

## Формула линзы

### Содержание

1	МФТИ и «Физтех» . . . . .	2
2	«Покори Воробьёвы горы!» . . . . .	9
3	«Росатом» . . . . .	12
4	Московская олимпиада школьников по физике . . . . .	13
5	«Курчатов» . . . . .	13
6	Всероссийская олимпиада школьников по физике . . . . .	14

Необходимая теория, связанная с тонкими линзами, изложена в следующих статьях базового курса: «Тонкие линзы. Ход лучей» и «Тонкие линзы. Построение изображений».

Здесь мы не будем гнаться за строгостью и выведем формулу линзы в простейшей ситуации, когда *предмет* есть стрелочка  $AB$ , перпендикулярная главной оптической оси линзы, причём начало  $A$  стрелочки лежит на этой оси. Наши обозначения:

- $f$  — фокусное расстояние линзы;
- $a$  — расстояние от предмета до линзы;
- $b$  — расстояние от изображения до линзы;
- $h$  — размер предмета;
- $H$  — размер изображения.

Напомним также, что отношение размера изображения к размеру предмета

$$\Gamma = \frac{H}{h}$$

называется *увеличением* линзы.

Обратим также внимание на оборот речи, который встречается в задачах: «на экране получено изображение предмета». На экране можно получить только действительное изображение, которое возникает в результате пересечения световых лучей (в точке пересечения лучей концентрируется энергия, и на экране получается светлое пятно). Мнимое изображение, являющееся пересечением продолжений «назад» расходящихся лучей, существует лишь в нашем воображении, и ни на каком экране его получить нельзя.

**ЗАДАЧА 1.** (*Собирающая линза*) 1) Постройте изображение предмета в собирающей линзе в четырёх случаях:  $a > 2f$ ,  $a = 2f$ ,  $f < a < 2f$  и  $a < f$ . Охарактеризуйте изображение (действительное/мнимое, прямое/перевернутое, увеличенное/уменьшенное).

2) В каждом случае найдите две пары подобных треугольников с катетами  $h$  и  $H$ ; из одной пары покажите, что  $\Gamma = b/a$ ; выражая  $\Gamma$  из другой пары, выведите формулу линзы.

3) Что получается в особом случае  $a = f$ ?

**ЗАДАЧА 2.** (*Рассеивающая линза*) Постройте изображение предмета в рассеивающей линзе. Зависит ли характер изображения от расстояния между предметом и линзой? Действуя так же, как и в предыдущей задаче, выведите формулу линзы.

ЗАДАЧА 3. Расстояние от точечного источника света до экрана равно  $L = 45$  см. Собирающая линза фокусным расстоянием  $f = 10$  см, помещённая между источником и экраном, даёт на экране чёткое изображение источника. Чему равно расстояние между источником и линзой?

$$x_1 = \left( \frac{fL}{f-L} - f \right) \frac{L}{f} = 20 \text{ см}; \quad x_2 = \left( \frac{fL}{f-L} + f \right) \frac{L}{f} = 15 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 4. На экране получено изображение предмета, расположенного на расстоянии  $a$  от линзы. Фокусное расстояние линзы равно  $f$ . Найдите увеличение линзы.

$$\frac{f-v}{f} = 1$$

ЗАДАЧА 5. Линза с фокусным расстоянием  $f$  даёт прямое изображение предмета, который находится на расстоянии  $a$  от линзы. Найдите увеличение, если изображение: 1) увеличенное; 2) уменьшенное.

$$\frac{v+f}{f} = 1 \quad (2) \quad \frac{v-f}{f} = 1 \quad (1)$$

## 1 МФТИ и «Физтех»

ЗАДАЧА 6. («Физтех», 2017, 11) С помощью линзы на экране получено увеличенное изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Отношение фокусного расстояния линзы к расстоянию между предметом и экраном оказалось равным  $3/16$ . Найдите отношение расстояния между предметом и линзой к расстоянию между предметом и экраном.

$$4/1$$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2016, 11) Расстояние между стрелкой, перпендикулярной главной оптической оси тонкой собирающей линзы, и экраном равно  $L = 45$  см. Линзу перемещают вдоль главной оптической оси между неподвижными стрелкой и экраном. Оказалось, что существует два положения, при которых линза формирует изображение стрелки на экране. При этом размеры первого изображения в 4 раза больше второго.

1) Сравнить расстояние между стрелкой и линзой при первом положении линзы и расстояние между экраном и линзой при втором положении.

2) Найти фокусное расстояние  $F$  линзы.

$$(1) \text{ Расстояние равно; } (2) \text{ } F = \frac{6}{2} L = 10 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2016, 11) Тонкая собирающая линза создаёт на экране изображение стрелки, перпендикулярной ее главной оптической оси. Линзу перемещают, положение ее главной оптической оси остается неизменным, стрелку и экран не двигают. В момент, когда на экране вновь наблюдается чёткое изображение, его размер в 9 раз больше первого изображения. Фокусное расстояние линзы  $F = 15$  см.

