

Переменный ток. 1

Темы кодификатора ЕГЭ: переменный ток, вынужденные электромагнитные колебания.

Переменный ток — это вынужденные электромагнитные колебания, вызываемые в электрической цепи источником переменного (чаще всего синусоидального) напряжения.

Переменный ток присутствует всюду. Он течёт по проводам наших квартир, в промышленных электросетях, в высоковольтных линиях электропередач. И если вам нужен постоянный ток, чтобы зарядить аккумулятор телефона или ноутбука, вы используете специальный адаптер, выпрямляющий переменный ток из розетки.

Почему переменный ток распространён так широко? Оказывается, он прост в получении и идеально приспособлен для передачи электроэнергии на большие расстояния. Подробнее об этом мы поговорим в листке, посвящённом производству, передаче и потреблению электрической энергии.

А сейчас мы рассмотрим простейшие цепи переменного тока. Будем подключать к источнику переменного напряжения поочерёдно: резистор сопротивлением R , конденсатор ёмкости C и катушку индуктивности L . Изучив поведение этих элементов, мы в следующем листке «[Переменный ток. 2](#)» подключим их одновременно и исследуем прохождение переменного тока через колебательный контур, обладающий сопротивлением.

Напряжение на клеммах источника меняется по закону:

$$U = U_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

Как видим, напряжение может быть положительным и отрицательным. Каков смысл знака напряжения?

Всегда подразумевается, что выбрано положительное направление обхода контура. Напряжение считается положительным, если электрическое поле зарядов, образующих ток, имеет положительное направление. В противном случае напряжение считается отрицательным.

Начальная фаза напряжения не играет никакой роли, поскольку мы рассматриваем процессы, установившиеся во времени. При желании вместо синуса в выражении (1) можно было бы взять косинус — принципиально от этого ничего не изменится.

Текущее значение напряжения $U(t)$ в момент времени t называется *мгновенным значением напряжения*.

Условие квазистационарности

В случае переменного тока возникает один тонкий момент. Предположим, что цепь состоит из нескольких последовательно соединённых элементов.

Если напряжение источника меняется по синусоидальному закону, то сила тока не успевает мгновенно принимать одно и то же значение во всей цепи — на передачу взаимодействий между заряженными частицами вдоль цепи требуется некоторое время.

Между тем, как и в случае постоянного тока, нам хотелось бы считать силу тока одинаковой во всех элементах цепи. К счастью, во многих практически важных случаях мы действительно имеем на это право.

Возьмём, к примеру, переменное напряжение частоты $\nu = 50$ Гц (это промышленный стандарт России и многих других стран). Период колебаний напряжения: $T = 1/\nu = 0,02$ с.

Взаимодействие между зарядами передаётся со скоростью света: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. За время, равное периоду колебаний, это взаимодействие распространится на расстояние:

$$cT = 6 \cdot 10^6 \text{ м} = 6000 \text{ км.}$$

Поэтому в тех случаях, когда длина цепи на несколько порядков меньше данного расстояния, мы можем пренебречь временем распространения взаимодействия и считать, что сила тока мгновенно принимает одно и то же значение во всей цепи.

Теперь рассмотрим общий случай, когда напряжение колеблется с циклической частотой ω . Период колебаний равен $T = 2\pi/\omega$, и за это время взаимодействие между зарядами передаётся на расстояние cT . Пусть l — длина цепи. Мы можем пренебречь временем распространения взаимодействия, если l много меньше cT :

$$l \ll cT. \quad (2)$$

Неравенство (2) называется *условием квазистационарности*. При выполнении этого условия можно считать, что сила тока в цепи мгновенно принимает одно и то же значение во всей цепи. Такой ток называется *квазистационарным*.

В дальнейшем мы подразумеваем, что переменный ток меняется достаточно медленно и его можно считать квазистационарным. Поэтому сила тока I во всех последовательно включённых элементах цепи будет принимать одинаковое значение — своё в каждый момент времени. Оно называется *мгновенным значением силы тока*.

Резистор в цепи переменного тока

Простейшая цепь переменного тока получится, если к источнику переменного напряжения $U = U_0 \sin \omega t$ подключить обычный резистор¹ R , называемый также *активным сопротивлением* (рис. 1):

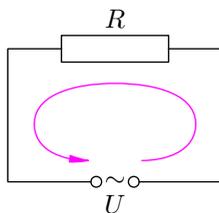


Рис. 1. Резистор в цепи переменного тока

Положительное направление обхода цепи выбираем против часовой стрелки, как показано на рисунке. Напомним, что сила тока считается положительной, если ток течёт в положительном направлении; в противном случае сила тока отрицательна.

