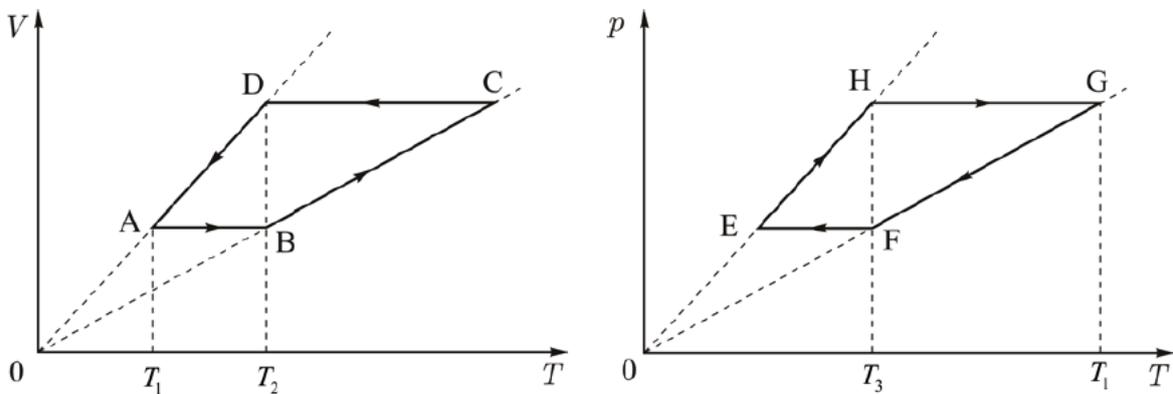


## Работа в цикле

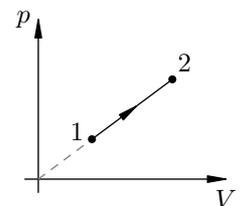
Работа газа в процессе расширения — это площадь под графиком данного процесса, построенного в координатах  $p$  и  $V$ . Работа газа за цикл — это площадь цикла на  $pV$ -диаграмме (со знаком плюс, если цикл проходит по часовой стрелке, и со знаком минус в противном случае).

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс., 2016, МЭ, 11*) На рисунках представлены графики двух циклических процессов, совершаемых над идеальным газом ( $p$  и  $V$  — давление и объём газа,  $T$  — его абсолютная температура). Определите, во сколько раз работа газа в процессе ABCDA больше работы газа в процессе EHGFE, если количество газа в обоих процессах одинаковое. Известно, что  $T_2 = 2T_1$  и  $T_1 = 2T_3$ .



$$\bar{v} = \frac{\left(\frac{\varepsilon_L - \nu_L}{\nu_L - \varepsilon_L}\right) = \frac{\varepsilon_V}{\nu_V}}$$

ЗАДАЧА 2. Найдите работу, совершаемую  $\nu$  молями идеального газа в процессе 1–2 (см. рисунок), если известны начальная температура  $T_1$  и конечная температура  $T_2$ . Точки 1 и 2 лежат на прямой, проходящей через начало координат.

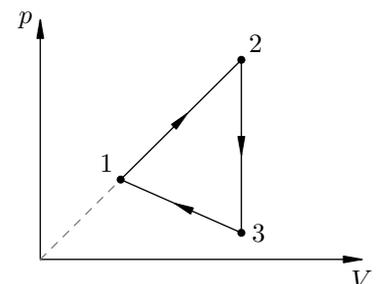


$$(\nu_L - \varepsilon_L) \nu \nu^{\frac{\varepsilon}{\nu}} = \nu$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2017, 10) Идеальный газ нагревают от объёма  $V_1 = V_0$  до объёма  $V_2 = 2V_0$  в процессе 1–2 прямо пропорциональной зависимости давления от объёма. Затем газ продолжают нагревать от объёма  $V_2$  до объёма  $V_3 = 3V_0$  в изобарическом процессе 2–3. Найти отношение работ газа в процессах 1–2 и 2–3.

$$\frac{4}{3}$$

ЗАДАЧА 4. Найдите работу, совершаемую  $\nu$  молями идеального газа в цикле, состоящем из двух участков линейной зависимости давления от объёма и изохоры (см. рисунок). Точки 1 и 2 лежат на прямой, проходящей через начало координат. Точки 1 и 3 лежат на одной изотерме. Известны температуры  $T_1$  и  $T_2$  в точках 1 и 2 соответственно.