1) Сравнить расстояние между экраном и линзой до перемещения линзы и расстояние между стрелкой и линзой после перемещения.

2) Найти перемещение линзы.

$$(1) \text{ Расстояние равно; } (2) \text{ } x = \frac{3}{8} F = 40 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2016, 11) Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с увеличением  $\Gamma = 4$ . Предмет перемещают (не трогая линзу) вдоль главной оптической оси и получают изображение с тем же увеличением. При этом предмет остаётся по одну сторону линзы.

- 1) Линза собирающая или рассеивающая?
- 2) Найти отношение перемещения предмета к фокусному расстоянию линзы.

а) Собирающая; 2)  $\frac{F}{3}$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2016, 11) Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Предмет перемещают (не трогая линзу) вдоль главной оптической оси на расстояние  $0,4F$  ( $F$  — модуль фокусного расстояния линзы) и получают изображение с тем же увеличением. При этом предмет остаётся по одну сторону линзы.

- 1) Линза собирающая или рассеивающая?
- 2) Найти увеличение.

а) Собирающая; 2)  $\Gamma = 5$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 2006) Тонкая линза создаёт прямое изображение предмета с увеличением 3. Во сколько раз расстояние между предметом и изображением больше фокусного расстояния линзы?

$\frac{4}{3}$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 2006) Тонкая линза создаёт прямое изображение предмета с увеличением 0,25. Во сколько раз расстояние между предметом и изображением больше фокусного расстояния линзы?

$\frac{4}{9}$

ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 2006) Тонкая линза создаёт прямое увеличенное изображение предмета, причём расстояние между предметом и изображением в два раза меньше фокусного расстояния линзы. Найдите увеличение.

$\Gamma = 2$

ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2006) Тонкая линза создаёт прямое уменьшенное изображение предмета, причём расстояние между предметом и изображением в два раза меньше фокусного расстояния линзы. Найдите увеличение.

$\Gamma = \frac{2}{3}$

ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 2006) Тонкая линза создаёт изображение предмета с некоторым увеличением. Оказалось, что для получения изображения с двукратным увеличением предмет нужно передвинуть либо к линзе на 6 см, либо от линзы на 3 см. С каким увеличением изображался предмет вначале?

$\Gamma = 6$

ЗАДАЧА 16. (*МФТИ, 2006*) Тонкая линза создаёт изображение предмета с некоторым увеличением. Оказалось, что для получения изображения с требуемым увеличением предмет нужно передвинуть к линзе либо на 5 см, либо на 10 см. Во сколько раз требуемое увеличение больше первоначального?

$$\boxed{\text{В три раза}}$$

ЗАДАЧА 17. (*«Физтех», 2007*) С помощью тонкой линзы на экране получено увеличенное изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Расстояние между предметом и экраном в 4,5 раза больше фокусного расстояния линзы. С каким увеличением изображается предмет?

$$\boxed{z = 1}$$

ЗАДАЧА 18. (*«Физтех», 2007*) С помощью тонкой линзы на экране получено уменьшенное в три раза изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Во сколько раз расстояние между предметом и экраном больше фокусного расстояния линзы?

$$\boxed{\frac{8}{9}}$$

ЗАДАЧА 19. (*МФТИ, 2007*) С помощью тонкой линзы на экране получено изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Расстояние между линзой и экраном в 12 раз больше расстояния от предмета до ближайшего к нему фокуса линзы. С каким увеличением изображается предмет?

$$\boxed{z = 1}$$

ЗАДАЧА 20. (*МФТИ, 2007*) С помощью тонкой линзы на экране получено изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы. Расстояние между предметом и экраном в 9 раз больше расстояния от экрана до ближайшего к нему фокуса линзы. С каким увеличением изображается предмет?

$$\boxed{\frac{z}{1} = 1}$$

ЗАДАЧА 21. (*МФТИ, 2007*) С помощью тонкой линзы на экране получено изображение предмета с трёхкратным увеличением. Предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси линзы.

1) Во сколько раз расстояние между линзой и экраном больше фокусного расстояния линзы? Линзу и предмет передвинули вдоль оптической оси так, чтобы, не меняя положения экрана, получить на нём изображение с двукратным увеличением.

2) На сколько передвинули линзу, если предмет переместили на  $x = 30$  см?

$$\boxed{\text{на } 9z = x \frac{z}{9} = h \quad (z : f = \frac{f}{9}) \quad (1)}$$

Задача 22. (МФТИ, 2007) С помощью тонкой линзы на экране получено уменьшенное в три раза изображение предмета. Предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси линзы.

