

Движение в электрическом поле

Если частица с зарядом q движется в электрическом поле из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 , то изменение кинетической энергии частицы

$$\Delta K = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU,$$

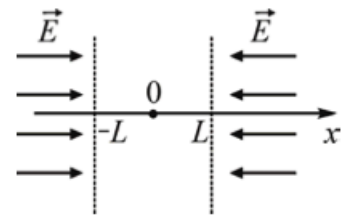
где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между начальной и конечной точками.

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 11*) Ламповый диод представляет собой откачанный до высокого вакуума цилиндр, с одной стороны которого находится катод, а с другой, на расстоянии $l = 10$ см от катода, находится анод. Между анодом и катодом поддерживается разность потенциалов $U = 200$ В, а форма электродов такова, что электрическое поле между ними можно считать однородным. Катод излучает электроны, которые затем ускоряются полем и попадают на анод. Найдите время τ пролёта диода электроном, если начальной скоростью электрона можно пренебречь.

Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

$$\tau = 8 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{2} = \frac{0,2}{\sqrt{2}} \sqrt{l} = \tau$$

ЗАДАЧА 2. (*Всеросс., 2014, МЭ, 11*) В пространстве имеется электрическое поле: в области $x > L$ напряжённость поля направлена противоположно оси x и равна по модулю E , в области $-L < x < L$ напряжённость поля равна нулю, а в области $x < -L$ она направлена в положительном направлении по оси x и также равна по модулю E . Положительно заряженной частице (заряд $+q$, масса m), находящейся в начале координат, сообщают начальную скорость v_0 , направленную вдоль оси x в положительном направлении. Действием силы тяжести на частицу можно пренебречь. Постройте графики зависимости от времени t :

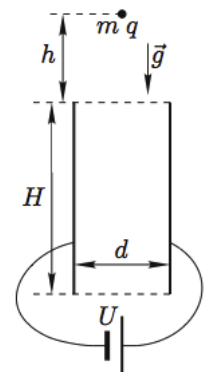


- проекции скорости частицы на ось x ;
- координаты частицы x .

Как зависит период колебаний частицы T от ее начальной скорости? При какой начальной скорости частицы период колебаний минимален? Чему он равен?

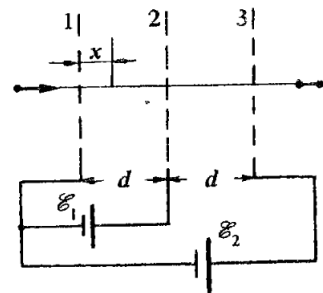
См. конец листа

ЗАДАЧА 3. (*Всеросс., 2007, ОЭ, 10*) Плоский конденсатор подключён к источнику постоянного напряжения U . Пластины конденсатора расположены вертикально и имеют форму прямоугольников высотой H (рис.). Точно над центром конденсатора на высоте h над верхними краями пластин удерживают крупинку, имеющую массу m и несущую заряд q . Крупинку отпускают, и она начинает падать в поле тяжести g . При каком минимальном расстоянии d между пластинами крупинка сможет пролететь через конденсатор, не задев пластин? Краевые эффекты и сопротивление воздуха не учитывайте.



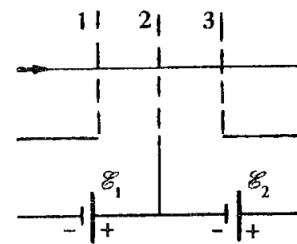
$$\left(\frac{qU}{m} - g + \frac{H}{d} \right) \frac{6m}{\rho |b| \sqrt{2}} \sqrt{h} = \text{число}$$

Задача 4. (МФТИ, 1991) Положительно заряженная частица пролетает через три плоские металлические сетки, между которыми с помощью двух источников постоянной ЭДС $\mathcal{E}_1 = 250$ В и $\mathcal{E}_2 = 200$ В поддерживаются постоянные разности потенциалов (см. рисунок). На каком расстоянии x от первой сетки скорость частицы будет равна скорости, которую она имела вдали от сеток? Расстояние d между сетками много меньше размеров сеток.



