

Олимпиадная физика. 8 класс

Задачник 8.2023

Данное пособие содержит задачи для восьмиклассников, которые предлагались в последние годы на следующих олимпиадах:

1. Всероссийская олимпиада школьников, ШЭ и МЭ в Москве (2020–2023)
2. Олимпиада Максвелла, РЭ и ЗЭ (2020–2023)
3. Московская олимпиада школьников по физике (2020–2023)
4. Росатом (2021–2023)
5. Курчатов (2020–2023)
6. Шаг в будущее (2021–2023)
7. Всесибирская олимпиада (2015–2023)
8. Формула Единства / Третье тысячелетие (2019–2023)
9. Будущие исследователи — будущее науки (2015–2023)
10. Олимпиада КФУ (2020–2023)
11. Надежда энергетики (2015–2023)

Годы, являющиеся левой границей промежутка дат для каждой олимпиады, выбраны из следующих соображений.

- Более ранние задачи олимпиад, имеющих номера 1–5 в приведённом списке, можно найти в [олимпиадных листках](#). Кстати, пункты оглавления задачника дублируют названия данных листков, и каждый раздел задачника начинается со ссылки на соответствующий листок.
- В остальных случаях нижняя граница определялась либо наличием соответствующих материалов на сайтах олимпиад, либо моими личными возможностями :-)

Распределение задач по темам зачастую сделано «на глаз»; в дальнейшем (по мере моего осмысления) некоторые задачи могут переместиться в другие темы. Актуальная версия задачника находится по адресу: <http://mathus.ru/phys/8phys2023.pdf>.

Оглавление

1	Величины и процессы	4
1.1	Измерения. Цена деления и переводы единиц	4
1.2	Подобие и размерность	5
1.3	Процессы	7
1.4	Неравенства	12
2	Движение тел	13
2.1	Путь, скорость, время	13
2.2	Средняя скорость	20
2.3	Графики движения	24
2.4	Сложение скоростей	29
2.5	Упругое отражение	30
2.6	Движение по реке	31
2.7	Круговое движение	33
2.8	Малые шевеления	35
3	Масса и плотность	36
3.1	Плотность	36
3.2	Смеси и сплавы	37
3.3	Средняя плотность	37
3.4	Поверхностная и линейная плотность	38
3.5	Скорость заполнения	38
3.6	Метеорология и пробки	38
4	Взаимодействие тел	40
4.1	Силы	40
4.2	Вес тела	40
4.3	Давление	42
4.4	Равновесие рычага	45
4.5	Блоки	49
4.6	Соединения пружин	53
4.7	Равновесие тел	55
4.8	Работа, мощность, энергия	61
4.9	Законы Ньютона	64
5	Гидростатика	65
5.1	Эврика!	65
5.2	Давление жидкости	65
5.3	Гидравлический пресс	70
5.4	Сообщающиеся сосуды	71
5.5	Сила Архимеда	75

5.6	Плавание тел	81
5.7	Движение в вязкой среде	88
5.8	Комбинированные задачи по гидростатике	89
6	Тепловые явления	93
6.1	Количество теплоты	93
6.2	КПД двигателей и генераторов	96
6.3	Теплообмен	97
6.4	Фазовые переходы	101
6.5	Теплопроводность	109
7	Электрические явления	111
7.1	Электростатика	111
7.2	Электрические цепи	112
7.3	Вычисление сопротивлений	113
7.4	Мощность тока	116
7.5	Электронагреватель	117
7.6	Нелинейные элементы	118
8	Оптика	120
8.1	Отражение света. Плоское зеркало	120

Глава 1

Величины и процессы

1.1 Измерения. Цена деления и переводы единиц

Дополнительные задачи — в листке [Измерения](#).

1.1.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) Переведите в СИ: 423 л, 1 сутки.

- А) 4,23 м³, 864 с
- Б) 42,3 м³, 8640 с
- В) 0,423 м³, 86400 с
- Г) 0,423 м³, 8,64 с
- Д) 423 м³, 86,4 с

Е

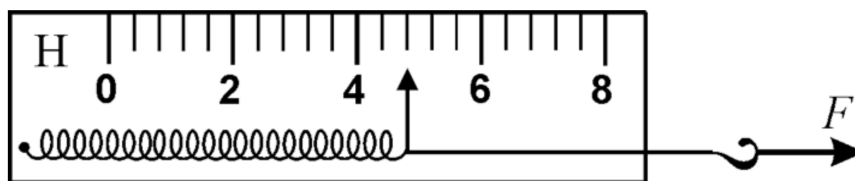
1.1.2. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) В американских автомобилях спидометр показывает скорость в милях в час. Пользуясь рисунком, определите скорость гоночного автомобиля, если известно, что 1 миля = 1,6 км.



1. 4,4 км/мин;
2. 260,8 км/ч;
3. 74,4 м/с;
4. 939 м/с.

Е

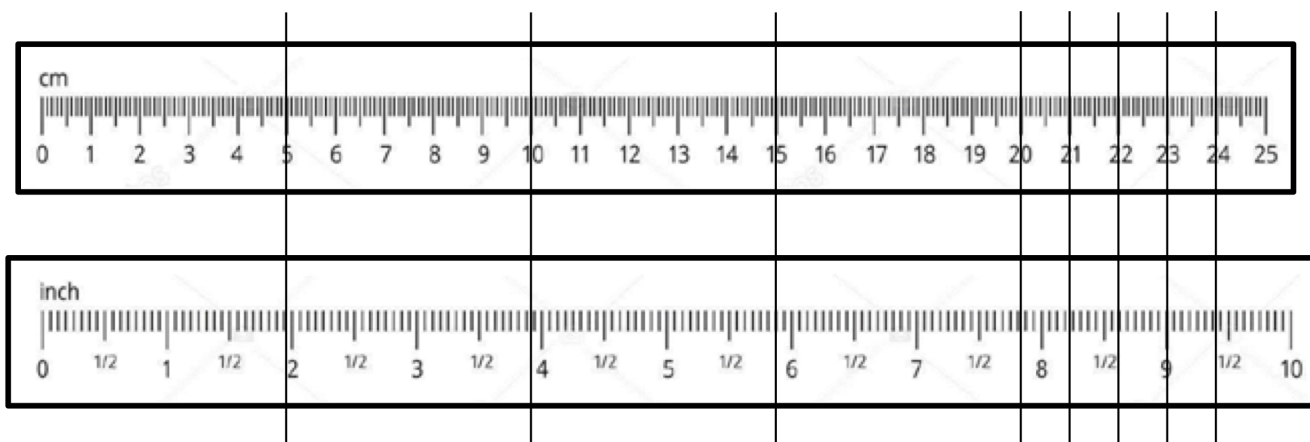
1.1.3. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Что показывает динамометр, если погрешность считывания показаний со шкалы равна половине цены её деления?



1. $(4,2 \pm 0,05)$ Н;
2. $(4,4 \pm 0,1)$ Н;
3. $(4,8 \pm 0,2)$ Н;
4. $(5,0 \pm 0,25)$ Н.

2

1.1.4. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) На рисунке изображены две линейки, которые расположили параллельно друг другу, совместив нулевые риски. Верхняя линейка позволяет измерять длину в сантиметрах (cm), нижняя — в дюймах (inch). Одновременно начинают двигать верхнюю линейку влево со скоростью $v_1 = 4$ д/с (дюйма в секунду), а нижнюю со скоростью $v_2 = 1$ см/с вправо.



1. Чему равно отношение скоростей $\frac{v_1}{v_2}$? Ответ округлите до целого числа.
2. С какой рисккой верхней линейки будет совпадать риска «5 дюймов» нижней линейки через одну секунду после начала движения? Ответ округлите до десятых долей сантиметра.

(1) 10; 2) 23,8 - 24,2

1.2 Подобие и размерность

Дополнительные задачи — в листке [Подобие](#).

1.2.1. (*Всеросс., 2020, МЭ, 8*) Буквами d , h и L обозначены некоторые физические величины, которые измеряются в метрах. Школьники предложили несколько выражений, которые связывают между собой эти величины:

$$1) d = 3(L + 1)h \quad 2) d = \frac{L - h}{3} \quad 3) d = \frac{3L^2}{h + 2L} \quad 4) d = \frac{h^3}{4L} \quad 5) d = \frac{L + h}{L - h}$$

Какие выражения, предложенные школьниками, однозначно неправильные?

- А) 3, 4, 5
- Б) 2, 3, 5
- В) 1, 2, 5
- Г) 1, 3, 4
- Д) 1, 4, 5

□

1.2.2. (*Всеросс., 2023, МЭ, 8*) Какой физической величине соответствует выражение $\frac{Fvtm}{AV}$, где F — сила, v — скорость, t — время, m — масса, A — работа, V — объём?

- 1. сила;
- 2. работа;
- 3. масса;
- 4. плотность;
- 5. давление.

□

1.2.3. (*«Надежда энергетики», 2015, 8*) Девочки из 8-го «а» сделали снежную бабу, а их одноклассники мальчики — снеговика. Снежная баба представляет собой три поставленных друг на друга снежных шара («ноги», «туловище», «голова»), диаметры которых относятся как 6 : 4 : 2. Снеговик представляет собой точную копию снежной бабы, но в два раза большей высоты. Во сколько раз «ноги» снеговика тяжелее «голова» снежной бабы?

$$912 = \frac{3^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^3}$$

1.2.4. (*«Надежда энергетики», 2022, 8*) Школьники, изучающие термодинамику и тепловые явления, решили провести любопытный эксперимент. Они заморозили воду в виде ледяного куба с ребром 10 см и 1000 кубиков с длиной ребра 1 см. В распоряжении школьников было два одинаковых идеальных термостата, в которых постоянно поддерживалась температура 0°C . Школьники поместили куб в один термостат, а все кубики аккуратно разложили в один слой во втором так, что они не касались друг друга. Время таяния льда в каждом термостате измерялось секундомером, который включался, когда в термостате появлялись первые капли воды, и выключался, когда лед полностью превращался в воду. Сравните показания секундомера по

окончании опыта. Объясните свои выводы.

сэд 00Г а

1.2.5. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 8) Известно, что альbedo (коэффициент отражения видимого света) для поверхности Луны как космического тела составляет в среднем $a_L = 0,12$, а для Земли в среднем $a_Z = 0,37$. Земля в $N = 81$ раз тяжелее Луны, при этом средняя плотность Земли $\rho \approx 5,5$ г/см³, а средняя плотность Луны $\rho \approx 3,35$ г/см³. Оцените, во сколько раз на Луне в ночь полноземля (то есть когда видна полная Земля) освещённость больше, чем на Земле в ясную ночь полнолуния.

сэд ГГ а

1.3 Процессы

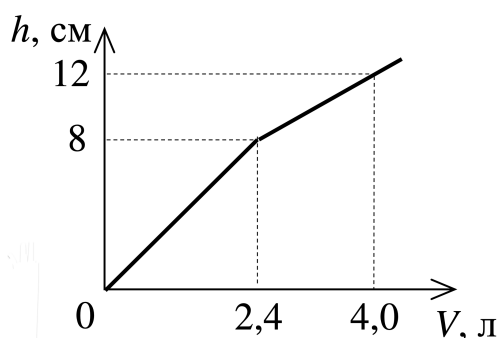
Дополнительные задачи — в листке [Процессы](#).