- 1) Во сколько раз расстояние между линзой и экраном больше фокусного расстояния линзы? Линзу и предмет передвинули вдоль оптической оси так, чтобы, не меняя положения экрана, получить на нём изображение, уменьшенное в пять раз.
- 2) На сколько передвинули линзу, если предмет переместили на  $x = 28$  см?

$$\text{но } z = \frac{F1}{x} = h \quad (z : \frac{3}{4} = \frac{f}{q} \quad (1$$

Задача 23. (МФТИ, 2007) Собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 20$  см и диаметром  $D = 63$  мм вставлена в круглое отверстие листа фанеры. Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии  $a = 28$  см от линзы. На экране, расположенном перпендикулярно главной оптической оси линзы, получено резкое изображение этого источника. При неподвижных линзе и экране источник передвигают на  $x = 8$  см вдоль главной оптической оси в направлении от линзы.

- 1) На каком расстоянии от экрана получилось новое изображение источника?
- 2) Найдите диаметр светлого пятна на экране.

$$(1) \quad 25 \text{ см}; \quad (2) \quad 35 \text{ мм}$$

Задача 24. (МФТИ, 2007) В круглое отверстие листа фанеры вставлена собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 30$  см и диаметром  $D = 72$  мм. Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии  $a = 60$  см от линзы. На экране, расположенном перпендикулярно главной оптической оси линзы, получено резкое изображение этого источника. Линзу при неподвижном источнике и экране передвигают на  $x = 15$  см вдоль главной оптической оси в направлении от экрана.

- 1) На каком расстоянии от экрана получилось новое изображение источника?
- 2) Найдите диаметр светлого пятна на экране.

$$(1) \quad 15 \text{ см}; \quad (2) \quad 12 \text{ мм}$$

Задача 25. (МФТИ, 2008) Яхту фотографируют с расстояния  $d_1 = 52$  м с помощью объектива с фокусным расстоянием  $F_1 = 40$  мм. Модель яхты фотографируют с расстояния  $d_2 = 60$  см с помощью объектива с фокусным расстоянием  $F_2 = 80$  мм. На плёнке размеры изображений яхты и модели одинаковы. Во сколько раз отличаются линейные размеры яхты и её модели? Объектив считать тонкой линзой, относительно которой отсчитываются все расстояния.

$$\text{В } 200 \text{ раз}$$

Задача 26. (МФТИ, 2008) Самолёт и его модель, выполненную в масштабе  $1 : 375$ , необходимо сфотографировать так, чтобы размеры изображений самолёта и модели на плёнке были одинаковы. С какого расстояния  $d_1$  следует фотографировать самолёт с помощью объектива с фокусным расстоянием  $F_1 = 50$  мм, если модель была сфотографирована с расстояния  $d_2 = 50$  см с помощью объектива с фокусным расстоянием  $F_2 = 100$  мм? Объектив считать тонкой линзой, относительно которой отсчитываются все расстояния.

$$m \quad 75 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 27. («Физтех», 2010) Тонкая линза создаёт прямое изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Если расстояние от предмета до линзы уменьшить вдвое, увеличение также уменьшается вдвое. С каким увеличением изображался предмет вначале?

$$\boxed{\varepsilon = 1}$$

ЗАДАЧА 28. («Физтех», 2010) Тонкая линза создаёт перевёрнутое изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Если расстояние от предмета до линзы уменьшить вдвое, увеличение также уменьшается вдвое. С каким увеличением изображался предмет вначале?

$$\boxed{\varepsilon = 1}$$

ЗАДАЧА 29. («Физтех», 2010) Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси, с некоторым увеличением. Если расстояние от предмета до линзы увеличить вдвое, получается прямое изображение с увеличением, вдвое большим первоначального увеличения. С каким увеличением изображался предмет вначале?

$$\boxed{z/\varepsilon = 1}$$

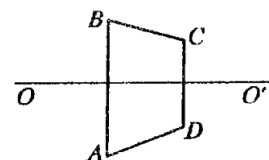
ЗАДАЧА 30. («Физтех», 2010) Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси. Если, не трогая линзу, передвинуть предмет вдоль оптической оси на  $x = 4$  см по направлению к линзе, то получится изображение с тем же увеличением, находящееся на расстоянии  $y = 9$  см от старого изображения. Найдите фокусное расстояние линзы.

$$\boxed{\text{то } \varepsilon = fx/\frac{z}{f} = f}$$

ЗАДАЧА 31. («Физтех», 2010) Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси. Если, не трогая линзу, передвинуть предмет вдоль оптической оси на  $x = 2$  см по направлению от линзы, то получится изображение с тем же увеличением, находящееся на расстоянии  $y = 8$  см от старого изображения. Найдите увеличение.