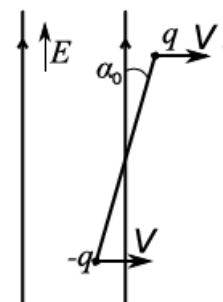
$$p \frac{c}{\hbar} = \frac{1}{\mathcal{E}} \frac{\hbar c}{p} = x$$

Задача 5. (МФТИ, 1991) Протон с удельным зарядом $q/m = 0,96 \cdot 10^8$ Кл/кг налетает на систему из трёх плоских металлических сеток, между которыми с помощью двух источников с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 500$ В и $\mathcal{E}_2 = 200$ В поддерживаются постоянные разности потенциалов (см. рисунок). В точке, находящейся на расстоянии $d/4$ справа от второй сетки, скорость протона оказалась равной нулю. Чему была равна скорость протона на большом удалении от сеток? Расстояния между сетками равны d и много меньше поперечных размеров сеток.



$$c/\pi \cdot 501 \cdot 96^4 \cdot 1 = \frac{m \hbar c}{b(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)} \Lambda = a$$

Задача 6. («Физтех», 2017, 11) В однородное электрическое поле напряжённостью E влетает система из двух небольших шариков массой m , один из которых несёт заряд $q > 0$, а другой несёт противоположный заряд $-q$ (см. рис.). Шарики соединены невесомой твёрдой незаряженной спицей длины l . В некоторый момент шарики имели одинаковую скорость V , перпендикулярную силовым линиям поля, а спица составляла малый угол α_0 с силовыми линиями (и угол $\frac{\pi}{2} - \alpha_0$ с направлением скорости).



1) Через какое минимальное время спица вернётся в положение, которое параллельно начальному?

2) Найти максимальную скорость шарика с зарядом q .

3) Найти угловую скорость вращения спицы в моменты, когда она будет составлять угол $\alpha = \alpha_0/3$ с направлением поля.

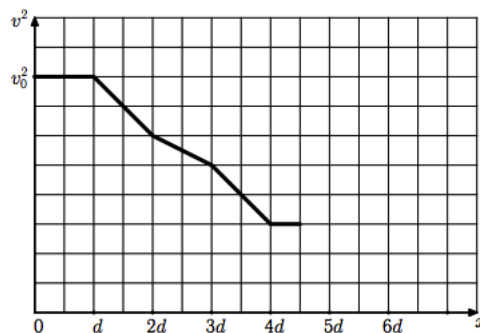
Действием силы тяжести пренебречь. Скорость V намного меньше скорости света.

$$\frac{m \hbar c}{\mathcal{E} b} \Lambda_{0\alpha} \frac{\mathcal{E}}{V} = \pi \left(\mathcal{E} : \frac{m \hbar c}{l \mathcal{E} b} \right) \Lambda_{0\alpha} + \Lambda = \text{const} \quad (2) \quad \frac{\mathcal{E} b \hbar c}{l m} \Lambda_{\alpha} = \pi \quad (1)$$

Задача 7. (МОШ, 2014, 11) Заряженная частица A и нейтральная частица B движутся в вакууме в области, где имеются как поле тяжести (ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$), так и электрическое поле, направленное параллельно полю тяжести. Частицы стартуют из одной точки без начальной скорости. Достигнув скорости 400 м/с , частица A влетела в область пространства, где направление электрического поля изменилось на противоположное, а его величина осталась неизменной. Спустя 10 секунд с момента старта расстояние между частицами достигло максимума и начало уменьшаться. Постройте графики зависимости скоростей частиц A и B от времени в первые 10 секунд после старта. В какой момент времени изменилось направление напряженности электрического поля? Укажите этот момент на графике.

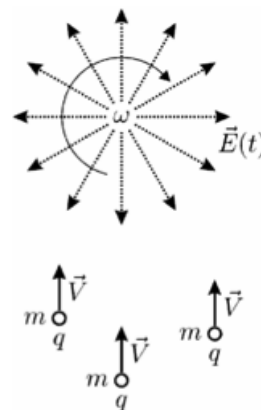
См. конец листа

Задача 8. (МОШ, 2015, 11) Вдоль оси x движется электрон. Перпендикулярно оси x располагаются заряженные металлические сетки, размеры которых много больше расстояния между ними. На рисунке представлен график зависимости квадрата скорости электрона от координаты x . Найдите x -координаты сеток. Считая заряд первой из сеток, через которую пролетел электрон, равным q , найдите заряды остальных сеток. Для электрона, запущенного из начала координат вдоль оси x с вдвое меньшей скоростью $v_0/2$, постройте графики зависимости квадрата скорости от координаты и проекции скорости v_x от времени.