1.3.1. («Надежда энергетики», 2017, 8) Совсем скоро наступит весна, и замёрзшие зимой реки начнут освобождаться от льда — на реках наступит ледоход. Если с берега вы будете наблюдать ледоход на прямом участке достаточно широкой реки, то обнаружите удивительное явление: отколовшиеся друг от друга большие льдины плывут по течению и медленно вращаются на поверхности воды, хотя не сталкиваются друг с другом. Как вы объясните этот эффект?

1.3.2. (Олимпиада КФУ, 2023, 8) Птица, высиживая кладку яиц, заметила, что ее окружает плотный рой мелких мошек. Она придумала следующую стратегию «охоты» на них: открыть клюв, а затем, дождавшись когда мошки сами в него залетят, быстро закрыть его и проглотить за 0,5 секунд (клюв в это время закрыт). Оцените количество мошек в 1 м³, если птица таким способом смогла поймать 5 г мошек за 12 часов. Массу одной мошки примите за 2 мг, объем открытого клюва птицы 27 см³. Считать, что мошка меняет направление своего движения случайным образом на масштабе расстояний, значительно превышающим размер клюва, и движется со средней скоростью 3 см/с.

$$\varepsilon_{-N} \varepsilon_{0I} \cdot \varepsilon \approx \frac{L_{\text{ош}}}{\left(\frac{a}{\Delta \xi} + L\right) N}$$

1.3.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 8) В цилиндрический сосуд, на дне которого лежит куб, начинают наливать воду. График зависимости высоты h от уровня воды в сосуде от объема V налитой воды приведен на рисунке. Найти длину ребра куба.



длина ребра куба равна 10 см

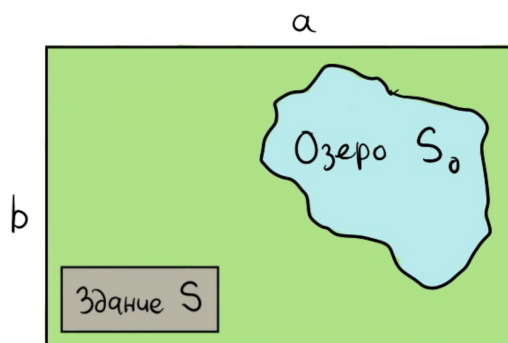
1.3.4. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 8) Лев Давидович и Евгений Михайлович, владеющие дачными участками по соседству друг с другом, никак не могли решить, какая сточная канавка эстетичнее: прямоугольная или треугольная со стенками под 45° к горизонтали. В конце концов, каждый прорыл на своём участке по-своему.

10 июля моросил дождик, и сын Льва Давидовича запускал бумажные кораблики по канавке. Он заметил, что по участку Евгения Михайловича кораблик плывёт в 2 раза быстрее. А 12 июля прошёл ливень. Как только он закончился, мальчик побежал пускать кораблики. Он обнаружил, что уровень воды поднялся в 4 раза, а скорость кораблика на его участке увеличилась в 2 раза. Во сколько раз изменилась скорость на участке Евгения Михайловича?

Примечание. Одна канавка переходит в другую. Дно канавы Льва Давидовича находится на том же уровне, что и нижняя точка канавы Евгения Михайловича, их середины также совпадают. Уровень воды в обоих участках канавки одинаковый. Считайте, что скорость кораблика равна средней скорости воды в канаве.

Скорость увеличилась в два раза

1.3.5. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 8) Огороженная территория лагеря «Формула Единства» представляла собой прямоугольник площади $a \times b = 1,5 \times 0,8 \text{ км}^2$, на которой располагалось большое озеро площади $S_0 = 0,6 \text{ км}^2$ и здание площади $S = 0,1 \text{ км}^2$. Некоторый день в лагере школьники объявили днём полной свободы — все вожатые ушли из лагеря, а школьники стали поступать как хотят. Треть школьников осталась в здании, а остальные выбежали из него и стали бегать в произвольных направлениях со средней скоростью $V_1 = 10 \text{ км/ч}$.



Если школьник добегал до здания или ограждения лагеря, он упруго отражался от него и бежал дальше с той же скоростью. Если школьник добегал до берега озера, он прыгал в него и плыл в случайном направлении со средней скоростью $V_0 = 2 \text{ км/ч}$, и, когда доплывал до берега, вылезал и бежал в случайном направлении дальше снова со скоростью V_1 .

Сколько, в среднем, школьников находилось в каждый момент дня свободы в озере, если всего их в лагере было 210?

в среднем в озере находится 120 школьников

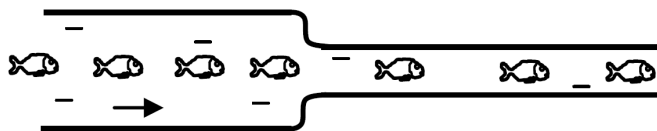
1.3.6. («Надежда энергетики», 2015, 8) На кондитерской фабрике работает автомат по укладке шоколадных конфет. Он представляет собой механический манипулятор, способный перемещаться вдоль одной прямой перпендикулярно ленте транспортера, на которой лежат пустые коробки с ячейками для конфет. Конфета моментально попадает в ячейку, как только манипулятор окажется над ней. Рассмотрим движение автомата и коробок на плоскости XOY . Координаты ячеек (x, y) — это натуральные числа, причем в исходном положении $8 \leq x \leq 26$, $2 \leq y \leq 15$ (все значения координат заданы в дюймах). Лента транспортера начинает двигаться в направлении, противоположном оси OX , со скоростью $v = 1$ дюйм/с. Одновременно из начала координат вдоль оси OY с постоянной скоростью без остановок начинает двигаться манипулятор. Какое максимальное количество конфет сможет уложить манипулятор за время однократного пересечения транспортера и с какой скоростью он должен двигаться?

$$n = N \cdot v = 1 \text{ дюйм/с}$$

1.3.7. (Всесиб., 2015, 8) Дачник использует на даче два одинаковых газовых баллона. Один баллон нужен для подогрева воды, а другой устанавливается в кухонную плиту. Баллон для подогрева воды расходуется у него ровно за 4 недели, а баллон в плите — за 10 недель. Дачник одновременно установил два новых баллона. На какой день после установки баллонов ему нужно поменять их местами, чтобы оба баллона закончились одновременно?

$$N = 21 \text{ -й день после их установки}$$

1.3.8. (Всесиб., 2018, 8) Две трубы квадратного сечения ($20 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ и $40 \text{ см} \times 40 \text{ см}$) соединили и получившуюся длинную трубу положили на дно реки. Много одинаковых маленьких рыбок играют, проплывая вдоль этой трубы от одного до другого конца. Рыбки заплывают в трубу по очереди, всегда через один и тот же промежуток времени. Когда они заплывают со стороны широкого конца, то внутри широкой части трубы одновременно находится $N_1 = 9$ рыбок, а внутри узкой — $N_2 = 3$. А когда они заплывают в трубу с другого конца, то в широкой части одновременно находится $K_1 = 13$ рыбок.



Определите число K_2 рыбок, которые в это время находятся внутри узкой части трубы, если скорости рыбок относительно воды всегда одинаковы. Стрелка на рисунке показывает направление движения воды внутри трубы.

$$K_2 = 19 \text{ рыбок}$$

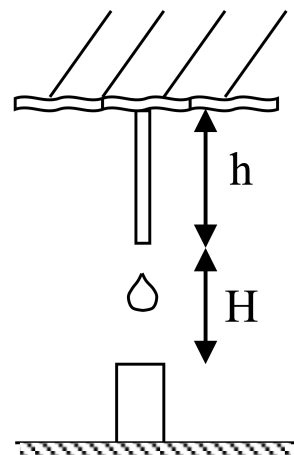
1.3.9. (Всесиб., 2019, 8) На лыжном курорте 180 человек с утра до вечера катались с горы. После спуска каждый лыжник сразу начинает подниматься на канатном подъемнике, а затем опять спускается вниз. При этом средняя скорость движения лыжника при спуске в 4 раза выше скорости подъемника. Сколько лыжников в среднем одновременно поднимается вверх, если длина лыжного спуска в 5 раз больше, чем длина канатного подъемника? Считать, что лыжники распределены по спуску и подъемнику равномерно.

$$N_1 = 4 \cdot N_0 / 9 = 80 \text{ человек}$$

15 машин

1.3.10. (*Всесиб., 2021, 8*) На фабрику из карьера непрерывно возят руду 24 одинаковых машины. Каждая машина везёт руду по сравнительно длинной дороге, разгружается на фабрике и сразу едет по той же дороге обратно к карьере, чтобы встать там в очередь на погрузку. Сколько машин находится одновременно в карьере, если за время движения до фабрики и обратно машина на дороге встречает 18 других машин? Считать, что для каждой машины 1-я и 18-я встречи происходят при пересечении границы «карьер-дорога». Временем разгрузки машин на фабрике пренебречь.

1.3.11. (*Всесиб., 2022, 8*) Весной снег на крыше дома начал таять, и на краю крыши стала нарастать сосулька. Из стекающих с крыши капель каждая 9-я замерзала на этой сосульке, а из упавших дальше половина замерзала, образуя вертикальный столбик на земле (см. условный рисунок справа). И сосулька, и столбик имеют правильную цилиндрическую форму, а диаметр столбика в 3 раза больше, чем диаметр сосульки. Через час после начала таяния сосулька имела длину $h = 1,2$ м, а между концами сосульки и столбика расстояние было равно $H = 80$ см. Сколько еще времени пройдет, прежде чем сосулька коснется столбика? Считать, что скорость таяния снега постоянна.



27,7 мин

1.3.12. (*«Шаг в будущее», 2021, 8*) Корпус яхты изготавливают из полимерного композиционного материала, состоящего из связующего (эпоксидной смолы, соединяющей фрагменты наполнителя в единый материал) и наполнителя (рубленого стекловолокна, обеспечивающего прочность материала). Плотность композиционного материала 1500 кг/м^3 . Время нанесения слоя смолы составляет 45 минут, из которых 20 уходит на заправку оборудования перед работой и его очистку после работы. Объем одной заправки 40 литров. Каждая заправка расходуется на формирование только одного целого слоя материала. Площадь поверхности корпуса яхты составляет 50 м^2 , а толщина стенки 12 мм. После окончания нанесения материала следует 12-часовая сушка в печи.

Определите время формирования корпуса яхты, а также скорость расхода материала через распылитель, обеспечивающий его нанесение (в кг/с).

Время формирования корпуса 23,25 часа, скорость расхода материала $0,04 \text{ кг/с}$

1.3.13. (*МОШ, 2020, 8*) Аквариум в виде куба с длиной стороны $a = 40$ см заполнен водой доверху. Аквариум начинают очень медленно поворачивать вокруг одного из ребер, так что угол φ между дном аквариума и горизонтальной поверхностью увеличивается на 1° каждые 10 секунд, при этом вода из аквариума вытекает. Скорость истечения воды количественно характеризует расход $Q = \frac{\Delta m}{\Delta t}$, равный массе воды, вытекающей из аквариума за малое время Δt . Расход Q меняется в зависимости от угла φ . Плотность воды равна $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

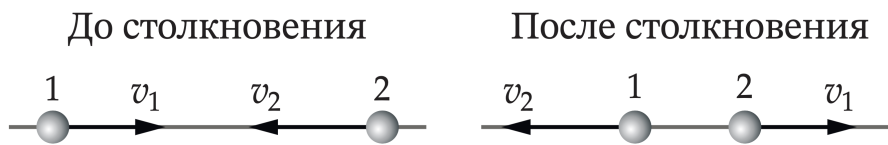
- 1) Найдите (можно приближённо) массу воды, вытекающей из аквариума в первые 10 секунд.
- 2) Чему равен угол φ в момент, когда расход воды Q достигает максимального значения Q_{\max} ?
- 3) Определите (можно приближённо) максимальное значение расхода Q_{\max} .

