

Энергия

Темы кодификатора ЕГЭ: работа силы, мощность, кинетическая энергия, потенциальная энергия, закон сохранения механической энергии.

Мы приступаем к изучению энергии — фундаментального физического понятия. Но предварительно нужно разобраться с другой физической величиной — работой силы.

Работа

Пусть на тело действует постоянная сила \vec{F} и тело, двигаясь прямолинейно по горизонтальной поверхности, совершило перемещение \vec{s} . Сила \vec{F} не обязательно является непосредственной причиной перемещения (так, сила тяжести не является непосредственной причиной перемещения шкафа, который передвигают по комнате).

Предположим сначала, что векторы силы и перемещения сонаправлены (рис. 1; остальные силы, действующие на тело, не указаны).

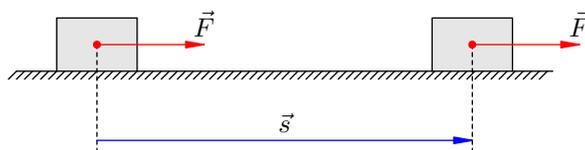


Рис. 1. $A = Fs$

В этом простейшем случае работа A определяется как произведение модуля силы на модуль перемещения:

$$A = Fs. \quad (1)$$

Единицей измерения работы служит *джоуль* (Дж): Дж = Н · м. Таким образом, если под действием силы 1 Н тело перемещается на 1 м, то сила совершает работу 1 Дж.

Работа силы, перпендикулярной перемещению, по определению считается равной нулю. Так, в данном случае сила тяжести и сила реакции опоры не совершают работы.

Пусть теперь вектор силы образует с вектором перемещения острый угол α (рис. 2).

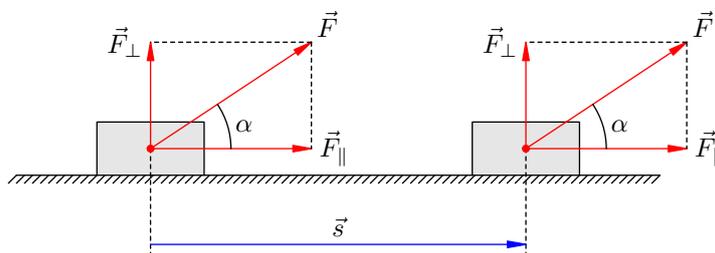


Рис. 2. $A = Fs \cos \alpha$

Разложим силу \vec{F} на две составляющие: \vec{F}_{\parallel} (параллельную перемещению) и \vec{F}_{\perp} (перпендикулярную перемещению). Работу совершает только \vec{F}_{\parallel} . Поэтому для работы силы \vec{F} получаем: $A = F_{\parallel}s = F \cos \alpha \cdot s$. Итак,

$$A = Fs \cos \alpha. \quad (2)$$

Если вектор силы образует с вектором перемещения тупой угол α , то работа по-прежнему определяется формулой (2). В этом случае работа оказывается отрицательной.

Например, работа силы трения скольжения, действующей на тело в рассмотренных ситуациях, будет отрицательной, так как сила трения направлена противоположно перемещению. В этом случае имеем: $\alpha = 180^\circ$, $\cos \alpha = -1$, и для работы силы трения получаем:

$$A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}}s = -\mu mgs,$$

где m — масса тела, μ — коэффициент трения между телом и опорой.

Соотношение (2) означает, что работа является *скалярным произведением* векторов силы и перемещения:

$$A = \vec{F}\vec{s}.$$

Это позволяет вычислять работу через координаты данных векторов:

$$A = F_x s_x + F_y s_y + F_z s_z.$$

Пусть на тело действуют несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, и \vec{F} — равнодействующая этих сил. Для работы силы \vec{F} имеем:

$$A = \vec{F}\vec{s} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n)\vec{s} = \vec{F}_1\vec{s} + \vec{F}_2\vec{s} + \dots + \vec{F}_n\vec{s},$$

или

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n,$$

где A_1, A_2, \dots, A_n — работы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$. Итак, *работа равнодействующей приложенных к телу сил равна сумме работ каждой силы в отдельности.*

Мощность

Часто имеет значение быстрота, с которой совершается работа. Скажем, на практике важно знать, какую работу сможет выполнить данное устройство за фиксированное время.