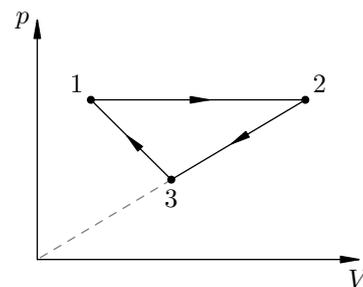


$$\left(\frac{\varepsilon_L}{\nu_L} \Lambda - \nu\right) (\nu_L - \varepsilon_L) \nu \nu^{\frac{\varepsilon}{\nu}} = \nu$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1996) На рисунке для  $\nu$  молей гелия показан цикл, состоящий из двух участков линейной зависимости давления  $p$  от объёма  $V$  и изобары. На изобаре 1–2 газ совершил работу  $A$ , и его температура увеличилась в 4 раза. Температуры в состояниях 1 и 3 равны. Точки 2 и 3 на диаграмме  $pV$  лежат на прямой, проходящей через начало координат.

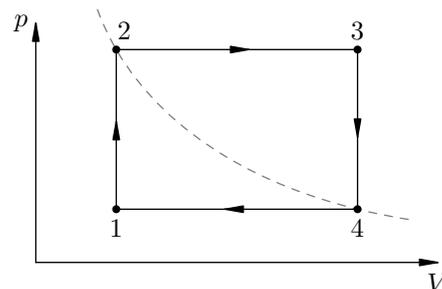
- 1) Определить температуру  $T_1$  в точке 1.
- 2) Определить работу газа за цикл.

$$\frac{p}{V} = \text{const} \quad (2 : \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} = \frac{p_1}{V_1})$$



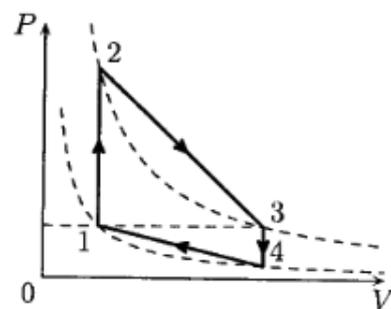
ЗАДАЧА 6. Над  $\nu$  молями идеального газа совершают замкнутый цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар (см. рисунок). Температуры в точках 1 и 3 равны соответственно  $T_1$  и  $T_2$ . Определите работу, совершённую газом за цикл, если известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.

$$\frac{p}{V} = \text{const} \quad (2 : \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_4}{V_4} = \frac{p_1}{V_1})$$



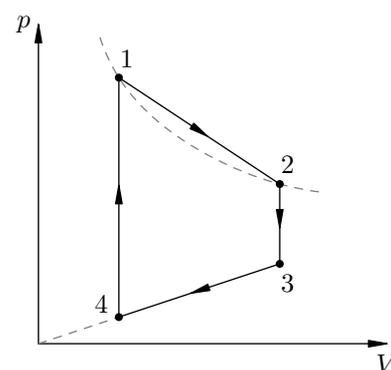
ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2008) С  $\nu$  молями идеального газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изохор 1–2 и 3–4 и двух процессов 2–3 и 4–1 с линейной зависимостью давления от объёма (см. рисунок). Температура газа в состояниях 1 и 4 равна  $T$ , в состояниях 2 и 3 равна  $2T$ . Найдите работу, совершаемую газом в цикле 1–2–3–4–1, если давления в состояниях 1 и 3 равны.

$$\frac{p}{V} = \text{const} \quad (2 : \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_4}{V_4} = \frac{p_1}{V_1})$$



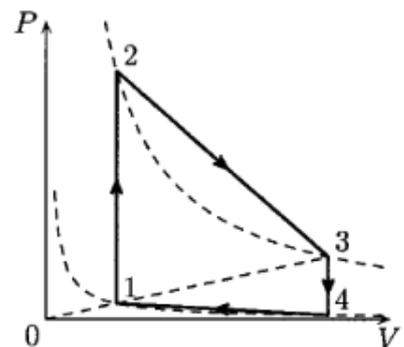
ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 2008) С  $\nu$  молями идеального газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изохор 2–3 и 4–1 и двух процессов 1–2 и 3–4 с линейной зависимостью давления от объёма (см. рисунок). Температура газа в состояниях 1 и 2 равна  $T_1$ , в состоянии 3 —  $T_2$ , а прямая 3–4 проходит через начало координат. Найдите работу, совершаемую газом в цикле 1–2–3–4–1, если объём в состоянии 2 в три раза больше объёма в состоянии 1.

$$\frac{p}{V} = \text{const} \quad (2 : \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} = \frac{p_1}{V_1})$$

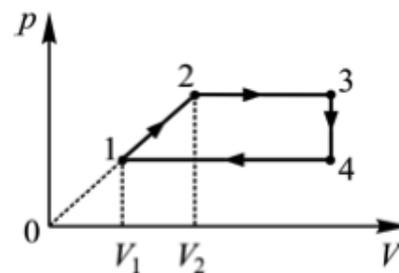


ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 2008) С  $\nu$  молями идеального газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изохор 1–2 и 3–4 и двух процессов 2–3 и 4–1 с линейной зависимостью давления от объёма (см. рисунок). Температура газа в состояниях 1 и 4 равна  $T$ , в состояниях 2 и 3 равна  $4T$ . Точки 1 и 3 на  $pV$ -диаграмме лежат на прямой, проходящей через начало координат. Найдите работу, совершаемую газом в цикле 1–2–3–4–1.