Примечание. При решении задачи могут оказаться полезными следующие геометрические соотношения.

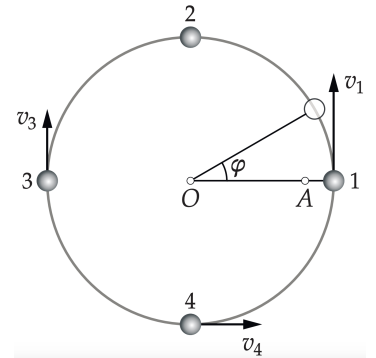
1. Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике с катетами a , b и гипотенузой c сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы: $a^2 + b^2 = c^2$.
2. Площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой 1 и малым острым углом α приближённо равна $S \approx \frac{\pi\alpha}{360^\circ}$ (α измеряется в градусах). Малыми вполне можно считать углы меньше 10° .

$$\frac{c}{a} \approx \frac{1}{\sin \alpha} \approx \frac{1}{\alpha} \approx \frac{1}{\frac{\pi \alpha}{180^\circ}} = \frac{180^\circ}{\pi \alpha} \approx \frac{57.3}{\alpha}$$

1.3.14. (МОШ, 2021, 8) Кольцо с бусами. Известно, что упругие бусинки одинаковой массы, насаженные на горизонтальную спицу, по которой они могут скользить без трения, в процессе столкновения обмениваются скоростями, что схематично иллюстрирует рисунок ниже.



Пусть на гладкое, расположенное в горизонтальной плоскости кольцо радиусом 1 м, насажены 4 упругие бусинки одинаковой массы (рис. ниже). Положение любой бусинки в любой момент времени определяется углом φ , который отсчитывается от линии OA против часовой стрелки и может принимать значения от 0° до 360° . В нулевой момент времени углы, задающие положение бусинок на кольце, равны: $\varphi_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = 90^\circ$, $\varphi_3(0) = 180^\circ$ и $\varphi_4(0) = 270^\circ$. Скорости бусинок в нулевой момент равны: $v_1 = 2\pi$ м/с, $v_2 = 0$, $v_3 = \pi$ м/с, $v_4 = \pi$ м/с и направлены так, как показано на рисунке.



A1. Если бы второй и четвёртой бусинок не было, то как выглядел бы график зависимости угла $\varphi_3(t)$, определяющего положение третьей бусинки, от времени для первых двух секунд движения?

A2. Изобразите график зависимости угла $\varphi_2(t)$, определяющего положение второй бусинки, от времени для первых двух секунд движения (на кольце четыре бусинки).

B. В какой точке кольца будет находиться через 2 секунды после начала движения первая бусинка? Сколько столкновений она испытает за это время?

C. Верно ли, что углы, характеризующие положение бусинок, а также скорости бусинок через некоторое время T будут такими же, как в начальный момент? Если да, то найдите время T .

$$v_1 = 2\pi \text{ м/с}, v_2 = 0, v_3 = \pi \text{ м/с}, v_4 = \pi \text{ м/с}$$

1.3.15. (МОШ, 2023, 8) Маятник. Небольшое тело, подвешенное на твёрдом стержне в поле силы тяжести, способно совершать колебательное (повторяющееся) движение, если отклонить его из положения равновесия на небольшой угол и отпустить. *Математическим маятником* называется физическая модель, описывающая процесс колебаний груза на стержне, в которой тело считается материальной точкой, масса стержня, а также все силы трения и сопротивления движению считаются пренебрежимо малыми. Время, затрачиваемое маятником на одно колебание, иначе говоря, на возвращение в исходную точку, называется периодом.

- А.** Рассмотрим следующие размерные параметры: длина стержня маятника L , масса тела m и ускорение свободного падения g , равное $9,8 \text{ м/с}^2$. Исходя из соображений размерности, определите от каких параметров зависит период колебаний математического маятника. Во сколько раз изменится период колебаний маятника, если уменьшить длину подвеса в 4 раза?
- В.** Заданный интервал времени (например, минута), измеряемый маятниковыми часами, пропорционален периоду колебаний маятника. Рассмотрим маятниковые часы, в устройство которых входит маятник длиной $L = 1 \text{ м}$, сделанный из стали. При такой длине движение маятника в одну сторону занимает $1,00 \text{ с}$. Известно, что при температуре окружающей среды $t_1 = 5^\circ\text{C}$ часы показывают точное время. На сколько отстанут за сутки часы при температуре $t_2 = 25^\circ\text{C}$? Линейное тепловое расширение тел описывается формулой $L = L_0(1 + \alpha(t - t_0))$, где L и L_0 — размер тела при температурах t и t_0 соответственно, α — постоянный коэффициент линейного расширения, равный для стали $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$.
- С.** Как должен быть устроен подвес маятника, чтобы период колебаний не менялся при изменении температуры? Считается, что в своей конструкции вы можете соединять стержни, сделанные из двух разных материалов, коэффициенты линейного расширения которых равны α и 2α . В качестве ответа приведите схематичный рисунок с краткими пояснениями.

Указание. Может оказаться полезной приближённая формула $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$, верная при $|x| \ll 1$.

$$\Delta T = \frac{\Delta L}{L} T = \alpha \Delta t T \approx \frac{\alpha T \Delta t}{2} T = \frac{\alpha T^2 \Delta t}{2} \approx 10,8 \text{ с}$$

1.4 Неравенства

Дополнительные задачи — в листке [Неравенства](#).

1.4.1. (*Всеросс., 2021, МЭ, 8*) Алиса и Боб одновременно выходят навстречу друг другу с противоположных концов улицы, длина которой равна 2 км . На улице туман, и Алиса и Боб не могут увидеть друг друга издали (а могут только сойдясь вплотную). Алиса идёт со скоростью 3 км/ч , а Боб — со скоростью 5 км/ч . На некотором расстоянии L от места выхода Алисы находится магазин. Алиса зашла в этот магазин на 5 минут , но в результате этого Боб прошёл мимо магазина и они так и не встретились. Такая ситуация возможна лишь в том случае если L лежит в некотором интервале значений: $a < L < b$. Найдите границы a и b этого интервала. Ответы выразите в метрах и округлите до целых чисел.

$$a = 100 \text{ м}; b = 150 \text{ м}$$

Глава 2

Движение тел

2.1 Путь, скорость, время

Дополнительные задачи — в листке [Путь, скорость, время](#).

2.1.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 8*) С какой примерно скоростью Земля движется по орбите вокруг Солнца? Расстояние от Земли до Солнца 150 000 000 км, орбиту для оценки считайте круговой. Длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi = 3,14$.

1. 1 м/с.
2. 30 м/с.
3. 100 м/с.
4. 30 км/с.
5. 100 км/с.

□

2.1.2. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 8*) Вова обычно после школы сразу идёт в спорткомплекс на тренировку, двигаясь со скоростью 1,5 м/с, и приходит точно к началу тренировки. В один из дней, когда Вова прошёл половину пути до спорткомплекса, он понял, что оставил спортивную форму в школе. Успеет ли Вова на тренировку, если побежит обратно в школу за формой, а затем — снова в спорткомплекс, двигаясь всё время со скоростью 15 км/ч?

1. успеет;
2. опоздает.

□

2.1.3. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) Автобус движется по автостраде с постоянной скоростью и въезжает в туннель, первую половину длины которого проезжает со скоростью в $n_1 = 2,1$ раза меньшей, а вторую половину — со скоростью в $n_2 = 1,5$ раза меньшей, чем она была вне туннеля. В момент въезда в него часы показывали время 10:54, а в момент выезда — 12:06.

1. Сколько минут двигался в туннеле автобус?
2. В какой момент времени автобус проезжал середину туннеля? В качестве ответа запишите отдельно два числа — число часов и целое число минут

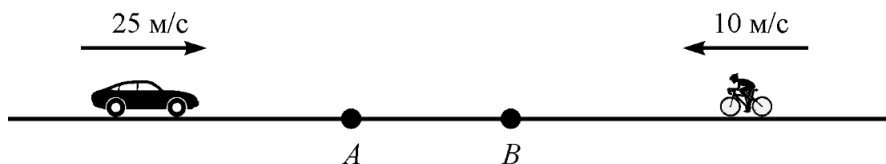
98 П (7 ;7L (1

2.1.4. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) Из деревни в город выехал велосипедист со скоростью 5 м/с. Через 5 минут после выезда велосипедиста из деревни в том же направлении отправился пешеход со скоростью 2 м/с. В момент выхода пешеход написал велосипедисту сообщение, чтобы тот вернулся. Велосипедист прочитал его через 15 минут после отправки сообщения и тут же развернулся. Через какое время после отправки сообщения пешеход и велосипедист встретятся? Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.

1. 25;
2. 30;
3. 10;
4. 15;
5. 5.

Г

2.1.5. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) Автомобиль и велосипедист движутся по прямой дороге с постоянными скоростями в противоположных направлениях. Между ними располагаются два небольших моста (см. рисунок). Скорость автомобиля равна 25 м/с, а велосипедиста — 10 м/с. В какой-то момент машина пересекает мост A , спустя минуту велосипедист пересекает мост B . Автомобиль встречает велосипедиста на расстоянии 3 км от моста B . Чему равно расстояние между мостами A и B ?



1. 8 км;
2. 10 км;
3. 12 км;
4. 15 км.

Э

2.1.6. («Надежда энергетики», 2015, 8) Из городов А и Б навстречу друг другу одновременно выехали автобус и грузовик. Спустя время $t_1 = 40$ мин после встречи автобус прибыл в город А, а спустя $t_2 = 1,5$ часа после встречи грузовик прибыл в город Б. Определите время t движения автобуса до встречи с грузовиком. Скорости автобуса и грузовика считайте постоянными.

$$\boxed{t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 1}$$

2.1.7. («Надежда энергетики», 2016, 8) Исследователь-энтомолог наблюдает за пауком *Saropina abyssinica*, который плетет паутину. Паук сначала натягивает в одной плоскости радиальные нити, которые расходятся из центра в разные стороны, соседние нити составляют друг с другом угол $\alpha = 30^\circ$. Затем паук закрепляет на радиальных нитях клейкую нить, которую по спирали тянет в центр паутины. Чтобы описать этот сложный процесс, энтомолог придумал следующую модель. Допустим, что паук закрепил клейкую нить на радиальной нити на каком-то расстоянии от центра паутины. Пусть на следующей радиальной нити на том же расстоянии от центра находится «воображаемый» паук. Оба паука одновременно начинают движение в центр, но скорость движения «воображаемого» паука в 8 раз меньше. Паук, плетущий паутину, добирается до центра и переходит на следующую радиальную нить. Клейкую нить паутины он натягивает и закрепляет там, где встречается с «воображаемым» пауком. Затем процесс с участием «воображаемого» паука повторяется много раз, причем создатель паутины последовательно обходит все нити до тех пор, пока клейкая нить не закрепится в центре. Определите путь, пройденный пауком в процессе создания паутины, если первая точка крепления клейкой нити расположена на расстоянии 0,5 м от центра.