Оказывается, мгновенные значения силы тока и напряжения связаны формулой, аналогичной закону Ома для постоянного тока:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t.$$

Таким образом, сила тока в резисторе также меняется по закону синуса:

$$I = I_0 \sin \omega t.$$

¹Мы полагаем, разумеется, что индуктивность этого резистора пренебрежимо мала, так что эффект самоиндукции можно не принимать во внимание.

Амплитуда тока I_0 равна отношению амплитуды напряжения U_0 к сопротивлению R :

$$I_0 = \frac{U_0}{R}.$$

Мы видим, что сила тока через резистор и напряжение на нём меняются «синхронно», точнее говоря — синфазно (рис. 2).

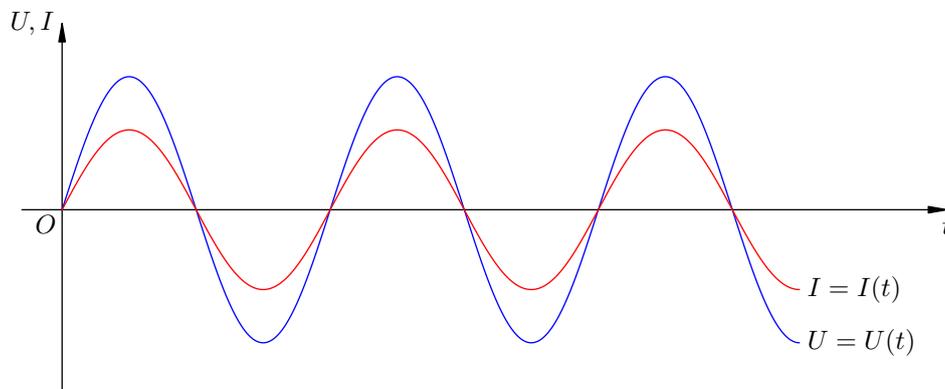


Рис. 2. Ток через резистор совпадает по фазе с напряжением

Фаза тока равна фазе напряжения, то есть сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю.

Конденсатор в цепи переменного тока

Постоянный ток через конденсатор не течёт — для постоянного тока конденсатор является разрывом цепи. Однако переменному току конденсатор не помеха! Протекание переменного тока через конденсатор обеспечивается периодическим изменением заряда на его пластинах.

Рассмотрим конденсатор ёмкости C , подключённый к источнику синусоидального напряжения (рис. 3). Активное сопротивление проводов, как всегда, считаем равным нулю. Положительное направление обхода цепи снова выбираем против часовой стрелки.

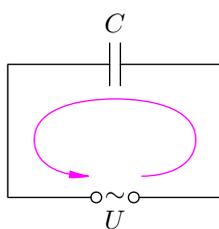


Рис. 3. Конденсатор в цепи переменного тока

Как и ранее, обозначим через q заряд той пластины конденсатора, на которую течёт положительный ток — в данном случае это будет правая пластина. Тогда знак величины q совпадает со знаком напряжения U . Кроме того, как мы помним из предыдущего листка, при таком согласовании знака заряда и направления тока будет выполнено равенство $\dot{q} = I$.

Напряжение на конденсаторе равно напряжению источника:

$$\frac{q}{C} = U = U_0 \sin \omega t.$$

Отсюда

$$q = CU_0 \sin \omega t.$$

Дифференцируя это равенство по времени, находим силу тока через конденсатор:

$$I = \dot{q} = CU_0\omega \cos \omega t. \quad (3)$$

Графики тока и напряжения представлены на рис. 4. Мы видим, что сила тока каждый раз достигает максимума на четверть периода раньше, чем напряжение. Это означает, что фаза силы тока на $\pi/2$ больше фазы напряжения (ток опережает по фазе напряжение на $\pi/2$).

