

Электрический диполь

Электрический диполь — это жёсткая система двух зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на расстоянии a друг от друга. Вектор \vec{a} направим от отрицательного заряда к положительному. *Дипольный момент* диполя — это вектор $\vec{p} = q\vec{a}$.

ЗАДАЧА 1. Найдём поле \vec{E} точечного диполя (на расстоянии $r \gg a$). Пусть \vec{r} — радиус-вектор, проведённый в точку наблюдения от заряда $+q$. Тогда имеем:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\vec{r}}{|\vec{r}|^3} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(\vec{r} + \vec{a})}{|\vec{r} + \vec{a}|^3}.$$

Убедитесь, что $(\vec{r} + \vec{a})^2 \approx r^2 + 2\vec{r} \cdot \vec{a}$, и получите формулу

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right).$$

ЗАДАЧА 2. Пусть $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Покажите, что $\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}$. Это пригодится в следующей задаче.

ЗАДАЧА 3. Покажите, что потенциал поля точечного диполя

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}.$$

Теперь можно вторым способом найти поле диполя: $\vec{E} = -\nabla\varphi$. Сделайте это.

ЗАДАЧА 4. Диполь расположен во внешнем *однородном* электрическом поле \vec{E} .

- Покажите, что на диполь действует вращающий момент

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{p} \times \vec{E}.$$

Убедитесь, что этот вращающий момент стремится совместить дипольный момент по направлению с внешним полем \vec{E} .

- Покажите, что потенциальная энергия диполя

$$W = -\vec{p} \cdot \vec{E},$$

если за ноль принять энергию диполя в положении, перпендикулярном полю.

ЗАДАЧА 5. Найдите частоту крутильных колебаний диполя в однородном электрическом поле E . Масса каждого заряда равна m .

$\frac{v_{\text{ш}}}{v_{\text{в}} \epsilon} \Lambda = \omega$

ЗАДАЧА 6. Теперь диполь расположен во внешнем *неоднородном* электрическом поле. Покажите, что со стороны поля на него действует сила

$$\vec{F} = p_x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + p_y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + p_z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}.$$

Бывает удобно направить ось x вдоль дипольного момента; тогда $\vec{F} = p \frac{\partial \vec{E}}{\partial x}$.

ЗАДАЧА 7. [Овчинкин] — 1.6, 1.7, 1.9, 1.16.