$$\boxed{8 \cdot \pi \cdot r}$$

2.1.8. («Надежда энергетики», 2017, 8) Одноклассники Петя и Катя обычно ездят в школу на автобусе вместе. Однажды, не дождавись автобуса на своей остановке, они пошли пешком на следующую, чтобы подождать автобуса там. Когда они прошли всего четверть пути, Катя обернулась и увидела автобус, приближающийся к покинутой ими остановке. Школьники одновременно побежали: Катя — назад, а Петя — вперёд, причём оба прибежали на остановки одновременно с приходом к ним автобуса. Петя бежал в полтора раза быстрее Кати. Во сколько раз скорость автобуса больше скорости бега Кати? Скорость автобуса между остановками считайте постоянной, временем разгона и торможения автобуса, а также временем стоянки автобуса на остановке можно пренебречь.

$$\boxed{v = x}$$

2.1.9. («Надежда энергетики», 2020, 8) Одноклассники Петя и Катя направились из посёлка А в город Б на двухместном скутере. Первую часть пути длиной S_1 они двигались со скоростью v_1 , вторую часть пути длиной S_2 они двигались со скоростью v_2 , а оставшуюся часть пути длиной S_3 они двигались со скоростью v_3 . Найдите скорость v_3 , если известно, что $\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_2}{S_3} = \frac{v_3}{v_2} = \frac{v_2}{v_1} = k = 1,5$, а средняя скорость их движения из А в Б была $v = 35$ км/час.

$$\boxed{v_3 = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{v_1^2}{v_2^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{v_2^2}{v_1^2}}} v = 45}$$

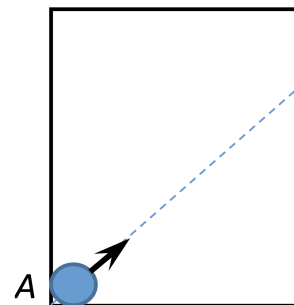
2.1.10. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 8) По первой дороге машины едут со скоростью $V_1 = 36$ км/ч, а по второй — со скоростью $V_2 = 54$ км/ч. На каждой дороге средняя дистанция между машинами $l_1 = 30$ м.

Каким будет средняя дистанция между машинами после того, как дороги сольются в одну, скорость на которой $V_3 = 72$ км/ч?

Примечание. На дорогах однополосное движение в одну сторону, пробок не образуется.

2 м 42

2.1.11. («Надежда энергетики», 2022, 8) Горизонтальный стол с идеально гладкой поверхностью имеет размеры 182×387 см. Стол со всех сторон огорожен вертикальными идеально упругими бортиками. По столу могут прямолинейно и равномерно двигаться шайбы диаметром 2 см. Первая шайба в начальный момент времени располагается в положении A (касаясь двух бортиков стола одновременно) и начинает движение со скоростью 5 м/с под углом 45° к бортику (см. рис). Вторая шайба стартует из того же положения A через 1 с в том же направлении. Определите минимальную скорость второй шайбы, при которой она успеет догнать первую шайбу до того момента, когда первая шайба коснется двух бортиков одновременно. Считать, что столкновения шайб с бортиками происходят по принципу «угол падения равен углу отражения», а модуль скорости при этом не изменяется.



$$v_{\text{н}} \sin \alpha = \frac{v_1 t_1 - S}{t_1 \alpha} = v_2$$

2.1.12. («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 8) Из пунктов A и B одновременно вышли навстречу друг другу два туриста. Один турист весь путь от A до B идет со скоростью V_1 . Другой — первую половину пути от B до A идет со скоростью V_2 ($V_2 > V_1$), а вторую — со скоростью V_1 . Через время T туристы встретились и продолжили движение. Сколько времени двигался каждый из туристов от места встречи до своего пункта назначения?

$$L \text{ и } (v_1 + v_2) / (v_1 - v_2) L$$

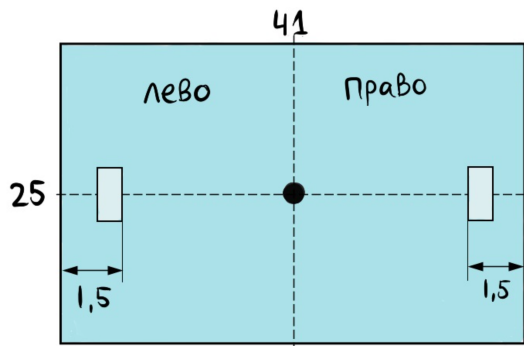
2.1.13. («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 8) Два туриста выходят из исходного пункта с интервалом в полчаса и идут по прямому маршруту в другой пункт, находящийся в 20 км. Режим движения каждого туриста состоит из чередующихся 50-минутных интервалов ходьбы и 10-минутных привалов. Вышедший позднее турист шел быстрее и прибыл в пункт назначения на полчаса раньше другого, затратив на дорогу 3 час 50 мин. Каким было максимальное расстояние между туристами на маршруте? Чему равнялась максимальная относительная скорость туристов?

$$S^{\text{max}} = 2,4 \text{ км}; V^{\text{max}} = 6 \text{ км/ч}$$

2.1.14. («Надежда энергетики», 2019, 8) Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции — «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика $N = 4$ одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до третьего 900 м и до четвертого 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

Расстояния: 300, 700, 900, 1500 метров; скорости: 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч

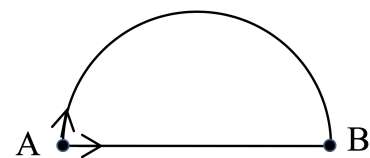
2.1.15. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 8) Паша ударил вправо по шайбе, располагавшейся в центре прямоугольной хоккейной площадки $a \times b = 41 \times 25$ м² (на рисунке изображены поле, ворота и шайба, вид сверху). Но шайба, заскользив по льду, не попала в правые ворота, а, каким-то образом отскочив от бортов, попала по кратчайшей траектории ровно в середину левых ворот. Какой длины путь проделала шайба?



Примечание. Шайба не вращалась и от бортов отскакивала «правильно» — то есть угол полёта шайбы был равен углу отскока; расстояние от центра ворот до борта $h = 1,5$ м.

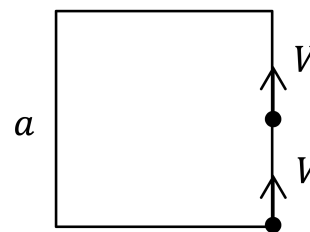
кратчайшая траектория шайбы имеет длину 65 м

2.1.16. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 8) Два жучка одновременно начинают бежать с равными скоростями из точки A в точку B : один по прямой, другой по полуокружности радиуса R (см. рис.). Каким будет максимальное расстояние между жучками?



$$R\sqrt{1 + \frac{c}{v}} \approx \frac{c}{v} + R\sqrt{1 + \frac{c}{v}}$$

2.1.17. («Будущие исследователи – будущее науки», 2023, 8) Два жучка одновременно начинают движение со скоростью V по сторонам квадрата: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Через какое время расстояние между жучками достигнет минимального значения? Чему равно это значение? Длина стороны квадрата равна a .

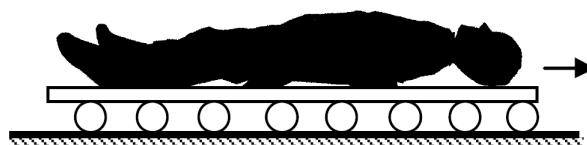


$$\frac{\Delta t}{\frac{a}{2V}} \text{ и время через которое достигнется и } \frac{2\sqrt{2}}{V} \text{ оно же минимальное расстояние}$$

2.1.18. («Шаг в будущее», 2021, 8) Друзья путешествовали по дороге в лесу и вышли из него на полянку с прямым участком. Когда они уже прошли $\frac{2}{9}$ части поляны, то услышали сигнал догоняющего их трактора. Известно, что если они пойдут обратно, то встретятся у одного края леса, а если продолжат путь прямо, то у другого. Определите, во сколько раз скорость путешественников меньше скорости трактора. Так как скорость звука много больше скорости трактора, то в условиях данной задачи можно считать, что звук распространяется мгновенно.

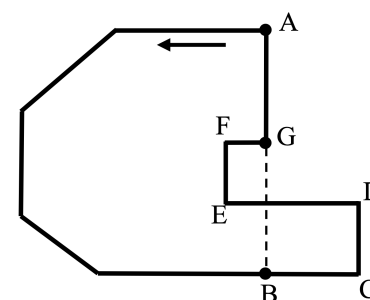
$$\frac{v}{V} = 1,8 \text{ раз}$$

2.1.19. (Всесиб., 2017, 8) Лилипуты тащат спящего на доске Гулливера по ровной дороге, подкладывая под доску одинаковые маленькие цилиндрические катки. Когда один каток выкатывается сзади, спереди надо класть новый. Всего под доской должно находиться не менее 40 катков. С какой максимальной скоростью может двигаться доска с Гулливером, если у лилипутов всего 45 годных катков, а скорость, с которой лилипуты могут передвигать свободный каток, равна $V = 25$ см/сек?



$$V = \frac{2M}{M+N} \cdot L \text{ см/сек}$$

2.1.20. (Всесиб., 2021, 8) Двое туристов решили пройтись по городу по маршруту, начиная с т. A в сторону, указанную стрелкой, и заканчивая т. B . После этого каждый из них планировал вернуться в исходную т. A по прямой (см. рис.). Туристы вместе прошли пешком до т. B , где один из туристов пропустил поворот и повернул налево только в т. C (см. рис.). Через некоторое время (в точке D) он понял, что заблудился, и повернув налево, пробежал в направлении улицы, ведущей от т. B к т. A . В точке E он повернул направо и пошел пешком. В т. F турист понял, что снова идет не там, повернул направо и дошел до нужной улицы в т. G . Оставшуюся часть маршрута турист пробежал и добрался до т. A одновременно со вторым туристом, который все время шел с постоянной скоростью. Насколько короче по длине вышла прогулка для этого второго туриста, если первому за всю прогулку пришлось пробежать $L = 800$ метров? Считать, что турист бежит в 4 раза быстрее, чем идет, а все повороты после т. B происходили под прямым углом.



№ 009

2.1.21. (*Всесиб.*, 2023, 8) Двум туристам надо было перенести из деревни в лагерь три одинаковых рюкзака. Первый турист взял один рюкзак и пошел вперед, а второй турист, чтобы не оставлять вещи без присмотра, понес на себе два рюкзака. Первый турист добрался до лагеря, оставил свой рюкзак и сразу пошёл навстречу второму на помощь. Еще через 1 час уже оба туриста пришли в лагерь с рюкзаками. Сколько всего времени понадобилось туристам, чтобы перенести рюкзаки из деревни в лагерь, если добавление рюкзака уменьшает скорость движения туриста вдвое? Считать, что по другим причинам скорость движения туриста не меняется.

ниги 07 ь 2

2.1.22. (*«Росатом»*, 2022, 8) Самолет вылетел из города A в город B в момент времени $t_1 = 12$ часов, а приземлился в городе B в момент времени $t_2 = 14$ часов местного времени. В момент времени $t_3 = 22$ часа по времени города B он вылетел обратно и прилетел в город A в момент времени $t_4 = 6$ часов утра местного времени. Найти, сколько времени длился перелет при условии, что и туда и обратно самолет летел одинаковое время.