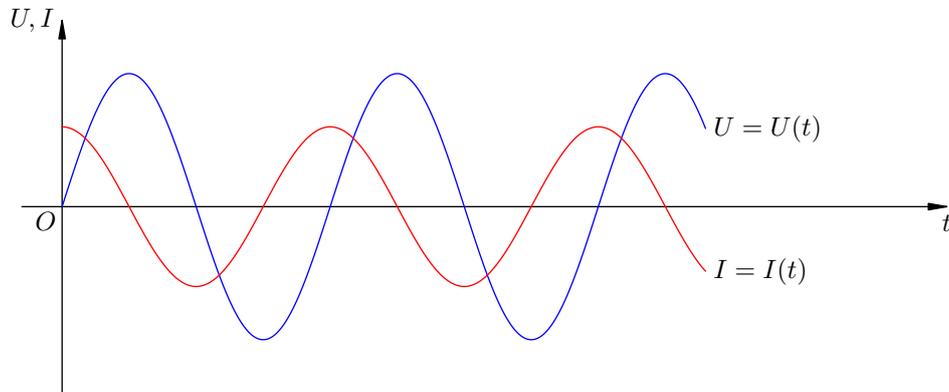


Рис. 4. Ток через конденсатор опережает по фазе напряжение на $\pi/2$

Найти сдвиг фаз между током и напряжением можно также с помощью формулы приведения:

$$\cos \varphi = \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right).$$

Используя её, получим из (3):

$$I = CU_0\omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

И теперь мы чётко видим, что фаза тока больше фазы напряжения на $\pi/2$.

Для амплитуды силы тока имеем:

$$I_0 = CU_0\omega = \frac{U_0}{1/(\omega C)}.$$

Таким образом, амплитуда силы тока связана с амплитудой напряжения соотношением, аналогичным закону Ома:

$$I_0 = \frac{U_0}{X_C},$$

где

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Величина X_C называется *ёмкостным сопротивлением* конденсатора. Чем больше ёмкостное сопротивление конденсатора, тем меньше амплитуда тока, протекающего через него, и наоборот.

Ёмкостное сопротивление обратно пропорционально циклической частоте колебаний напряжения (тока) и ёмкости конденсатора. Попробуем понять физическую причину такой зависимости.

1. Чем больше частота колебаний (при фиксированной ёмкости C), тем за меньшее время по цепи проходит заряд CU_0 ; тем больше амплитуда силы тока и тем меньше ёмкостное сопротивление. При $\omega \rightarrow \infty$ ёмкостное сопротивление стремится к нулю: $X_C \rightarrow 0$. Это означает, что для тока высокой частоты конденсатор фактически является коротким замыканием цепи.

Наоборот, при уменьшении частоты ёмкостное сопротивление увеличивается, и при $\omega \rightarrow 0$ имеем $X_C \rightarrow \infty$. Это не удивительно: случай $\omega = 0$ отвечает постоянному току, а конденсатор для постоянного тока представляет собой бесконечное сопротивление (разрыв цепи).

2. Чем больше ёмкость конденсатора (при фиксированной частоте), тем больший заряд CU_0 проходит по цепи за то же время (за ту же четверть периода); тем больше амплитуда силы тока и тем меньше ёмкостное сопротивление.

Подчеркнём, что, в отличие от ситуации с резистором, *мгновенные* значения тока и напряжения в одни и те же моменты времени уже не будут удовлетворять соотношению, аналогичному закону Ома. Причина заключается в сдвиге фаз: напряжение меняется по закону синуса, а сила тока — по закону косинуса; эти функции не пропорциональны друг другу. Законом Ома связаны лишь *амплитудные* значения тока и напряжения.

Катушка в цепи переменного тока

Теперь подключим к нашему источнику переменного напряжения катушку индуктивности L (рис. 5). Активное сопротивление катушки считается равным нулю.

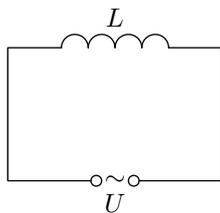


Рис. 5. Катушка в цепи переменного тока

Казалось бы, при нулевом активном (или, как ещё говорят, *омическом*) сопротивлении через катушку должен потечь бесконечный ток. Однако катушка оказывает переменному току сопротивление иного рода. Магнитное поле тока, меняющееся во времени, порождает в катушке вихревое электрическое поле $\vec{E}_{\text{вихр}}$, которое, оказываясь, в точности уравнивает кулоновское поле \vec{E} движущихся зарядов:

$$\vec{E} + \vec{E}_{\text{вихр}} = \vec{0}. \quad (4)$$

Работа кулоновского поля \vec{E} по перемещению единичного положительного заряда по внешней цепи в положительном направлении — это как раз напряжение U . Аналогичная работа вихревого поля — это ЭДС индукции \mathcal{E}_i . Поэтому из (4) получаем:

$$U + \mathcal{E}_i = 0. \quad (5)$$

Равенство (5) можно объяснить и с энергетической точки зрения. Допустим, что оно не выполняется. Тогда при перемещении заряда по цепи совершается ненулевая работа, которая должна превращаться в тепло. Но тепловая мощность I^2R равна нулю при нулевом омическом сопротивлении цепи. Возникшее противоречие показывает, что равенство (5) обязано выполняться.