Мощность — это величина, характеризующая скорость совершения работы. Мощность N есть отношение работы A ко времени t , за которое эта работа совершена:

$$N = \frac{A}{t}.$$

Мощность измеряется в *ваттах* (Вт). $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$, то есть 1 Вт — это такая мощность, при которой работа в 1 Дж совершается за 1 с .

Предположим, что силы, действующие на тело, уравновешены, и тело движется равномерно и прямолинейно со скоростью \vec{v} . В этом случае существует полезная формула для мощности, развиваемой одной из действующих сил \vec{F} .

За время t тело совершит перемещение $\vec{s} = \vec{v}t$. Работа силы \vec{F} будет равна:

$$A = \vec{F}\vec{s} = \vec{F}\vec{v}t.$$

Отсюда получаем мощность:

$$N = \vec{F}\vec{v},$$

или

$$N = Fv \cos \alpha,$$

где α — угол между векторами силы и скорости.

Наиболее часто эта формула используется в ситуации, когда \vec{F} — «сила тяги» двигателя автомобиля (которая на самом деле есть сила трения ведущих колёс о дорогу). В этом случае $\alpha = 0$, и мы получаем просто:

$$N = Fv.$$

Механическая энергия

Энергия является мерой движения и взаимодействия любых объектов в природе. Имеются различные формы энергии: механическая, тепловая, электромагнитная, ядерная. . .

Опыт показывает, что энергия не появляется ниоткуда и не исчезает бесследно, она лишь переходит из одной формы в другую. Это самая общая формулировка *закона сохранения энергии*.

Каждый вид энергии представляет собой некоторое математическое выражение. Закон сохранения энергии означает, что в каждом явлении природы определённая сумма таких выражений остаётся постоянной с течением времени.

Измеряется энергия в джоулях, как и работа.

Механическая энергия является мерой движения и взаимодействия механических объектов (материальных точек, твёрдых тел).

Мерой движения тела является *кинетическая энергия*. Она зависит от скорости тела. Мерой взаимодействия тел является *потенциальная энергия*. Она зависит от взаимного расположения тел.

Механическая энергия системы тел равна сумме кинетической энергии тел и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом.

Кинетическая энергия

Кинетической энергией тела (принимаемого за материальную точку) называется величина

$$K = \frac{mv^2}{2},$$

где m — масса тела, v — его скорость.

Кинетической энергией системы из N тел называется сумма кинетических энергий каждого тела:

$$K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_N v_N^2}{2}.$$

Если тело движется под действием силы \vec{F} , то кинетическая энергия тела, вообще говоря, меняется со временем. Оказывается, изменение кинетической энергии тела за некоторый промежуток времени равно работе силы \vec{F} . Покажем это для случая прямолинейного равноускоренного движения.

Пусть \vec{v}_1 — начальная скорость, \vec{v}_2 — конечная скорость тела. Выберем ось X вдоль траектории тела (и, соответственно, вдоль вектора силы \vec{F}). Для работы силы \vec{F} получаем:

$$A = \vec{F}\vec{s} = F_x s_x = m a_x s_x = m a_x \frac{v_{2x}^2 - v_{1x}^2}{2a_x} = \frac{m v_{2x}^2 - m v_{1x}^2}{2}.$$

(мы воспользовались формулой для s_x , выведенной в статье «Равноускоренное движение»).

Заметим теперь, что в данном случае проекция скорости отличается от модуля скорости разве что знаком; поэтому $v_{1x}^2 = v_1^2$ и $v_{2x}^2 = v_2^2$. В результате имеем:

$$A = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = K_2 - K_1 = \Delta K,$$

что и требовалось.

На самом деле соотношение $\Delta K = A$ справедливо и в самом общем случае криволинейного движения под действием переменной силы.

Теорема о кинетической энергии. Изменение кинетической энергии тела равно работе, совершённой приложенными к телу внешними силами за рассматриваемый промежуток времени.

Если работа внешних сил положительна, то кинетическая энергия увеличивается ($\Delta K > 0$, тело разгоняется).

Если работа внешних сил отрицательна, то кинетическая энергия уменьшается ($\Delta K < 0$, тело замедляет движение). Пример — торможение под действием силы трения, работа которой отрицательна.