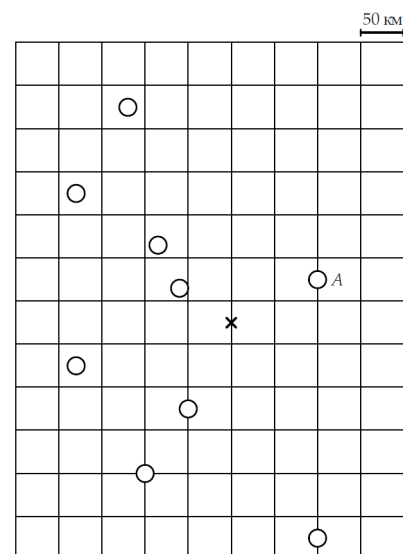
всех 3

2.1.23. (*«Росатом»*, 2023, 8) Линия метро содержит $K = 10$ станций и обслуживается $N = 18$ поездами, которые ходят с одинаковыми интервалами. Известно, что между соседними станциями поезда движутся в течение времени $t = 3$ минуты, и проводят на каждой станции время t . На конечных станциях поезда также стоят в течение времени t , а потом движутся в обратном направлении. Сколько дополнительных поездов нужно привлечь, когда на линии открыли новую конечную станцию, до которой поезда от старой конечной станции идут в течение времени $2t$, чтобы интервалы между поездами сохранились?

$$\varepsilon = \frac{(1-\mu)\varepsilon}{N\varepsilon} = N\nabla$$

2.1.24. (*МОШ*, 2023, 8) **Передвижение вертолёта.** Вертолёт летит с постоянной по модулю скоростью 200 км/ч. На рисунке, представленном справа, изображено положение вертолёта (крестик) относительно населённого пункта A и остальных населённых пунктов (кружки) в $12:00$. Известно, что вертолёт движется на одной высоте над Землёй по траектории, состоящей из прямолинейных участков. В таблице, приведённой ниже, указано расстояние L от пункта A до точки, где находится вертолёт в разные моменты времени.

Время	12:30	13:00	13:30	14:00
L , км	150	225	250	300



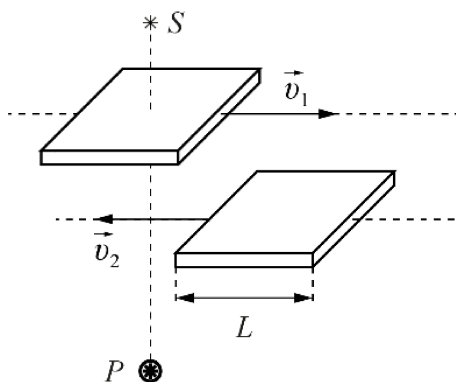
Пользуясь увеличенным рисунком, представленном на дополнительном листе, а также циркулем и линейкой, ответьте на следующие вопросы.

- А.** Пусть известно, что вертолёт не менял направление полёта с $12:00$ до $12:30$. В какое самое раннее время он мог пролететь над каким-либо населённым пунктом? Над каким именно населённым пунктом он бы при этом пролетел?
- В.** Пусть известно, что вертолёт менял направление полёта только один раз в $13:00$. В каком населённом пункте оказался вертолёт в $14:00$?

Все построения делайте на увеличенном рисунке, представленном на дополнительном листе. Искомые города пометьте, например, «галочкой». Кратко опишите ваши рассуждения и последовательность построений.

А) с 12:39 до 12:45

2.1.25. (Олимпиада Максвелла, 2022, РЭ, 8) **Подвижные препятствия.** Между источником сигнала S и приёмником P перпендикулярно соединяющей их прямой движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями две пластины длиной $L = 1$ м. Если сигнал по пути от источника к приёмнику проходит только через одну из пластин, то приёмник зажигает жёлтую лампочку, если через две — то красную. В некоторый момент времени на $t_1 = 3$ с зажглась жёлтая лампочка, затем $t_2 = 3$ с горела красная, а потом в течение $t_3 = 1$ с — опять жёлтая. Определите, за какое время τ одна пластина проезжает мимо другой.



два варианта: $\tau_1 = \frac{2(t_1+t_2)(t_2+t_3)}{t_1+2t_2+t_3} = 4,8$ с или $\tau_2 = \frac{t_1+2t_2+t_3}{2t_2(t_1+t_2+t_3)} = 4,2$ с

2.2 Средняя скорость

Дополнительные задачи — в листке [Средняя скорость](#).

2.2.1. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) Автомобиль движется по автомагистрали со скоростью 120 км/ч. Преодолев $\frac{2}{5}$ всего пути, автомобиль съехал на шоссе, где ему пришлось снизить скорость до 80 км/ч. Проехав с такой скоростью половину всего пути, автомобиль въехал в населённый пункт и уменьшил скорость до 60 км/ч. С такой скоростью он добрался до конечной точки маршрута.

1. Определите среднюю скорость автомобиля на первых $\frac{4}{5}$ пути. Ответ дайте в км/ч, округлив до целого числа.
2. Чему равна средняя скорость автомобиля на всём пути? Ответ дайте в км/ч, округлив до целого числа.

68 (7) 96 (1)

2.2.2. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) Первую половину пути трактор ехал со скоростью в 4 раза большей, чем вторую. Средняя скорость трактора на всём пути оказалась равна 16 км/ч.

1. Определите скорость трактора на второй половине пути. Ответ выразите в км/ч и округлите до целого числа.
2. Определите среднюю скорость трактора за первую половину времени движения. Ответ выразите в км/ч и округлите до целого числа.

□ 10; 2 22 (1)

2.2.3. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Тело в течение времени t_1 двигалось равномерно со скоростью 10 м/с, а потом в течение времени t_2 большего t_1 — со скоростью 6 м/с. Средняя скорость движения тела за время $t_1 + t_2$:

1. равна 8 м/с;
2. больше 8 м/с;
3. меньше 8 м/с.

□ 3

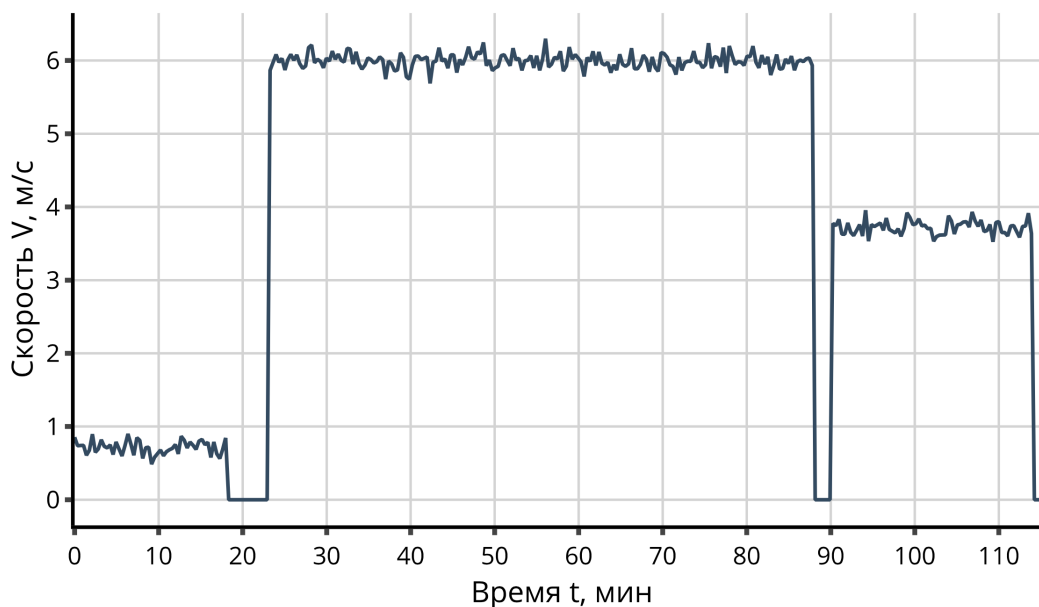
2.2.4. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Красная Шапочка в очередной раз пошла к бабушке. Она вышла из своего дома и половину пути шла со скоростью 6 км/ч. Потом она устала и вторую половину пути прошла со скоростью 4 км/ч. Возвращалась Красная Шапочка на велосипеде, который взяла в сарае у бабушки. Половину времени возвращения она ехала со скоростью 7 км/ч. Остаток времени ей пришлось идти пешком со скоростью 3 км/ч (вместе с велосипедом, на колесе которого лопнула камера).

1. Найдите среднюю скорость движения Красной Шапочки в «прямом» направлении (из её дома к бабушке). Ответ выразите в км/ч, округлите до десятых долей.
2. Найдите среднюю скорость движения Красной Шапочки при её возвращении от бабушки домой. Ответ выразите в км/ч, округлите до целого числа.

□ 4.8; 2 5 (1)

2.2.5. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) Триатлон — это вид спорта, представляющий собой мультиспортивную гонку. Она состоит из непрерывного последовательного прохождения её участниками трёх разных этапов: плавания, велогонки и бега. Между этими этапами спортсмен находится в «транзитных зонах», где он может переодеться и подготовиться к следующему этапу.

Наш спортсмен готовился к соревнованиям на дистанции для новичков. Общее время прохождения дистанции составило 114 минут (по правилам время прохождения дистанции включает в себя и времена пребывания в транзитных зонах). Спортсмен фиксировал результаты своей тренировки с помощью спутниковой системы навигации. Вот какие данные он получил.



Диапазон времени, мин	Средняя скорость в указанном диапазоне, м/с
$0 < t < 18$	0,70
$18 < t < 23$	0,00
$23 < t < 88$	6,00
$88 < t < 90$	0,00
$90 < t < 114$	3,75
$t > 114$	0,00

1. Чему равна полная длина дистанции? Ответ выразите в км, округлив до десятых долей.
2. Чему равна средняя скорость спортсмена за всю дистанцию? Ответ выразите в км/ч, округлив до десятых долей.
3. Спортсмен хочет преодолевать эту дистанцию за 90 минут. Считая, что время, проводимое в транзитных зонах, изменить нельзя, во сколько раз ему придётся увеличить свою среднюю скорость на каждом этапе гонки (если каждую скорость он будет увеличивать в одно и то же число раз)? Ответ округлите до сотых долей.

(1) 29,5; - 29,7; (2) 15,5; - 15,6; (3) 1,29

2.2.6. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) Автомобиль в ходе первого заезда проехал путь $ABCD$. На участке пути AB он двигался со скоростью втрое меньшей, чем средняя скорость $V_{\text{ср}}$ на всём пути. Затем он проехал участок пути BC со скоростью $V_{\text{ср}}$, затратив на это треть всего времени движения. Наконец, на участке пути CD автомобиль двигался со скоростью $2V_{\text{ср}}$.

1. Какую часть всего времени движения автомобиль затратил на участок пути AB ? Ответ выразите в процентах, округлите до целого числа.
2. Какую часть от всего пути составляет участок CD ? Ответ выразите в процентах, округлите до целого числа.
3. Пусть во время второго заезда по тому же пути $ABCD$ автомобиль проехал прежние участки AB и CD , двигаясь на них с теми же скоростями, что и во время первого заезда,

а на прохождение участка BC им было потрачено вдвое меньшее время по сравнению с первым заездом. Во сколько раз увеличилась средняя скорость автомобиля на всём пути $ABCD$ во втором заезде по сравнению с первым заездом? Ответ округлите до десятых долей.

1) 40; 2) 53; 3) 1,2

2.2.7. («*Будущие исследователи — будущее науки*», 2016, 8) Средняя скорость автомобиля на второй половине пути в 1,5 раза больше средней скорости на первой половине. Во сколько раз средняя скорость автомобиля на всем пути превышает среднюю скорость на первой половине пути?