См. конец листа

Задача 9. (МОШ, 2017, 11) Одинаковые пылинки, имеющие заряд $q = 1 \text{ пКл}$, массу $m = 1 \text{ мг}$ и летящие с одинаковой начальной скоростью \vec{V} , модуль которой равен 2 м/с , попадают на некоторое время в область, в которой создано электрическое поле. Модуль напряженности этого поля не меняется со временем и равен $E = 10 \text{ кВ/см}$, а вектор напряженности вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2 \text{ рад/с}$ в одной плоскости с векторами скоростей частиц (см. рисунок).



1) С какой максимальной по модулю скоростью u могут вылетать некоторые пылинки из области действия электрического поля?

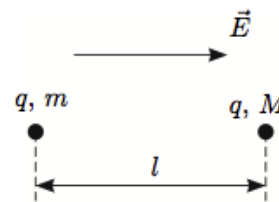
2) Какого наибольшего значения может достигать угол β между вектором конечной скорости и начальным направлением движения (угол отклонения) некоторых пылинок, если время их пребывания в поле равно $\tau = 0,25 \text{ с}$?

3) До какого значения τ_0 надо изменить длительность пребывания некоторых пылинок в данном поле для того, чтобы наибольший угол их отклонения достиг своего максимально возможного значения? Чему равен максимально возможный угол отклонения β_0 ?

Взаимодействие пылинок друг с другом и влияние на них других сил пренебрежимо мало.

$$\omega \tau = \left(\frac{m A u}{E b^2 c} \right) \sin \beta \approx \omega g \cdot c \cdot L \approx \frac{\omega}{x} = \omega L \approx \left(\frac{\tau}{x \omega} \right) \sin \left(\frac{\omega A u}{E b^2 c} \right) \sin \beta = g \cdot c \cdot L / m \approx \frac{\omega m}{E b^2 c} + A = n \quad (1)$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2014, финал, 10) Две материальные точки с массами m и M ($M > m$) и одинаковыми положительными зарядами q находятся на расстоянии l друг от друга в однородном электрическом поле E , направленном от m к M (см. рисунок). В начальный момент скорости точек равны нулю. Найдите максимальное расстояние L между точками при их дальнейшем движении. Считайте, что точки всё время движутся вдоль одной прямой.



$$\frac{m+M}{m-M} E = 0 \text{ или } \frac{0E}{kq} = \tau \text{ или } \frac{0E}{kq} \sqrt{\lambda} > l \text{ или } \frac{0E}{kq} \sqrt{\lambda} \leq l \text{ или } \frac{0E}{kq} \sqrt{\lambda} < l$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2007, ОЭ, 11) Одна из пластин плоского конденсатора закреплена, а другую можно передвигать. Расстояние между пластинами можно устанавливать любым в пределах от 0 до d . Имеется источник постоянного напряжения, который вне зависимости от расстояния между пластинами поддерживает на конденсаторе напряжение U . Требуется разогнать частицу с зарядом $q > 0$, первоначально покоившуюся между пластинами конденсатора, до максимально возможной кинетической энергии. При этом частица не должна приближаться к пластинам ближе, чем на расстояние a . Найдите эту энергию и укажите полярность подключения источника, начальное положение частицы и способ перемещения пластины, при которых этот максимум достигается. Силу тяжести и краевые эффекты не учитывайте.

Примечание. Первообразная функции $1/(x+k)$ есть $\ln(x+k)$.