$$\frac{p}{V} = \text{const} \quad (2 : \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} = \frac{p_1}{V_1})$$

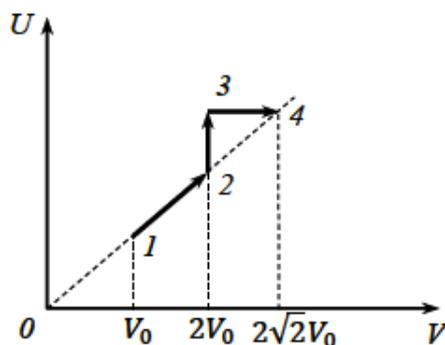


ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2011, 10) С одним моле́м одноатомного идеального газа совершают циклический процесс 1–2–3–4–1, как показано на рисунке в координатах  $pV$  (давление–объём). Известно, что температура газа в точках 1 и 3 равна соответственно  $T_1 = 300$  К и  $T_3 = 1500$  К, а отношение объёмов газа в точках 1 и 2 равно  $V_2/V_1 = 2$ . Чему равна работа, совершаемая газом за цикл?



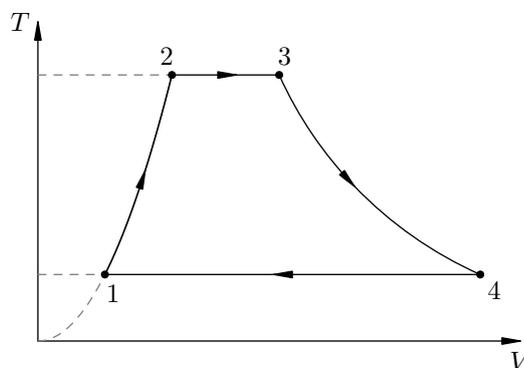
$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \nu C_V (T_3 - T_1) = \nu C_V (1500 - 300) = \nu C_V \cdot 1200$$

ЗАДАЧА 11. (МОШ, 2016, 11) Зависимость внутренней энергии идеального газа от объёма указана на рисунке. На каком из участков совершённая работа максимальна?



7-1

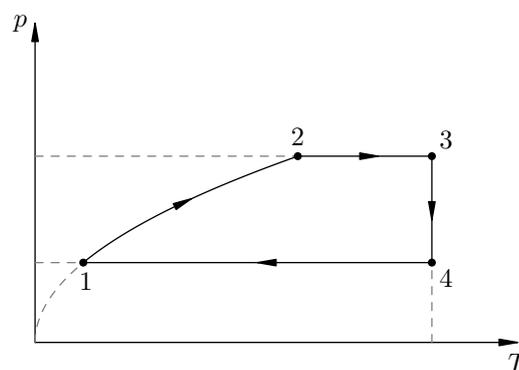
ЗАДАЧА 12. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Диаграмма циклического процесса над одноатомным идеальным газом показана на рисунке в координатах температура–объём. Участок, отвечающий процессу 1–2, есть участок параболы с вершиной в начале координат, и в этом процессе абсолютная температура газа увеличивается в  $n$  раз, а газ совершает работу  $A$ . Найдите работу, совершаемую газом при адиабатическом расширении 3–4. Остальные два процесса цикла — изотермические.



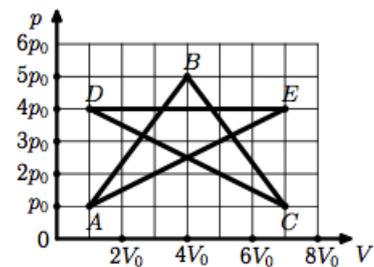
$$A_{34} = \nu C_V \Delta T$$

ЗАДАЧА 13. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Над  $\nu$  молями идеального газа совершают циклический процесс, изображённый на рисунке. Температуры газа в состояниях 1 и 2 равны  $T_1$  и  $T_2$  соответственно. Найдите работу, совершённую газом за цикл, если на участке 3–4 газу сообщили количество теплоты  $Q$ . В процессе 1–2 давление растёт пропорционально квадратному корню из абсолютной температуры.