в 1,2 раза

2.2.8. («*Надежда энергетики*», 2015, 8) Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доезжая до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате, Катя — пешком, а Петя и Ваня — на скутере, прибыли в школу одновременно. С какой средней скоростью ребята добрались до школы, если и Катя, и Ваня шли со скоростью $v = 5$ км/час, а Петя ехал на скутере со скоростью $V = 15$ км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

$$v/\text{км} \frac{a+\Lambda\xi}{(a\xi+\Lambda)\Lambda} = d_{\text{ср}}$$

2.2.9. («*Надежда энергетики*», 2019, 8) Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доезжая до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате все друзья (Катя пешком, а Петя и Ваня на скутере) прибыли в школу одновременно, причём их средняя скорость преодоления пути от дома к школе равнялась $v_{\text{ср}} = 9$ км/час. Какова была скорость ходьбы ребят, если Катя и Ваня шли с одной и той же скоростью, а Петя ехал на скутере со скоростью $V = 15$ км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

$$\text{ср}v/\text{км} \xi = \frac{d_{\text{ср}} - \Lambda\xi}{(\Lambda - d_{\text{ср}}\xi)\Lambda} = n$$

2.2.10. («*Курчатов*», 2023, 8) Юный зоолог Вероника проводит серию экспериментов с кузнечиком. Она помещает его на дорожку с нанесёнными на неё делениями разметки и измеряет среднюю скорость его движения за определённый промежуток времени, одинаковый для всех экспериментов. Кузнечик умеет делать длинные прыжки, перемещаясь на два деления за один прыжок, и короткие прыжки, перемещаясь за один прыжок всего на одно деление. В любом случае кузнечик тратит на прыжок одну секунду.

В первом эксперименте кузнечик совершил некоторое количество длинных и коротких прыжков, при этом средняя скорость его движения оказывается равной $5/4$ делений в секунду. Во втором эксперименте кузнечик совершил столько длинных прыжков, сколько коротких прыжков он совершил в первом эксперименте, при этом средняя скорость его продвижения оказывается равной $7/4$ делений в секунду. Какой окажется его средняя скорость в третьем эксперименте, если в нём он совершил в два раза меньше коротких прыжков, чем в первом эксперименте? Ответ округлите до тысячных.

2.2.11. (МОШ, 2022, 8) **Триатлон.** Команда из двух спортсменов участвует в мультиспортивной гонке, состоящей из трёх этапов: бега, велогонки и плавания. По условиям соревнований требуется сначала преодолеть 43 км (суммарно) бегом и на велосипеде, а в конце проплыть 1 км, при этом на старте команде выдаётся один велосипед, а зачётное время команды фиксируется по времени участника, пришедшего к финишу вторым. Первый спортсмен в среднем пробегает 24 км за 2 часа, проезжает на велосипеде 27 км за час и проплывает 1200 м за 30 мин. Средняя скорость бега второго спортсмена равна 9 км/ч, езды на велосипеде — 24 км/ч, а плавает он со скоростью 3 км/ч. Чему равно минимальное зачётное время, которое может показать эта команда при наилучшей тактике прохождения дистанции?

$$\text{мин } 961 = 5 \cdot 97'8 = \text{мин } L$$

2.2.12. (Олимпиада Максвелла, 2021, 3Э, 8) Танк n -ную часть всего пути ехал по болотистой местности со скоростью $v_1 = 8$ км/ч. Затем n -ную часть всего времени он ехал по шоссе со скоростью $v_2 = 32$ км/ч. Наконец, оставшийся участок пути он двигался по просёлочной дороге со скоростью, равной средней скорости $v_{\text{ср}}$ на всём пути. Вычислите $v_{\text{ср}}$. При каких значениях n такое движение возможно?

$$v = \frac{v_1}{\frac{v_1}{v_2} + 1} < v$$

2.2.13. (Олимпиада Максвелла, 2022, 3Э, 8) **От частного к среднему.** Дорога из пункта A в пункт B состоит из двух участков с разным качеством покрытия. Поэтому автомобиль, выехавший из A в B , на первом участке поддерживал одну постоянную скорость, а на втором — другую. Известно, что на первом участке автомобиль находился не менее $1/8$ всего проведённого в пути времени, а по второму проехал не менее $1/8$ всего пути. При этом средняя скорость автомобиля на первой половине всего пути составила $2v$, а средняя скорость за вторую половину всего времени — v .

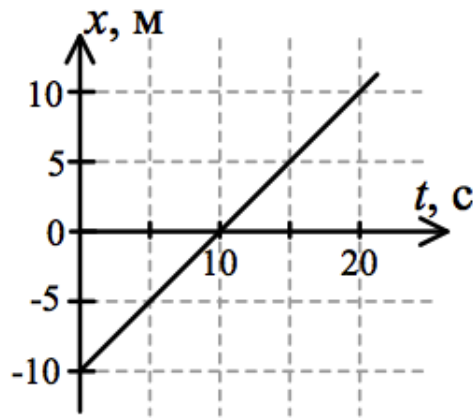
1. Какую **максимально** возможную скорость мог иметь автомобиль во время движения?
2. Какую **минимально** возможную скорость мог иметь автомобиль во время движения?
3. Какой могла быть средняя скорость автомобиля на всём пути от A до B ?

$$\frac{v}{a} \geq v_1 \geq \frac{v}{a} \quad (v : 11/a = \text{мин } (v : a/11 = \text{макс } (1$$

2.3 Графики движения

Дополнительные задачи — в листке [Графики движения](#).

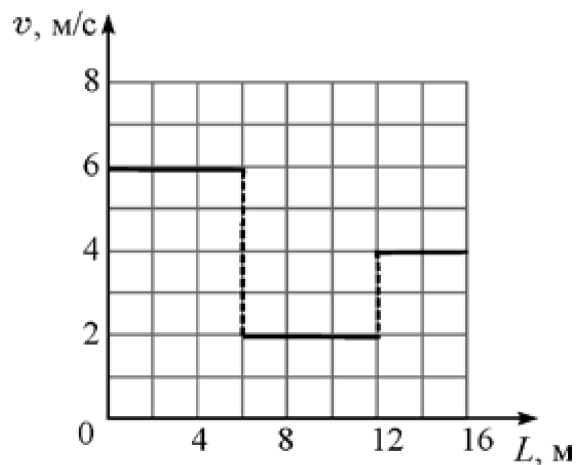
2.3.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) На рисунке изображён график зависимости координаты x тела, движущегося вдоль оси Ox , от времени t . С какой скоростью движется тело? Какой будет координата тела в момент времени $t = 60$ секунд?



- А) 0,5 м/с, 10 м
- Б) 1 м/с, 50 м
- В) 1,5 м/с, 5 м
- Г) 2 м/с, -5 м
- Д) 2,5 м/с, 20 м

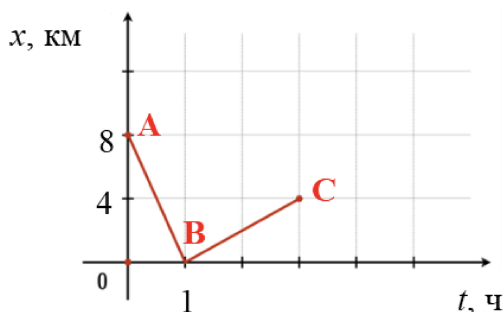
□

2.3.2. (Всеросс., 2021, IIIЭ, 8) Тело движется вдоль прямой, не изменяя направления своего движения. На рисунке приведён график зависимости модуля скорости тела от пройденного им пути.



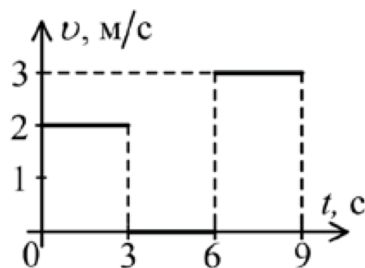
1. За какое время тело прошло путь 16 м? Ответ выразите в секундах, округлите до целого числа.
2. Чему равна средняя скорость тела за первые 3 с его движения? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.
3. Чему равна средняя скорость тела на второй половине пройденного им пути? Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.

2.3.3. (Всеросс., 2022, IIIЭ, 8) Спортсмен-любитель сначала шёл быстрым спортивным шагом, а затем сбавил темп до прогулочного шага. На рисунке приведён график зависимости координаты x спортсмена от времени t .



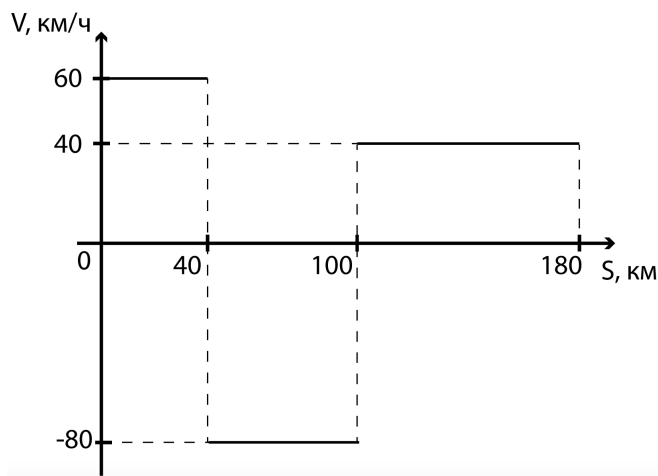
1. С какой скоростью двигался спортсмен, когда прогуливался? Ответ дайте в м/мин, округлив до десятых долей.
2. Определите среднюю путевую скорость спортсмена за всё время его движения. Ответ приведите в км/ч, округлив до целого числа.

2.3.4. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) На рисунке приведён график зависимости величины скорости тела от времени. Определите среднюю скорость тела за первые 8 секунд его движения.



- А) 2,5 м/с
- Б) 1,875 м/с
- В) 2 м/с
- Г) 1,5 м/с
- Д) 1,4 м/с

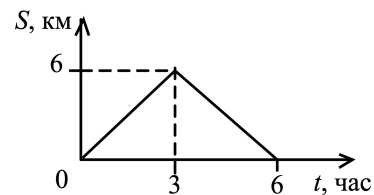
2.3.5. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) Машина едет по прямой дороге. Направим вдоль этой дороги координатную ось OX . На рисунке показан график зависимости проекции скорости машины на положительное направление этой оси от пути S , пройденного машиной. Сколько времени заняла вся поездка? Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.



1. 235;
2. 385;
3. 115;
4. 3;
5. 205.

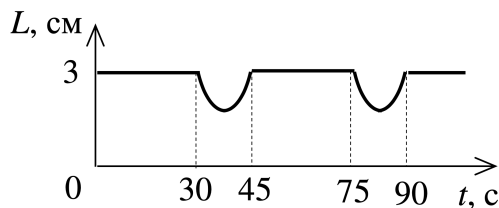
□

2.3.6. («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 8) Два туриста одновременно выходят из одного пункта и через 6 часов приходят в другой, расположенный в 24 км. Туристы не могли двигаться быстрее 7 км/час и им разрешалось изменить свою скорость только один раз — через 3 часа после начала движения. Зависимость разности S пройденных туристами путей от времени t приведена на рисунке. Какие наименьшие значения скорости мог иметь идущий впереди турист в первые 3 часа и вторые 3 часа движения? Какой путь прошел за первые 3 часа идущий позади турист, если у идущего впереди скорость была наименьшей на второй половине времени движения?



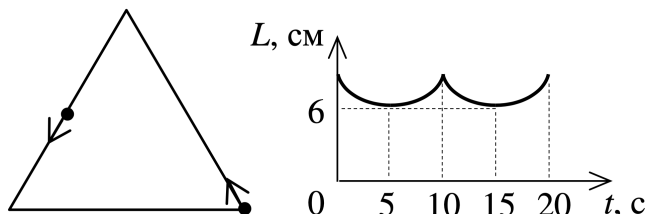
3 км/ч и 1 км/ч. Идущий позади турист прошел за первые 3 часа 15 км.