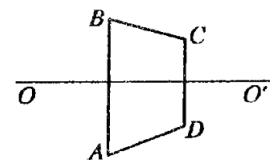
$$\boxed{z = \frac{x}{\varepsilon} \wedge = 1}$$

ЗАДАЧА 32. (МФТИ, 1992) Трапеция  $ABCD$  расположена так, что её параллельные стороны  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны главной оптической оси тонкой линзы (см. рисунок). Линза создаёт мнимое изображение трапеции  $ABCD$  в виде трапеции с теми же самыми углами. Если повернуть трапецию  $ABCD$  на  $180^\circ$  вокруг стороны  $AB$ , то линза создаёт её изображение в виде прямоугольника. С каким увеличением изображается сторона  $AB$ ?



$$\boxed{z = 1}$$

ЗАДАЧА 33. (МФТИ, 1992) Трапеция  $ABCD$  расположена так, что её параллельные стороны  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны главной оптической оси тонкой линзы (см. рисунок). Линза создаёт действительное изображение трапеции  $ABCD$  в виде прямоугольника. Если повернуть трапецию  $ABCD$  на  $180^\circ$  вокруг стороны  $AB$ , то линза создаёт её изображение в виде трапеции с теми же самыми углами. С каким увеличением изображается сторона  $AB$ ?

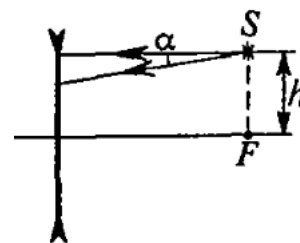


$$\boxed{z = 1}$$

ЗАДАЧА 34. (МФТИ, 1992) На оси тонкой отрицательной линзы расположена трапеция таким образом, что её параллельные стороны перпендикулярны главной оптической оси. Линза создаёт изображение трапеции, имеющее вид прямоугольника. При этом меньшая из параллельных сторон изображается с увеличением  $\Gamma_1 = 1/3$ . Если трапецию передвинуть вдоль главной оси на некоторое расстояние, то получается изображение в виде трапеции с теми же самыми углами. Найти, с каким увеличением изображается та же самая меньшая сторона в этом случае.

$$\boxed{\frac{\Gamma}{1} = \frac{1 + \Gamma_1}{\Gamma_1} = z_1}$$

ЗАДАЧА 35. (МФТИ, 1995) В фокальной плоскости тонкой рассеивающей линзы на расстоянии  $h = 2$  см от её главной оптической оси расположен точечный источник света  $S$ . Угол между двумя лучами, один из которых параллелен главной оптической оси, равен  $\alpha = 0,08$  (см. рисунок).



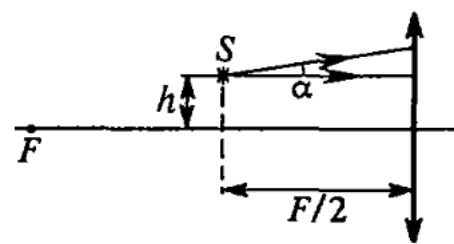
1) Найти угол  $\beta$  между этими лучами после преломления в линзе.

2) На каких расстояниях от линзы и от главной оптической оси получится изображение источника  $S$ ?

Фокусное расстояние линзы  $F = 20$  см. Считать, что  $\alpha$  и  $\beta$  малы и  $h \ll F$ .

$$\boxed{(1) \beta = 2\alpha = 0,16; (2) b = \frac{z}{F} = q (z) \approx 10 \text{ см}, H = \frac{z}{h} = 10 \text{ см}}$$

ЗАДАЧА 36. (МФТИ, 1995) Фокусное расстояние тонкой собирающей линзы  $F = 40$  см. Точечный источник света  $S$  расположен на расстояниях  $F/2$  от линзы и  $h = 5$  см от её главной оптической оси. Угол между двумя лучами, один из которых параллелен главной оптической оси, равен  $\alpha = 0,2$  (см. рисунок).



1) Найти угол  $\beta$  между этими лучами после прохождения линзы.

2) Определить расстояния от изображения источника  $S$  до линзы и главной оптической оси.

Считать углы  $\alpha$  и  $\beta$  малыми и  $h \ll F$ .

$$\boxed{(1) \beta = \frac{z}{F} = 0,1; (2) b = 40 \text{ см}, H = 10 \text{ см}}$$

ЗАДАЧА 37. (МФТИ, 1996) В отверстие радиусом  $R = 1,5$  см в тонкой непрозрачной перегородке вставлена тонкая собирающая линза. Точечный источник света расположен на главной оптической оси по одну сторону перегородки. По другую сторону перегородки находится экран. Экран, соприкасавшийся вначале с линзой, отодвигают от линзы. В результате радиус светлого пятна на экране плавно увеличивается и на расстоянии  $L = 18$  см от перегородки достигает значения  $r_1 = 3$  см. Если линзу убрать, оставив экран на месте, то радиус пятна на экране станет  $r_2 = 4,5$  см.