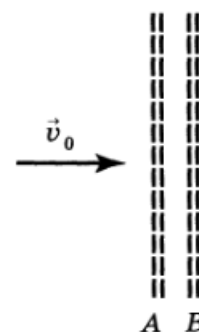
$$K_{\max} = b \ln \frac{az}{p} \text{ или } az < p \text{ или } \frac{az}{p} \geq 1$$

ЗАДАЧА 12. (Межреспубл., 1992, финал, 11) Заряженная частица, двигаясь в плоскости, перпендикулярной длинному равномерно заряженному проводу, пролетает мимо этого провода, отклонившись от первоначального направления на небольшой угол α (рис.). Найдите этот угол, если кинетическая энергия частицы при влёте её в поле провода равна W , её заряд равен e , а заряд единицы длины провода q . Поле на расстоянии R от длинного провода $E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R}$.



$$\frac{dU_{\text{эп}}}{b\alpha} = v$$

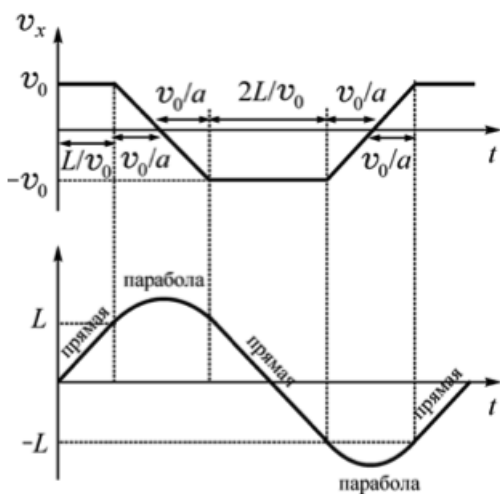
ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 1993, ОЭ, 11) Тонкий пучок электронов, движущийся со скоростью v_0 , пролетает сквозь сетки A и B , к которым приложено переменное напряжение $U = U_0 \sin \omega t$ (рис.). Время пролёта сквозь сетки много меньше периода переменного напряжения. Изменение скорости электронов, прошедших сквозь сетки, значительно меньше v_0 . Оцените, на каком расстоянии от сеток электроны соберутся в сгустки. Значения U_0 , v_0 , ω и $\gamma = e/m$ (отношение заряда электрона к его массе) считать известными.



$$\frac{0Qm\lambda}{\epsilon a} = \tau$$

Ответ к задаче 2

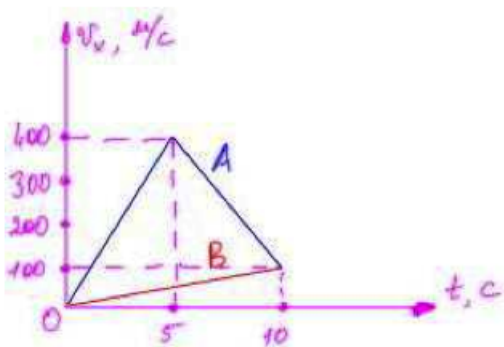
Графики $v_x = v_x(t)$ и $x = x(t)$ изображены на рисунке:



Период колебаний частицы $T = 4 \left(\frac{L}{v_0} + \frac{mv_0}{qE} \right)$; $T_{\min} = 8\sqrt{\frac{mL}{qE}}$ при $v_0 = \sqrt{\frac{qEL}{m}}$.

Ответ к задаче 7

График приведён на рисунке. Направление поля изменилось через 5 секунд после старта.



Ответ к задаче 8

Координаты сеток и их электрические заряды представлены в таблице.

x -координата сетки	d	$2d$	$3d$	$4d$
электрический заряд сетки	$+q$	$-q/2$	$+q/2$	$-q$

При запуске электрона со скоростью $v_0/2$ график зависимости квадрата скорости от координаты представлен на рисунке:

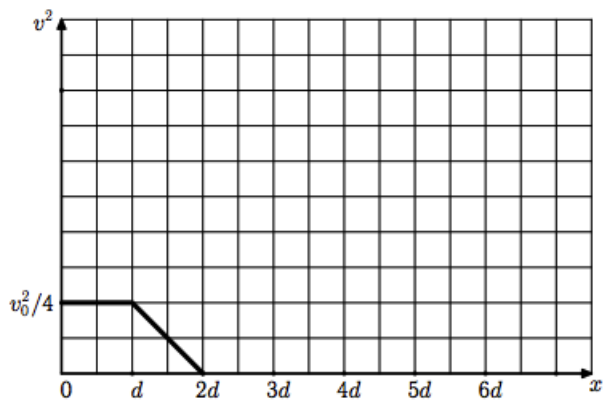


График зависимости проекции скорости v_x от времени t оказывается следующим (введено обозначение $\tau = d/v_0$):