Если же работа внешних сил равна нулю, то кинетическая энергия тела за это время не меняется. Нетривиальный пример — равномерное движение по окружности, совершаемое грузом на нити в горизонтальной плоскости. Сила тяжести, сила реакции опоры и сила натяжения нити всегда перпендикулярны скорости, и работа каждой из этих сил равна нулю в течение любого промежутка времени. Соответственно, кинетическая энергия груза (а значит, и его скорость) остаётся постоянной в процессе движения.

Задача. Автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью v и начинает резко тормозить. Найти путь s , пройденный автомобилем до полной остановки, если коэффициент трения шин о дорогу равен μ .

Решение. Начальная кинетическая энергия автомобиля $K_1 = \frac{mv^2}{2}$, конечная кинетическая энергия $K_2 = 0$. Изменение кинетической энергии $\Delta K = K_2 - K_1 = -\frac{mv^2}{2}$.

На автомобиль действуют сила тяжести $m\vec{g}$, реакция опоры \vec{N} и сила трения \vec{f} . Сила тяжести и реакция опоры, будучи перпендикулярны перемещению автомобиля, работы не совершают. Работа силы трения:

$$A = -fs = -\mu Ns = -\mu mgs.$$

Из теоремы о кинетической энергии теперь получаем:

$$\Delta K = A \Rightarrow -\frac{mv^2}{2} = -\mu mgs \Rightarrow s = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

Потенциальная энергия тела вблизи поверхности Земли

Рассмотрим тело массы m , находящееся на некоторой высоте над поверхностью Земли. Высоту считаем много меньше земного радиуса. Изменением силы тяжести в процессе перемещения тела пренебрегаем.

Если тело находится на высоте h , то *потенциальная энергия* тела по определению равна:

$$W = mgh,$$

где g — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли.

Высоту не обязательно отсчитывать от поверхности Земли. Как мы увидим ниже (формулы (3), (4)), физическим смыслом обладает не сама по себе потенциальная энергия, но её *изменение*. А изменение потенциальной энергии не зависит от уровня отсчёта. Выбор нулевого уровня потенциальной энергии в конкретной задаче диктуется исключительно соображениями удобства.

Найдём работу, совершаемую силой тяжести при перемещении тела. Предположим, что тело перемещается по прямой из точки P , находящейся на высоте h_1 , в точку Q , находящуюся на высоте h_2 (рис. 3).

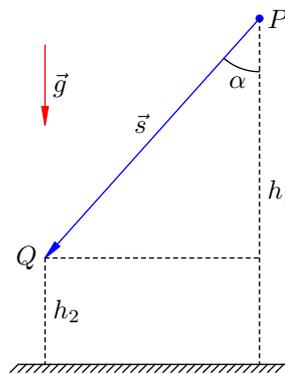


Рис. 3. $A = mg(h_1 - h_2)$

Угол между силой тяжести $m\vec{g}$ и перемещением тела \vec{s} обозначим α . Для работы силы тяжести получим:

$$A = m\vec{g}\vec{s} = mgs \cos \alpha.$$

Но, как видно из рис. 3, $s \cos \alpha = h_1 - h_2$. Поэтому

$$A = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2,$$

или

$$A = W_1 - W_2. \quad (3)$$

Учитывая, что $W_1 - W_2 = -(W_2 - W_1) = -\Delta W$, имеем также:

$$A = -\Delta W. \quad (4)$$

Можно доказать, что формулы (3) и (4) справедливы для любой траектории, по которой тело перемещается из точки P в точку Q , а не только для прямолинейного отрезка.

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории, по которой перемещается тело, и равна разности значений потенциальной энергии в начальной и конечной точках траектории. Иными словами, работа силы тяжести всегда равна изменению потенциальной энергии с противоположным знаком.

В частности, работа силы тяжести по любому замкнутому пути равна нулю.

Сила называется *консервативной*, если при перемещении тела работа этой силы не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением тела. Сила тяжести, таким образом, является консервативной. Работа консервативной силы по любому замкнутому пути равна нулю. Только в случае консервативной силы возможно ввести такую величину, как потенциальная энергия.

Потенциальная энергия деформированной пружины

Рассмотрим пружину жёсткости k . Начальная деформация пружины равна x_1 . Предположим, что пружина деформируется до некоторой конечной величины деформации x_2 . Чему равна при этом работа силы упругости пружины?

