зрения будет соответственно меньше или больше.

Из формулы (27) следует, что увеличение лупы тем больше, чем меньше её фокусное расстояние. Уменьшение фокусного расстояния собирающей линзы достигается за счёт увеличения кривизны преломляющих поверхностей: линзу надо делать более выпуклой и тем самым уменьшать её размеры. Когда увеличение Γ достигает 40–50, размер лупы становится равным нескольким миллиметрам. При ещё меньших размерах лупы пользоваться ей станет невозможно, поэтому $\Gamma = 50$ считается верхней границей увеличения лупы.

8.3 Микроскоп

Во многих случаях (например, в биологии, медицине и т. д.) нужно наблюдать мелкие объекты с увеличением в несколько сотен. Лупой тут не обойдёшься, и люди прибегают к помощи *микроскопа*.

Микроскоп содержит две собирающие линзы (или две системы таких линз) — *объектив* и *окуляр*. Запомнить это просто: объектив обращён к объекту, а окуляр — к глазу (к оку).

Идея микроскопа проста. Рассматриваемый объект находится между фокусом и двойным фокусом объектива, так что объектив даёт увеличенное (действительное перевёрнутое) изображение объекта. Это изображение располагается в фокальной плоскости окуляра и затем рассматривается в окуляр как в лупу. В результате удаётся достичь итогового увеличения, гораздо большего 50.

Ход лучей в микроскопе показан на рис. 64.

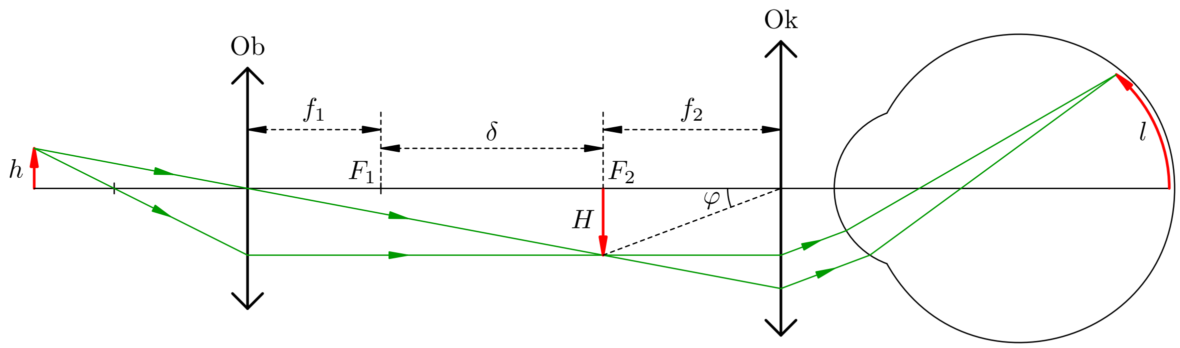

Рис. 64. Ход лучей в микроскопе

Обозначения на рисунке понятны: f_1 — фокусное расстояние объектива Ob; f_2 — фокусное расстояние окуляра Ok; h — размер объекта; H — размер изображения объекта, даваемого объективом. Расстояние $\delta = F_1F_2$ между фокальными плоскостями объектива и окуляра называется *оптической длиной тубуса* микроскопа.

Обратите внимание, что красная стрелочка на сетчатке направлена вверх. Мозг вторично перевернёт её, и в результате объект при рассмотрении в микроскоп будет казаться *перевёрнутым*. Чтобы этого не происходило, в микроскопе используются промежуточные линзы, дополнительно переворачивающие изображение.

Увеличение микроскопа определяется точно так же, как и для лупы: $\Gamma = l/l_0 = \varphi/\varphi_0$. Здесь, как и выше, l и φ — размер изображения на сетчатке и угол зрения при рассматривании объекта в микроскоп, l_0 и φ_0 — те же величины при рассматривании объекта невооружённым глазом.

Имеем по-прежнему $\varphi_0 = h/d_0$, а угол φ, как видно из рис. 64, равен:

$$\varphi = \frac{H}{f_2}\,.$$

Деля φ на φ_0, получим для увеличения микроскопа:

$$\Gamma = \frac{Hd_0}{hf_2}\,. \tag{28}$$

Это, разумеется, не окончательная формула: в ней присутствуют h и H (величины, относящиеся к объекту), а хотелось бы видеть характеристики микроскопа. Ненужное нам отношение H/h мы устраним с помощью формулы линзы.