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V (T_2 - T_1)$$

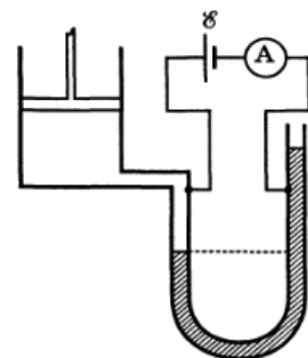


Задача 14. (МОШ, 2015, 11) Над идеальным газом совершают циклический процесс, который на  $pV$ -диаграмме изображается в виде звезды, соединяющей точки  $A(p_0; V_0)$ ,  $B(5p_0; 4V_0)$ ,  $C(p_0; 7V_0)$ ,  $D(4p_0; V_0)$ ,  $E(4p_0; 7V_0)$  и  $A(p_0; V_0)$ . Как выразить работу  $A$ , совершённую газом за цикл, через площади образовавшихся на рисунке треугольников и пятиугольника? Выразите эту работу через параметры  $p_0$  и  $V_0$ . Рассчитайте численное значение работы, если минимальная температура газа равна  $T_0 = 100$  К, а количество вещества составляет  $\nu = 1$  моль. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж/(моль  $\cdot$  К).

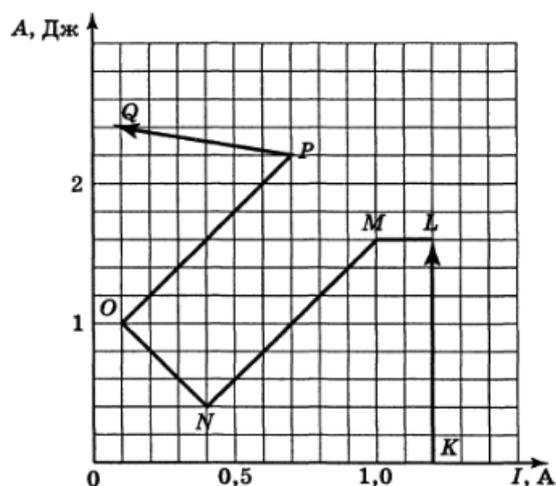


Работа равна сумме площадей треугольников и пятиугольника;  $A = 12p_0V_0 = 12RT_0 = 10$  кДж

Задача 15. (Всеросс., 2001, ОЭ, 10) Для исследования свойств газа был разработан специальный прибор — «электроманометр». Он состоит из слабоэлектропроводной U-образной трубки, заполненной ртутью (рис. справа). Манометр включен в цепь с амперметром  $A$  и батареей с ЭДС  $\mathcal{E} = 12$  В и малым внутренним сопротивлением. Электрическое сопротивление  $R$  такого манометра пропорционально разности давлений  $p$  в его коленях:  $R = kp$ .

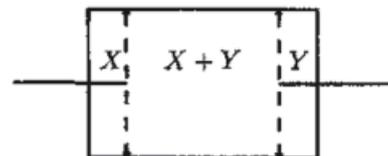


На экспериментальном графике (рис. ниже) изображён производимый над газом процесс  $KLMNOPQ$  в координатах: работа  $A$ , совершаемая поршнем, — сила тока  $I$ , показываемая амперметром. Найдите объём  $V_Q$ , занимаемый газом к концу эксперимента (в точке  $Q$ ). Начальный объём газа  $V_K = 1$  л, коэффициент  $k = 3 \cdot 10^{-3}$  Ом/Па. Объёмом манометра и подводящих трубок можно пренебречь.



$V_Q = 0.5$  л

Задача 16. (Всеросс., 2006, ОЭ, 11) В цилиндре, температура  $T$  которого поддерживается постоянной, находятся  $\nu_X$  молей идеального газа  $X$  и  $\nu_Y$  молей идеального газа  $Y$ . В цилиндр вдвинуты два полупроницаемых поршня (рис.), первый из которых пропускает только молекулы газа  $X$ , а второй — только молекулы газа  $Y$ . В начальный момент времени поршни расположены так, что они касаются друг друга и чистые вещества  $X$  и  $Y$  занимают объёмы  $V_{X0}$  и  $V_{Y0}$ . Поршни начинают медленно раздвигать, и в конце процесса образуется смесь газов  $X$  и  $Y$  объёма  $V_{X0} + V_{Y0}$ . Какая суммарная работа  $A$  совершается газами в данном процессе?



*Примечание.* Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции  $y = 1/x$  и прямыми  $y = 0$ ,  $x = x_1$  и  $x = x_2$ , составляет  $S(x_1, x_2) = \ln \frac{x_2}{x_1}$ .

$$\frac{\nu_X \Delta V_X}{\nu_X \Delta V_X + \nu_Y \Delta V_Y} \ln \frac{V_{X0} + V_{Y0}}{V_{X0}} + \frac{\nu_Y \Delta V_Y}{\nu_X \Delta V_X + \nu_Y \Delta V_Y} \ln \frac{V_{X0} + V_{Y0}}{V_{Y0}} = A$$