В данном случае силу на перемещение не умножишь, так как сила упругости меняется в процессе деформации пружины. Для нахождения работы переменной силы требуется интегрирование. Мы не будем приводить здесь вывод, а сразу выпишем конечный результат.

Оказывается, сила упругости пружины также является консервативной. Её работа зависит лишь от величин x_1 , x_2 и определяется формулой:

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

Величина

$$W = \frac{kx^2}{2}$$

называется *потенциальной энергией деформированной пружины* (x — величина деформации). Следовательно,

$$A = W_1 - W_2 = -\Delta W,$$

что полностью аналогично формулам (3) и (4).

Закон сохранения механической энергии

Консервативные силы называются так потому, что сохраняют механическую энергию замкнутой системы тел.

Механическая энергия E тела равна сумме его кинетической и потенциальной энергий:

$$E = K + W.$$

Механическая энергия системы тел равна сумме их кинетических энергий и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом.

Предположим, что тело совершает движение под действием силы тяжести и/или силы упругости пружины. Будем считать, что трения нет. Пусть в начальном положении кинетическая и потенциальная энергии тела равны K_1 и W_1 , в конечном положении — K_2 и W_2 . Работу внешних сил при перемещении тела из начального положения в конечное обозначим A .

По теореме о кинетической энергии

$$K_2 - K_1 = A.$$

Но работа консервативных сил равна разности потенциальных энергий:

$$A = W_1 - W_2.$$

Отсюда получаем:

$$K_2 - K_1 = W_1 - W_2,$$

или

$$K_1 + W_1 = K_2 + W_2.$$

Левая и правая части данного равенства представляют собой механическую энергию тела в начальном и конечном положении:

$$E_1 = E_2.$$

Следовательно, *при движении тела в поле силы тяжести и/или на пружине механическая энергия тела остаётся неизменной при отсутствии трения.*

Справедливо и более общее утверждение.

Закон сохранения механической энергии. Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия системы сохраняется.

При этих условиях могут происходить лишь превращения энергии: из кинетической в потенциальную и наоборот. Общий запас механической энергии системы остаётся постоянным.

Закон изменения механической энергии

Если между телами замкнутой системы имеются силы сопротивления (сухое или вязкое трение), то механическая энергия системы будет уменьшаться. Так, автомобиль останавливается в результате торможения, колебания маятника постепенно затухают и т. д. Силы трения неконсервативны: работа силы трения очевидным образом зависит от пути, по которому перемещается тело между данными точками. В частности, работа силы трения по замкнутому пути не равна нулю.

Снова рассмотрим движение тела в поле силы тяжести и/или на пружине. Вдобавок на тело действует сила трения, которая за рассматриваемый промежуток времени совершает отрицательную работу $A_{\text{тр}}$. Работу консервативных сил (тяжести и упругости) по-прежнему обозначаем A .

Изменение кинетической энергии тела равно работе *всех* внешних сил:

$$K_2 - K_1 = A + A_{\text{тр.}}$$

Но $A = W_1 - W_2$, следовательно

$$K_2 - K_1 = W_1 - W_2 + A_{\text{тр.}}$$

Отсюда

$$K_2 + W_2 - (K_1 + W_1) = A_{\text{тр.}},$$

или

$$E_2 - E_1 = A_{\text{тр.}}$$

В левой части стоит величина $\Delta E = E_2 - E_1$ — изменение механической энергии тела:

$$\Delta E = A_{\text{тр.}}$$

Итак, *при движении тела в поле силы тяжести и/или на пружине изменение механической энергии тела равно работе силы трения.* Так как работа силы трения отрицательна, изменение механической энергии также отрицательно: механическая энергия убывает.

Справедливо и более общее утверждение.

Закон изменения механической энергии. Изменение механической энергии замкнутой системы равно работе сил трения, действующих внутри системы.

Ясно, что закон сохранения механической энергии является частным случаем данного утверждения.

Конечно, убыль механической энергии не противоречит общезначимому закону сохранения энергии. В данном случае механическая энергия превращается в энергию теплового движения частиц вещества и их потенциальную энергию взаимодействия друг с другом, т. е. переходит во *внутреннюю энергию* тел системы.