2.3.7. («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 8) Два жучка одновременно начинают равномерное движение по сторонам квадрата. График зависимости расстояния L между жучками от времени t приведен на рисунке. Найти скорости жучков и длину стороны квадрата.



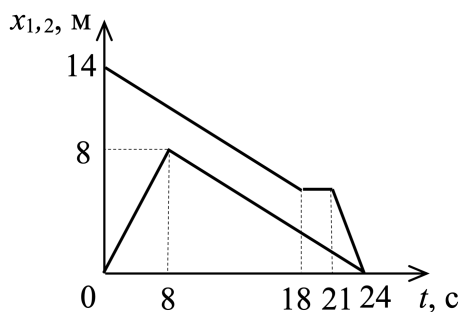
скорости жучков равны 2 мм/с; длина стороны квадрата 9 см

2.3.8. («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 8) Два жучка одновременно начинают движение с равными скоростями по сторонам правильного треугольника: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Зависимость от времени расстояния между жучками приведена на графике. Чему равна сторона треугольника? Чему равна скорость жучков?



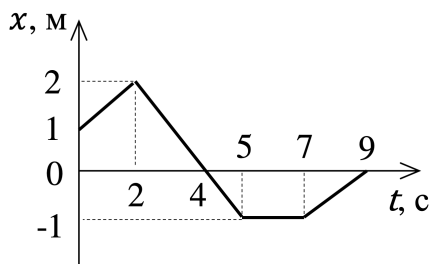
8 см; 4 мм/с

2.3.9. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 8) График зависимости от времени координат x_1 и x_2 двух тел, совершающих движение вдоль оси x , приведен на рисунке. Нарисовать график зависимости расстояния между телами от времени. Найти максимальную скорость сближения тел.

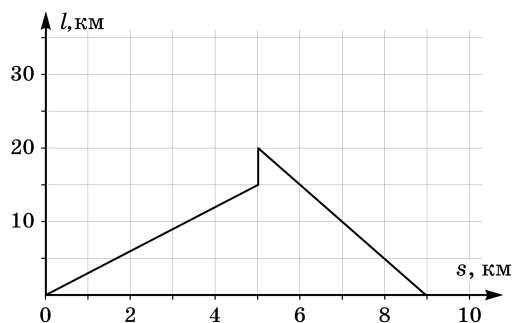


1,5 м/с

2.3.10. («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 8) График зависимости от времени координаты x частицы, совершающей движение вдоль оси x , приведен на рисунке. Нарисовать график зависимости пройденного частицей пути от времени.



2.3.11. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) Ярик и Прохор после кружка по физике отправились на прогулку вдоль берега длинного прямого канала. Ярик пошел пешком, а Прохор поехал на велосипеде. График зависимости расстояния l между ними от перемещения s Ярика приведен на рисунке.



Сначала мальчики двигались с постоянными скоростями, но устав, Ярик сделал привал, в конце которого позвонил Прохору и попросил его подъехать к нему, после чего продолжил движение с прежней скоростью в прежнем направлении. Прохор развернулся, и увеличив скорость более чем в два раза, направился к другу. В результате ребята встретились через 1 ч 55 мин после того как расстались. Определите:

1. какой путь проехал Прохор с начала прогулки до встречи с Яриком;
2. во сколько раз увеличил скорость Прохор после разворота;
3. сколько времени Ярик отдыхал на привале;
4. чему равна скорость Ярика;
5. обоснуйте однозначность своих ответов.

1) 39 км; 2) в три раза; 3) 25 мин; 4) 6 км/ч

2.4 Сложение скоростей

Дополнительные задачи — в листке [Сложение скоростей](#).

2.4.1. («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 8) Два пассажира одновременно вступили на ленту движущегося вниз эскалатора. Один остался стоять на ленте, другой — побежал по ней вниз. Добежав до середины эскалатора, пассажир побежал вверх и встретился со стоящим на ленте пассажиром на расстоянии $1/3$ длины эскалатора от его начала. Считая, что пассажир бежал с одинаковой скоростью относительно ленты вниз и вверх, найти отношение этой скорости к скорости движения ленты.

2

2.4.2. («Росатом», 2021, 8) Если два тела будут двигаться навстречу друг другу, то расстояние между ними будет уменьшаться на величину Δl за каждые Δt секунд. Если тела будут двигаться друг за другом, то расстояние между ними будет увеличиваться на величину $2\Delta l$ за каждые $6\Delta t$ секунд. Найти скорости тел.

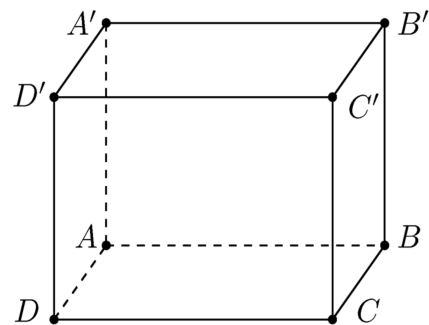
$$\frac{\Delta l}{\Delta t} = v_1 + v_2 = 10$$

2.4.3. («Надежда энергетики», 2023, 8) Студенческий летний лагерь НИУ «МЭИ» расположен в Крыму недалеко от города Алушта. Однажды студенты отправились на морскую экскурсию на теплоходе. Теплоход двигался с постоянной скоростью $v_1 = 15$ узлов прямолинейным курсом. Студенты увидели в трех милях к югу от теплохода катер, идущий постоянным курсом со скоростью $v_2 = 26$ узлов. Через некоторое время студенты заметили этот катер точно за кормой теплохода, причем в этот момент расстояние между судами стало наименьшим (всего 1,5 мили). Определите курс теплохода.

Замечания. 1. 1 узел = 1 миля/час. 2. Курсом судна называется угол между плоскостью меридиана и направлением движения судна.

$$\sin \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{26}{15}$$

2.4.4. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 8) В помещении в форме прямоугольного параллелепипеда $ABCD A' B' C' D'$ без потолка (см. рис.) с рёбрами $AA' = a = 12$ м, $AB = b = 15$ м и $AD = c = 16$ м натянуты вдоль диагоналей AC' и $B'D'$ два каната, по которым в направлении от первой вершины ко второй со скоростями $v_1 = 1,5$ м/с и $v_2 = 2,5$ м/с соответственно идут канатоходцы, которые держат концы однородного натянутого шнура, посередине которого привязан флажок. С какой по модулю скоростью v движется флажок?



Примечание. Провисание канатов и шнура не учитывайте.

$$v = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{1,5 \cdot 2,5}{1,5 + 2,5} = 0,9$$

2.5 Упругое отражение

Дополнительные задачи — в листке [Упругое отражение](#).

2.5.1. («Надежда энергетики», 2021, 8) На стадионе НИУ «МЭИ» «Энергия» есть площадки для игры в бадминтон. Одноклассники Петя и Катя ходят по вечерам в безветренную погоду заниматься любимым видом спорта. Обычно игру начинает Катя. После её подачи волан приближается к Пете со скоростью $v = 10$ м/с. Петя бьёт по волану ракеткой, расположенной перпендикулярно его движению, со скоростью $u = 30$ м/с. Найдите скорость волана сразу после удара Пети.

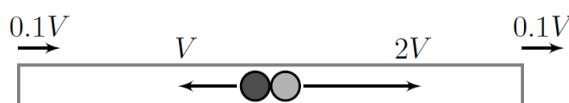
$$v' = v + u = 10 + 30 = 40$$

2.5.2. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 8) Два шарика массами m (первый) и mt (второй) движутся прямолинейно друг за другом в одном направлении с одинаковой скоростью v_0 . Первый абсолютно упруго отскакивает от массивной стенки ($M \gg m$), движущейся ему навстречу со скоростью kv_0 . После этого шарики сталкиваются абсолютно неупруго.

Во сколько раз уменьшилась суммарная кинетическая энергия шариков после их столкновения (по сравнению с начальной) при $n = 4$, $k = 2$?

25

2.5.3. (Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 8) **По трубе.** Два лёгких небольших упругих шарика движутся внутри закрытой с обоих концов гладкой массивной трубы, расположенной горизонтально. В тот момент времени, когда шарики находятся посередине трубы, их скорости относительно земли равны V и $2V$, а трубу начинают двигать с постоянной скоростью $0,1V$, как показано на рисунке. Длина трубы $2L$.



1. Через какой промежуток времени τ_1 левый шарик первый раз столкнется с торцевой стенкой трубы?
2. Через какой промежуток времени τ_2 правый шарик первый раз столкнется с торцевой стенкой трубы?
3. Через какой промежуток времени τ шарики в первый раз столкнутся друг с другом?
4. Найдите скорости u_1 левого и u_2 правого шариков относительно земли непосредственно перед их первым соударением.

Соударения шариков с торцевыми стенками трубы считайте абсолютно упругими.

Примечание: в результате абсолютно упругого удара скорость шарика относительно стенки остаётся такой же по величине, как до удара, но направлена противоположно.

$$\Delta s' \Gamma = z n \quad \Delta z' \Gamma = \Gamma n \quad \left(\frac{\Delta s}{\Gamma} = z \quad \left(\frac{\Delta z}{\Gamma} = z \right) \quad \left(\frac{\Delta s}{\Gamma} = z \right) \quad \left(\frac{\Delta z}{\Gamma} = z \right) \right)$$

2.6 Движение по реке

Дополнительные задачи — в листке [Движение по реке](#).

2.6.1. (Всеросс., 2022, ШЭ, 8) Рыбак, плывший вверх по течению реки на моторной лодке, встретил другого рыбака на плоту и продолжил свой путь с постоянной относительно воды скоростью. Через 30 минут после встречи рыбак, плывший на лодке, выключил двигатель, чтобы порыбачить (во время рыбалки якорь он не бросал, и поэтому лодку несло течением). Спустя 15 минут рыбак на лодке решил вернуться к рыбаку на плоту, который всё время продолжал плыть по течению. При этом лодка опять двигалась с той же постоянной относительно воды скоростью.

1. Определите промежуток времени, прошедший между моментами встречи рыбаков. Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.

2. Чему равна скорость течения реки, если за промежуток времени, прошедший между моментами встречи рыбаков, плот проплыл 2,5 км? Ответ выразите в км/ч и округлите до целого числа.