- 1) Найти расстояние от источника до линзы.
- 2) Определить фокусное расстояние линзы.

$$\boxed{r_1 = 3 \text{ см}; r_2 = 4,5 \text{ см}; L = 18 \text{ см}}$$

ЗАДАЧА 38. (МФТИ, 1996) Тонкая собирающая линза вставлена в отверстие радиусом  $R = 2,5$  см в тонкой непрозрачной ширме. Точечный источник света расположен на расстоянии  $d = 15$  см от линзы на её главной оптической оси. Экран, находящийся по другую сторону ширмы, чем источник, отодвигают от линзы. В результате радиус светлого пятна на экране плавно уменьшается и на расстоянии  $L = 12$  см от линзы становится равным  $r = 1,5$  см.

- 1) На каком расстоянии от линзы надо поместить экран, чтобы получить чёткое изображение источника?
- 2) Найти фокусное расстояние линзы.

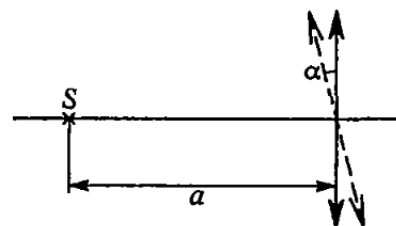
$$\boxed{r = 1,5 \text{ см}; L = 12 \text{ см}; d = 15 \text{ см}}$$

ЗАДАЧА 39. (МФТИ, 1996) В отверстие радиусом  $R = 1$  см в тонкой непрозрачной перегородке вставлена тонкая рассеивающая линза. По одну сторону перегородки на главной оптической оси линзы расположен точечный источник света. По другую сторону перегородки на расстоянии  $L = 24$  см от неё находится экран. Радиус светлого пятна на экране  $r_1 = 4$  см. Если линзу убрать, то радиус пятна на экране станет равным  $r_2 = 2$  см.

- 1) Найти расстояние от источника до линзы.
- 2) Определить фокусное расстояние линзы.

$$\boxed{r_1 = 4 \text{ см}; r_2 = 2 \text{ см}; L = 24 \text{ см}}$$

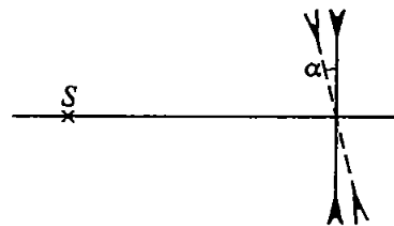
ЗАДАЧА 40. (МФТИ, 1997) Точечный источник света  $S$  расположен на расстоянии  $a = 40$  см от собирающей линзы на её главной оптической оси. Оптическая сила линзы  $D = 5$  дптр. При повороте линзы на некоторый угол  $\alpha$  (см. рисунок) относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через оптический центр линзы, изображение источника сместилось на  $\Delta l = 10$  см. Найти угол поворота линзы  $\alpha$ .



$$\boxed{\cos \alpha = \frac{(l \Delta + a) a D}{l \Delta + a^2} = \cos \theta}$$



ЗАДАЧА 41. (МФТИ, 1997) Точечный источник света  $S$  расположен на главной оптической оси рассеивающей линзы в её фокусе. Оптическая сила линзы  $D = -4$  дптр (см. рисунок). На какое расстояние сместится изображение источника, если линзу повернуть на угол  $\alpha = 30^\circ$  относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через оптический центр линзы?



$$\text{ММ } 6 \approx \frac{\frac{\alpha \sin \alpha + 1}{\alpha} \frac{DZ}{1}}{1 - \cos \alpha} = 1$$

ЗАДАЧА 42. (МФТИ, 2001) Точечный источник света находится на главной оптической оси на расстоянии  $a = 40$  см от собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 8$  см. Источник сместили вверх на расстояние  $h = 5$  см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси. На сколько и куда надо сместить линзу, чтобы изображение источника вернулось в старое положение?

$$\text{МД } 1 = \frac{v}{Fh} = 7$$

ЗАДАЧА 43. (МФТИ, 2001) Точечный источник света находится на главной оптической оси на расстоянии  $d = 40$  см от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 10$  см. Источник сместили вверх на расстояние  $h = 5$  см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси. На сколько и куда надо сместить линзу, чтобы изображение источника вернулось в старое положение?

$$\text{МД } 1,25 \text{ см} = \frac{p}{Fh} = 7$$

ЗАДАЧА 44. (МФТИ, 2001) Точечный источник света находится на главной оптической оси на расстоянии  $a = 8$  см от собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 12$  см. Источник сместили вниз на расстояние  $h = 4$  см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси. На сколько и куда надо сместить линзу, чтобы изображение источника вернулось в старое положение?