Для начала ещё раз посмотрим на рис. 64 и используем подобие прямоугольных треугольников с красными катетами H и h:

$$\frac{H}{h} = \frac{b}{a}\,.$$

Здесь $b = f_1 + \delta$ — расстояние от изображения H до объектива, a — расстояние от объекта h до объектива. Теперь привлекаем формулу линзы для объектива:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1}\,,$$

из которой получаем:

$$\frac{b}{a} = \frac{b - f_1}{f_1}\,.$$

Итак,

$$\frac{H}{h} = \frac{b - f_1}{f_1} = \frac{\delta}{f_1}\,,$$

и это выражение мы подставляем в (28):

$$\Gamma = \frac{\delta d_0}{f_1 f_2}\,. \tag{29}$$

Вот это и есть окончательное выражение для увеличения, даваемого микроскопом. Например, если фокусное расстояние объектива равно $f_1 = 1$ см, фокусное расстояние окуляра $f_2 = 2$ см, а оптическая длина тубуса $\delta = 20$ см, то согласно формуле (29) увеличение микроскопа равно:

$$\Gamma = \frac{20\,\text{см} \cdot 25\,\text{см}}{1\,\text{см} \cdot 2\,\text{см}} = 250.$$

Сравните это с увеличением одного только объектива, которое вычисляется по формуле (27):

$$\Gamma_1 = \frac{d_0}{f_1} = \frac{25\,\text{см}}{1\,\text{см}} = 25.$$

Увеличение микроскопа в 10 раз больше!

Теперь мы переходим к объектам, которые достаточно крупны, но находятся слишком далеко от нас. Чтобы рассматривать их получше, применяются *зрительные трубы* — подзорные трубы, бинокли, телескопы и т. д.

Объективом зрительной трубы служит собирающая линза (или система линз) с достаточно большим фокусным расстоянием. А вот окуляром может быть как собирающая, так и рассеивающая линза. Соответственно имеются два вида зрительных труб:

- *труба Кеплера* — если окуляр является собирающей линзой;
- *труба Галилея* — если окуляр является рассеивающей линзой.

Рассмотрим подробнее, как работают эти зрительные трубы.

8.4 Труба Кеплера

Принцип действия трубы Кеплера очень прост: объектив даёт изображение удалённого объекта в своей фокальной плоскости, а затем это изображение рассматривается в окуляр как в лупу. Таким образом, задняя фокальная плоскость объектива совпадает с передней фокальной плоскостью окуляра.

Ход лучей в трубе Кеплера изображён на рис. 65.

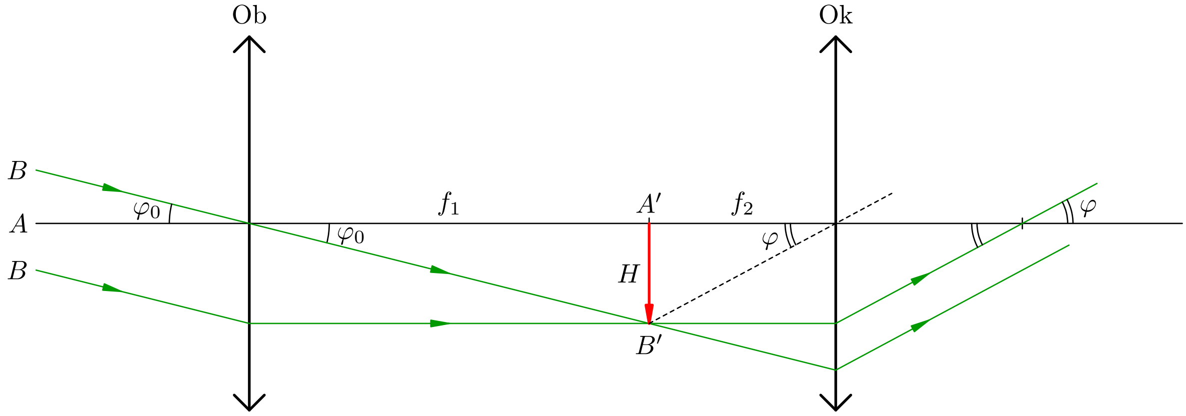

Рис. 65.

Объектом служит далеко расположенная стрелка AB, направленная вертикально вверх; она не показана на рисунке. Луч из точки A идёт вдоль главной оптической оси объектива и окуляра. Из точки B идут два луча, которые ввиду удалённости объекта можно считать параллельными.