Вспоминая закон Фарадея $\mathcal{E}_i = -L\dot{I}$, переписываем соотношение (5):

$$U - L\dot{I} = 0,$$

откуда

$$\dot{I} = \frac{U}{L} = \frac{U_0}{L} \sin \omega t. \quad (6)$$

Остаётся выяснить, какую функцию, меняющуюся по гармоническому закону, надо продифференцировать, чтобы получить правую часть выражения (6). Сообразить это нетрудно (продифференцируйте и проверьте!):

$$I = -\frac{U_0}{\omega L} \cos \omega t. \quad (7)$$

Мы получили выражение для силы тока через катушку. Графики тока и напряжения представлены на рис. 6.

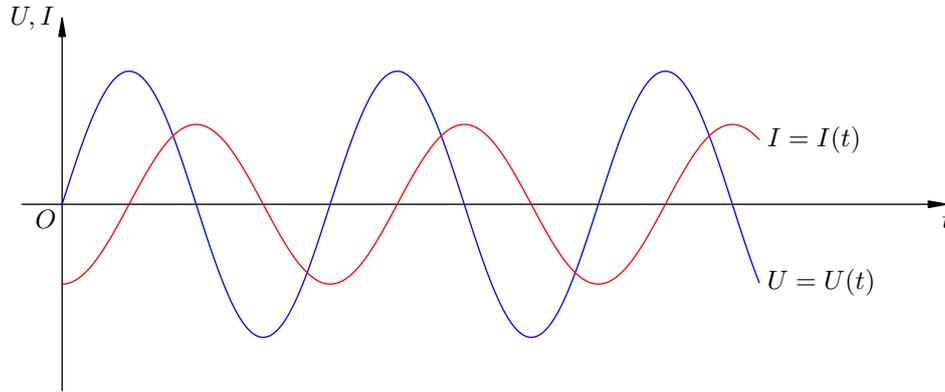


Рис. 6. Ток через катушку отстаёт по фазе от напряжения на $\pi/2$

Как видим, сила тока достигает каждого своего максимума на четверть периода позже, чем напряжение. Это означает, что сила тока отстаёт по фазе от напряжения на $\pi/2$.

Определить сдвиг фаз можно и с помощью формулы приведения:

$$\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \varphi.$$

Получаем:

$$I = \frac{U_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Непосредственно видим, что фаза силы тока меньше фазы напряжения на $\pi/2$.

Амплитуда силы тока через катушку равна:

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L}.$$

Это можно записать в виде, аналогичном закону Ома:

$$I_0 = \frac{U_0}{X_L},$$

где

$$X_L = \omega L.$$

Величина X_L называется *индуктивным сопротивлением* катушки. Это и есть то самое сопротивление, которое наша катушка оказывает переменному току (при нулевом омическом сопротивлении).

Индуктивное сопротивление катушки пропорционально её индуктивности и частоте колебаний. Обсудим физический смысл этой зависимости.

1. Чем больше индуктивность катушки, тем большая в ней возникает ЭДС индукции, противодействующая нарастанию тока; тем меньшего амплитудного значения достигнет сила тока. Это и означает, что X_L будет больше.

2. Чем больше частота, тем быстрее меняется ток, тем больше скорость изменения магнитного поля в катушке, и тем большая возникает в ней ЭДС индукции, препятствующая возрастанию тока. При $\omega \rightarrow \infty$ имеем $X_L \rightarrow \infty$, т. е. высокочастотный ток практически не проходит через катушку.

Наоборот, при $\omega = 0$ имеем $X_L = 0$. Для постоянного тока катушка является коротким замыканием цепи.

И снова мы видим, что закону Ома подчиняются лишь амплитудные, но не мгновенные значения тока и напряжения. Причина та же — наличие сдвига фаз.

Резистор, конденсатор и катушка, рассмотренные пока что по отдельности, теперь соберутся вместе в колебательный контур, подключённый к источнику переменного напряжения. Читайте следующий листок — [«Переменный ток. 2»](#).