$$\text{МД } 9 = \frac{v}{Fh} = 7$$

## 2 «Покори Воробьёвы горы!»

ЗАДАЧА 45. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  находятся на главной оптической оси тонкой собирающей линзы ( $B$  находится между  $A$  и  $C$ ). Расстояния между точками  $|AB| \equiv a = 5$  см и  $|BC| \equiv b = 10$  см. Если источник света поместить в точку  $A$ , то его изображение окажется в точке  $B$ , а если источник поместить в точку  $B$ , то изображение будет в точке  $C$ . Найдите фокусное расстояние линзы.

$$\text{МД } 09 = \frac{2^{(v-q)}}{(q+v)qv} = 1$$

ЗАДАЧА 46. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) На главной оптической оси линзы расположены два точечных источника света на расстоянии  $L = 25$  см друг от друга. Линза с фокусным расстоянием  $F = 10$  см находится между источниками. На каких расстояниях от каждого из источников находится линза, если изображения обоих источников оказались в одной точке?

$$x_1 = L \text{ и } x_2 = L - 2F = 5 \text{ см}$$

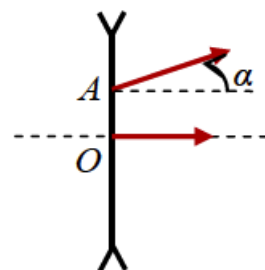
ЗАДАЧА 47. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) В отверстие радиусом  $R = 2$  см в тонкой непрозрачной перегородке вставлена собирающая линза. Точечный источник света расположен на главной оптической оси линзы. По другую сторону относительно перегородки находится экран. Экран, соприкасающийся вначале с линзой, отодвигают от линзы. При этом радиус светлого пятна на экране плавно увеличивается и на расстоянии  $L = 18$  см от перегородки достигает значения  $r = 3$  см. Если линзу убрать, оставив экран на месте, то радиус пятна на экране станет  $r' = 4$  см. Определите фокусное расстояние линзы.

$$F = \frac{L^2 - r^2}{4L} = 10 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 48. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Небольшая лампа подвешена на высоте  $H = 1,8$  м над горизонтальной поверхностью стола. Между лампой и столом поместили линзу, оптическая сила которой  $D = 2,5$  дптр, таким образом, что на столе наблюдалось чёткое изображение нити лампы (плоскость линзы горизонтальна). Линзу переместили вниз на расстояние  $h$ , и оказалось, что и в этом случае на столе наблюдается чёткое изображение нити. Найти  $h$ .

$$h = \frac{H}{D} = 0,72 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 49. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Точечный источник света находится перед рассеивающей линзой. Луч от этого источника, падающий на линзу в точке  $O$ , идёт после линзы вдоль её главной оптической оси. Луч, падающий на линзу в точке  $A$  (расстояние  $OA = l = 2$  см), выходит из линзы под углом  $\alpha = 6^\circ$  к оптической оси. Фокусное расстояние линзы  $F = 25$  см. На каком расстоянии от линзы находится источник?



$$d = \frac{l}{\tan \alpha} = 19,2 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 50. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 10–11) Предмет и его прямое изображение располагаются на оси тонкой линзы перпендикулярно этой оси и симметрично относительно одного из фокусов линзы. Расстояние между предметом и изображением  $l = 20$  см. Чему может равняться фокусное расстояние линзы?

$$F = \frac{l}{\sqrt{2} + 1} \approx 14,14 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 51. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 10–11) При помощи тонкой линзы на экране создано изображение пламени небольшой свечи, расположенного на главной оптической оси линзы перпендикулярно ей. При этом отношение линейных размеров изображения и самого пламени было равно  $|\Gamma| = \frac{1}{3}$ . Не двигая свечу, линзу переместили на расстояние  $s = 50$  см вдоль ее оптической оси. После перемещения и подбора положения экрана отношение размеров стало равно  $|\Gamma'| = 2$ . Найти оптическую силу линзы.

$$D = \frac{2}{s} = 0,04 \text{ дптр}$$

ЗАДАЧА 52. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Линза с фокусным расстоянием  $F = 12$  см создает на экране изображение предмета с увеличением  $|\Gamma_1| = 9$ . Другая линза при этом же расстоянии между предметом и экраном дает на экране изображение с увеличением  $|\Gamma_2| = 3$ . Найдите фокусное расстояние второй линзы.

$$m_0 \text{ 52} = \mathcal{A} \frac{z_1}{s_1} = \frac{\left(\frac{1+|\Gamma_1|}{1-|\Gamma_1|}\right) \left|\frac{z_1}{z_1}\right| \mathcal{A}}{z} = x \mathcal{A}$$