В результате изображение $A'B'$ нашего объекта, даваемое объективом, расположено в фокальной плоскости объектива и является действительным, перевёрнутым и уменьшенным. Размер изображения обозначим H.

Невооружённым глазом объект виден под углом φ_0. Согласно рис. 65:

$$\varphi_0 = \frac{H}{f_1}\,, \tag{30}$$

где f_1 — фокусное расстояние объектива.

Изображение объекта мы видим в окуляр под углом φ, который равен:

$$\varphi = \frac{H}{f_2}\,, \tag{31}$$

где f_2 — фокусное расстояние окуляра.

Увеличение зрительной трубы — это отношение угла зрения при наблюдении в трубу к углу зрения при наблюдении невооружённым глазом:

$$\Gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0}\,.$$

Согласно формулам (31) и (30) получаем:

$$\Gamma = \frac{f_1}{f_2}\,. \tag{32}$$

Например, если фокусное расстояние объектива равно 1 м, а фокусное расстояние окуляра равно 2 см, то увеличение зрительной трубы окажется равным: $\Gamma = 100/2 = 50$.

Ход лучей в трубе Кеплера принципиально тот же, что и в микроскопе. Изображением объекта на сетчатке также будет стрелочка, направленная вверх, и поэтому в трубе Кеплера мы увидим объект перевёрнутым. Во избежании этого в пространстве между объективом и окуляром ставят специальные оборачивающие системы линз или призм, которые ещё раз переворачивают изображение.

8.5 Труба Галилея

Галилей изобрёл свой телескоп в 1609 году, и его астрономические открытия потрясли современников. Он обнаружил спутники Юпитера и фазы Венеры, разглядел лунный рельеф (горы, впадины, долины) и пятна на Солнце, а сплошной с виду Млечный Путь оказался скоплением звёзд.

Окуляром трубы Галилея служит рассеивающая линза; задняя фокальная плоскость объектива совпадает с задней фокальной плоскостью окуляра (рис. 66).

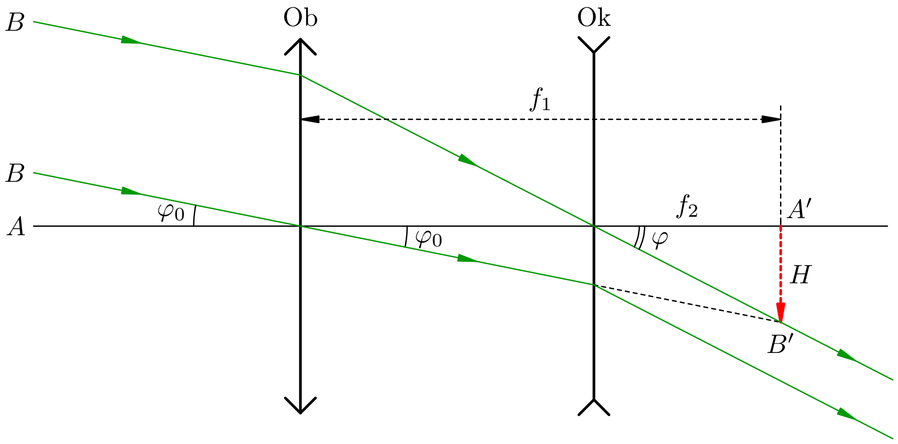

Рис. 66.

Если бы окуляра не было, то изображение $A'B'$ удалённой стрелки AB находилось бы в фокальной плоскости объектива. На рисунке это изображение показано пунктиром — ведь в реальности его там нет!

А нет его там потому, что лучи от точки B, которые после прохождения объектива стали сходящимися к точке B', не доходят до B' и попадают на окуляр. После окуляра они вновь становятся параллельными и поэтому воспринимаются глазом без напряжения. Но теперь мы видим изображение объекта под углом φ, который больше угла зрения φ_0 при рассматривании объекта невооружённым глазом.

Из рис. 66 имеем:

$$\varphi = \frac{H}{f_2}, \quad \varphi_0 = \frac{H}{f_1},$$

и для увеличения трубы Галилея мы получаем ту же формулу (32), что и для трубы Кеплера:

$$\Gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{f_1}{f_2}.$$

Заметьте, что при том же увеличении труба Галилея меньше размером, чем труба Кеплера. Поэтому одно из основных применений трубы Галилея — театральные бинокли.

В отличие от микроскопа и трубы Кеплера, в трубе Галилея мы видим объекты неперевёрнутыми. Почему?