ЗАДАЧА 53. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) При помощи тонкой линзы на экране создано изображение булавки, расположенной на главной оптической оси линзы перпендикулярно ей. При этом отношение линейных размеров изображения и самой булавки было равно  $|\Gamma| = 2$ . Не двигая булавку, линзу переместили на расстояние  $s = 20$  см вдоль её оптической оси (линза при этом не приближалась к булавке, и в любом положении оставалось справедливым приближение тонкой линзы). После перемещения и подбора положения экрана отношение размеров стало равно  $|\Gamma'| = 1$ . Найти оптическую силу линзы.

$$d_{\text{линз}} \text{ 53} = \frac{s z}{l} = \left(\frac{|z|}{l} - \frac{|z|}{l}\right) \frac{s}{l} = d$$

ЗАДАЧА 54. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) С помощью тонкой линзы на экране получено изображение нити небольшой лампочки, развёрнутой перпендикулярно оси линзы, с увеличением  $|\Gamma| = 2,5$ . Когда экран придвинули к линзе на расстояние  $s = 8$  см, то для получения нового чёткого изображения лампочку пришлось сдвинуть вдоль оси на расстояние  $s' = 1,6$  см. Каким стало увеличение изображения?

$$z = \frac{|z| s}{s'} = |\Gamma|$$

ЗАДАЧА 55. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Небольшой предмет перемещают вдоль главной оси тонкой линзы. Когда он расположен в точке  $A$ , то линза дает прямое изображение с поперечным увеличением  $|\Gamma_1| = 2$ , а при расположении в точке  $B$  — перевёрнутое изображение с  $|\Gamma_2| = 3$ . Чему равно увеличение  $|\Gamma_3|$ , если предмет поместить в точке  $C$  находящейся посередине между точками  $A$  и  $B$ ?

$$z_1 = \frac{\left|\frac{z_1}{z_1}\right| \left|\frac{z_1}{z_1}\right|}{2} = |\Gamma_3|$$

ЗАДАЧА 56. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Точечный источник света размещён на главной оптической оси тонкой рассеивающей линзы. Расстояние между источником и его изображением равно  $L_1$ . Если передвинуть источник в точку, где находится его изображение, то изображение сместится в ту же сторону на расстояние  $L_2$ . Найти оптическую силу линзы (напомним, что у рассеивающей линзы она считается отрицательной).

$$\frac{(z_1 + l_1) z_1 l_1 z_2}{z (z_1 - l_1)} = d$$

ЗАДАЧА 57. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) В отверстие радиусом  $R = 1,5$  см в тонкой непрозрачной перегородке вставлена собирающая линза. Точечный источник света расположен на главной оптической оси линзы по одну сторону от перегородки. По другую сторону находится экран. Экран, соприкасающийся вначале с линзой, отодвигают от линзы. При этом радиус светлого пятна на экране плавно увеличивается и на расстоянии  $L = 18$  см от перегородки достигает значения  $r_1 = 3$  см. Если линзу убрать, оставив экран на месте, то радиус пятна на экране станет  $r_2 = 4,5$  см. Определите фокусное расстояние линзы.

$$m_0 \text{ 57} = \frac{r_1 - r_2}{R L} = f$$

### 3 «Росатом»

ЗАДАЧА 58. («Росатом», 2012, 11) Точечный источник света расположен на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии  $d = 30$  см от линзы. Фокусное расстояние линзы равно  $F = 10$  см. Линзу сместили на расстояние  $a = 2$  см в направлении источника. На какое расстояние переместилось при этом изображение источника?

$$\text{МО } \Delta x = \frac{F-v-p}{F(v-p)} \cdot v + \frac{F-p}{Fp} = x \nabla$$

ЗАДАЧА 59. («Росатом», 2012, 11) Собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 10$  см находится между двумя точечными источниками света на расстоянии  $d = 8$  см от одного из них. Источники расположены на главной оптической оси линзы. Каково расстояние между изображениями, если их изображения находятся в одной точке?

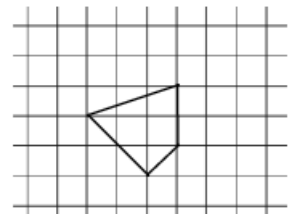
$$\text{МО } \varepsilon = \frac{F-p}{Fp} = 1$$

ЗАДАЧА 60. («Росатом», 2011, 11) Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы на расстоянии  $d = 30$  см от линзы. Фокусное расстояние линзы  $F = 10$  см. Линзу сместили на расстояние  $a = 2$  см в направлении, перпендикулярном главной оптической оси. На какое расстояние переместилось при этом изображение источника?



$$\text{МО } \varepsilon = \frac{F-p}{pv} = x \nabla$$

ЗАДАЧА 61. («Росатом», 2017, 11) На рисунке изображён выпуклый четырёхугольник. Где нужно расположить тонкую собирающую линзу, и каким должно быть её фокусное расстояние, чтобы изображение четырёхугольника имело форму квадрата? Решить задачу графически и обосновать все сделанные построения на основе законов геометрической оптики (правильное построение без обоснования и комментариев не будет считаться правильным ответом). Оценить по рисунку фокусное расстояние этой линзы, считая, что одна клеточка на рисунке равна 1 см.



$$\text{МО } \varepsilon \approx 1$$

## 4 Московская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 62. (МОШ, 2014, 11) Экран расположен на расстоянии 60 см от предмета. Используя линзу, школьник Владислав хочет получить чёткое изображение предмета на экране. Предмет и экран расположены перпендикулярно главной оптической оси линзы.

А) Линзу с какой минимальной оптической силой может взять Владислав? Ответ представьте в диоптриях и округлите до десятых.

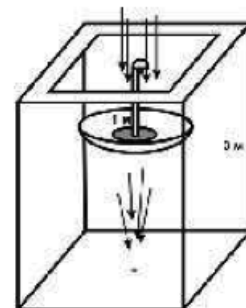
В) С помощью своей линзы Владислав получил изображение предмета с увеличением 3. Чему равна оптическая сила линзы Владислава? Ответ представьте в диоптриях и округлите до десятых.

С) Передвинув линзу на некоторое расстояние, Владислав снова получил чёткое изображение предмета. Найдите отношение размера данного изображения к размеру предмета. Ответ округлите до сотых.

Д) Передвинув линзу на некоторое расстояние, Владислав снова получил чёткое изображение предмета. На какое расстояние передвинул линзу Владислав? Ответ представьте в сантиметрах и округлите до целых.

А) 6,7; В) 8,9; С) 0,33; Д) 30

ЗАДАЧА 63. (МОШ, 2015, 11) В потолке чердака высотой 3 м расположена плоская дверца из прозрачного стекла, на ручке которой висит зонт из прозрачного пластика. В куполе зонта со временем скопилось немного воды. В момент, когда солнечные лучи перпендикулярны поверхности земли, свет, проникающий на чердак сквозь люк, проходя сквозь воду в зонте, собирается в яркую точку на полу. Длина ручки зонта составляет 1 м. Какой высоты покажется потолок в комнате, если в пасмурный день лечь на пол и смотреть вверх сквозь лужицу в зонте?



4 м

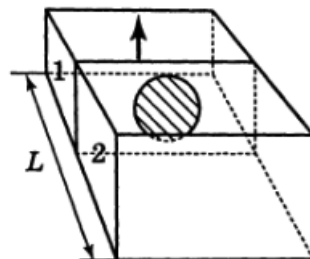
## 5 «Курчатов»

ЗАДАЧА 64. («Курчатов», 2017, 11) С помощью тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием 20 см получили на экране увеличенное в 4 раза чёткое изображение предмета. Затем, не меняя положения линзы, экран придвинули на 40 см к линзе и переместили предмет так, чтобы на экране вновь получилось чёткое изображение предмета. Найдите новое расстояние от предмета до линзы. Какое увеличение получилось во втором случае?

30 см; увеличение стало равно 2

## 6 Всероссийская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 65. (Всеросс., 1994, финал, 11) Прямоугольный аквариум длины  $L = 50$  см разделён перегородкой на два отсека 1 и 2. В центре перегородки находится симметричная двояковыпуклая линза. На задней стенке аквариума, в центре, нарисована стрелка (рис.). Длина стрелки равна  $h$ . Если в отсек 1 аквариума налить жидкость, то на передней стенке отсека 2 появится чёткое изображение стрелки. Длина изображения стрелки  $h_1 = 4,5$  мм. Если ту же жидкость налить во второй отсек аквариума, вылив её из первого, то на той же стенке отсека 2 вновь будет видно чёткое изображение стрелки. Длина  $h_2 = 2$  мм. Найдите длину стрелки  $h$ , показатель преломления  $n$  жидкости и расстояние между линзой и стенками аквариума.



$$\text{или } \varepsilon = \frac{z_1 y_1}{z_2 y_2} = n; \text{ так } z_2 = \frac{z_1}{n} = q = v; \text{ и } \frac{z_1 y_1}{z_2 y_2} = n = u$$

ЗАДАЧА 66. (Всеросс., 2014, финал, 11) В архиве Снеллиуса нашли чертёж оптической схемы, на которой была изображена линза, положение точечного источника света  $S_0$  и его изображения  $S_1$ . От времени чернила выцвели, и на схеме осталось видно только положение оптической оси линзы, источника  $S_0$ , изображения  $S_1$  и одного из фокусов  $F$  (см. рисунок). Построением циркулем и линейкой без делений восстановите возможные положения линзы.



Существуют четыре решения; см. конец листа

Ответ к задаче 66