2 (2) 1

2.6.2. («Надежда энергетики», 2016, 8) Во время летних каникул восьмиклассники Петя и Катя пришли на речку и решили переплыть на другой берег к дереву, которое росло прямо напротив того места, где они стояли. Петя, борясь с течением, поплыл прямо на дерево, и доплыл до него за время $t_{\text{П}} = 50$ с. Катя же гребла перпендикулярно течению, и доплыла до противоположного берега всего за $t_{\text{К}} = 30$ с, но её снесло вниз по течению. Известно, что Петя и Катя плыли (относительно воды) с одной и той же скоростью. На какое расстояние от дерева снесло Катю, если ширина реки $h = 30$ м?

$$v_{\text{Т}} = \frac{h t_{\text{П}}}{t_{\text{К}}} - v_{\text{П}} = S$$

2.6.3. (Всесиб., 2016, 8) Лодочник плавает между двумя деревнями, находящимися на разных берегах реки. Скорость течения воды относительно берега на этой реке везде равна V , кроме самой середины, где течение очень бурное. Лодочник старается пересечь середину побыстрее, но его всегда при этом сносит на расстояние L вниз по течению. Каковы минимальные затраты времени T_0 лодочника на всю поездку «туда и обратно», если на поездку вниз по течению он тратит на T часов меньше, чем на обратную дорогу? Скорость лодки относительно воды равна $3V$, расстояние между деревнями много больше ширины реки.

$$L/T_0 - L\varepsilon = 0L$$

2.6.4. (Всесиб., 2018, 8) Между пунктами А и Б по реке плавают два катера. Они отправляются утром из п. А одновременно и в конце рабочего дня также прибывают в п. А одновременно. Скорости катеров относительно воды равны 20 км/ч и 40 км/ч. Поэтому один из них успевает побывать в п. Б 21 раз за день, а другой — только 10 раз. Какова скорость течения реки, если считать ее постоянной, а временем стоянки катеров можно пренебречь?

h/100 g

2.6.5. («Росатом», 2022, 8) По реке, скорость течения которой равна u , навстречу друг другу плывут два корабля. В некоторый момент времени, когда расстояние между кораблями равнялось S , от корабля, который плыл по течению, отплывает быстроходный катер. Когда катер доплывает до второго корабля, он разворачивается, плывет к первому кораблю, разворачивается и далее курсирует между кораблями. Какой путь проходит катер до момента встречи кораблей? Скорость кораблей в стоячей воде v , скорость катера в стоячей воде w . Корабли и катер считать точечными. Катер разворачивается мгновенно.

$$\frac{wS}{(w+v)S}$$

2.6.6. (Олимпиада Максвелла, 2020, РЭ, 8) Геолог отправился на моторной лодке из базового лагеря вверх по реке. Из-за отсутствия связи с лагерем он через каждые $\Delta t = 0,5$ часа бросал в воду пронумерованные по порядку бутылки с информацией о своей экспедиции (через полчаса после отправления — первую, через час вторую и т. д., вплоть до возвращения в лагерь). В первое время после начала экспедиции эти бутылки вылавливали в лагере через каждые $\Delta T = 1,5$ часа. На определённом расстоянии X от лагеря геолог быстро закрепил в русле автоматический анализатор химического состава воды, опустил в воду очередную бутылку и отправился в обратный путь, не изменяя режима работы лодочного мотора. На обратном пути

он продолжил каждые полчаса бросать в воду пронумерованные бутылки. В какой-то момент он заметил, что шестнадцатая бутылка оказалась опущенной в реку рядом с восьмой, и от этого места до лагеря оставалось проплыть $L = 4$ км. Определите:

1. скорость течения реки v_T ;
2. скорость лодки в стоячей воде v_L ;
3. длительность T всей экспедиции геолога от отправления до возвращения в базовый лагерь.
4. На каком расстоянии X от лагеря геолог закрепил прибор?
5. Через какой промежуток времени Δt приплывали в лагерь бутылки, отправленные геологом на обратном пути?
6. Через какое время после начала экспедиции в лагере выловили последнюю бутылку и какой у неё был номер?
7. Каков номер бутылки, которая приплыла в лагерь одновременно с геологом?

9 км/ч. 2) $v_T = 3$ км/ч. 3) $T = 12$ ч. 4) $X = 4$ км. 5) $\Delta t = 1$ ч. 6) $L = 4$ км. 7) $n = 16$

2.7 Круговое движение

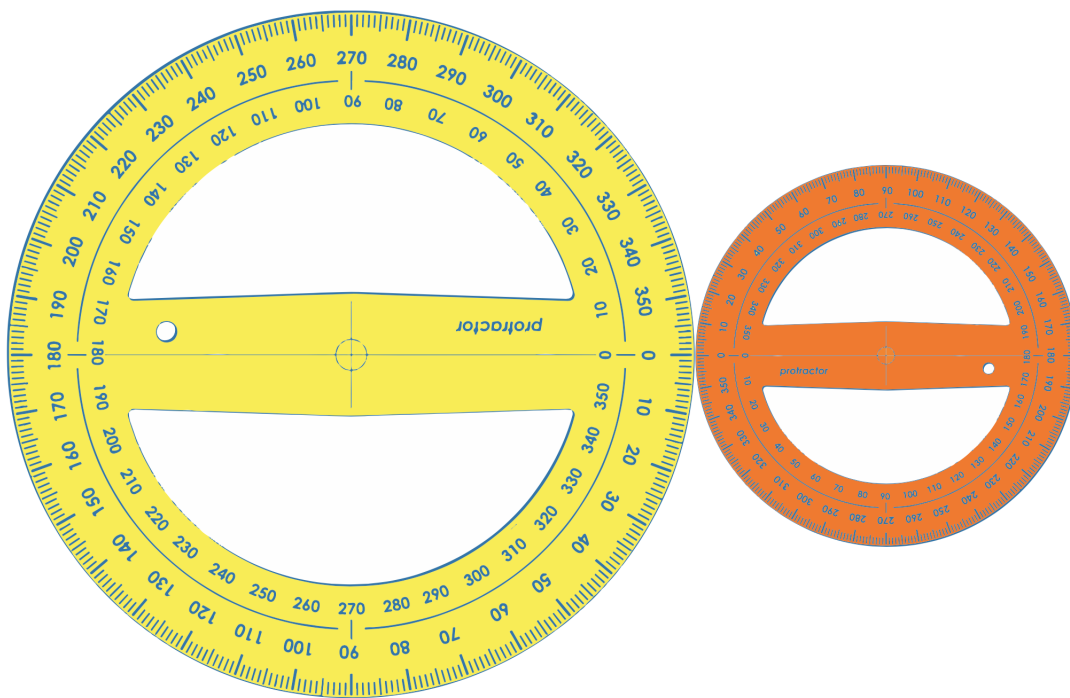
Дополнительные задачи — в листке [Круговое движение](#).

2.7.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 8*) Два спортсмена одновременно начинают бежать в одном направлении по дорожке стадиона, проложенной вдоль окружности. Первоначально они находились в диаметрально противоположных точках беговой дорожки. Определите, сколько **полных** кругов пробежит более быстрый спортсмен к моменту обгона более медленного, если их скорости относятся как $11 : 10$?

1. 4 круга;
2. 5 кругов;
3. 6 кругов;
4. 10 кругов.

2

2.7.2. (*Всеросс., 2022, МЭ, 8*) У Игоря было два транспорта — жёлтый и оранжевый. Он заметил, что если совместить положения «нулей» на них и начать вращать эти транспортеры вместе, чтобы они не проскальзывали друг относительно друга (как шестерёнки), то при повороте маленького оранжевого транспорта на 90 градусов, большой поворачивается на 50 градусов.



1. Во сколько раз диаметр жёлтого транспортира больше, чем диаметр оранжевого транспортира? Ответ округлите до десятых долей.
2. На какое минимальное количество полных оборотов нужно повернуть большой транспортир, чтобы нулевые деления на них вновь совпали?
3. На какое количество полных оборотов при этом повернётся маленький транспортир?

6 (8 ; 5 ; 2 ; 8 ; 1 (1

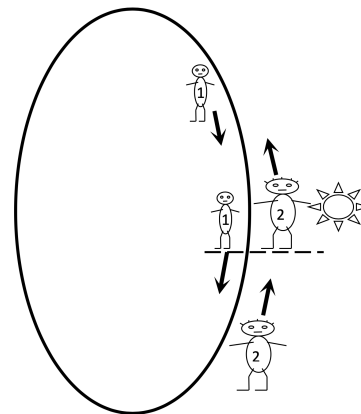
2.7.3. («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 8) Два конькобежца соревновались в беге на 10 км на стадионе с длиной круговой дорожки 400 м. Победитель забега на каждом круге выигрывал у соперника 2 с и пробежал дистанцию за 16 мин 40 сек. Сколько метров дистанции оставалось пробежать проигравшему спортсмену после того, как финишировал победитель?

10000/21 ≈ 476 м

2.7.4. («Шаг в будущее», 2023, 8) Ученик на перемене смотрел в окно на ворон. Он заметил, что две птицы, белая и черная вороны летают по окружностям одинакового радиуса. При этом, если они полетят из одной точки так, что белая ворона будет двигаться по часовой стрелке, а черная против, то они встретятся через 6 секунд. За какое время белая ворона обгонит черную на один круг, если они полетят в одну сторону из одной точки? На целый круг черная ворона тратит 13 секунд.

78 секунд

2.7.5. (*Всесиб., 2022, 8*) На уроке физкультуры вместе занимаются $N_1 = 8$ первоклассников и $N_2 = 12$ второклассников. Учитель расставил всех учащихся равномерно по всей длине круглого стадиона: 1-й класс на одну дорожку, а 2-й класс — на соседнюю дорожку (см. поясняющий рисунок не в масштабе). *Второкласснику*, стоящему рядом с первоклассником на стартовой линии, учитель дал предмет, который школьники должны были передавать друг другу (изображен звездочкой на рисунке). По команде учителя 1-й класс побежал по своей дорожке в одном направлении (по часовой стрелке на рисунке), а 2-й класс — в другом направлении. После этого, каждый раз, когда бегущие навстречу школьники оказываются рядом, школьник, который несёт предмет, передаёт его школьнику из другого класса. Через какое время после старта передаваемый предмет пересечет стартовую линию, если каждый первоклассник пробегает всю дорожку за $T_1 = 6$ минут, а второклассник — за $T_2 = 3$ минуты? Считать, что эти школьники отличаются большой выносливостью и все время бегут с постоянной скоростью. Различие длин дорожек не учитывать.



435 секунд

2.7.6. (*Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8*) На часах в некоторый момент времени угол между часовой и минутной стрелками составил $\alpha = 60^\circ$. Определите, через сколько минут угол между стрелками в следующий раз может снова оказаться равным α . Положение стрелок на рисунке — условное.



22 мин или 44 мин

2.8 Малые шевеления

Дополнительные задачи — в листке [Малые шевеления](#).

2.8.1. (*Всесиб., 2020, 8*) На удаленной от города ферме потребовалось как можно быстрее купить запчасти для ремонта оборудования. На ферме был мотоцикл, однако топлива было ровно на поездку до города, но не обратно. Для скорейшей доставки запчастей решили погрузить мотоцикл на телегу, провезти мотоцикл часть пути на ней, а потом, на обратном пути, когда мотоцикл догонит телегу, снова довести мотоцикл до фермы. Какую часть пути до города надо проехать на телеге, чтобы уложиться в минимальное время и обойтись без дополнительного топлива? Скорость мотоцикла в 5 раз больше, чем скорость телеги. Считать, что затраты времени на закупку деталей и погрузку-разгрузку мотоцикла пренебрежимо малы.

3/5

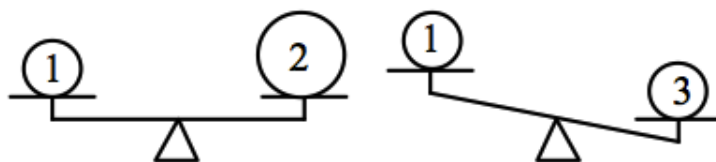
Глава 3

Масса и плотность

3.1 Плотность

Дополнительные задачи — в листке [Плотность](#).

3.1.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 8*) Однородные шары покоятся на равноплечих рычажных весах, как показано на рисунке. Плотность какого из шаров наименьшая? Известно, что $V_2 > V_1 = V_3$.



- А) 1
- Б) 2
- В) 3
- Г) 1 и 3
- Д) 1 и 2

□

3.1.2. (*«Надежда энергетики», 2017, 8*) При относительно невысоких температурах кристаллическая решётка железа имеет вид объёмно-центрированного куба, то есть ионы железа находятся в вершинах куба и в его центре. При повышении температуры железо изменяет кристаллическую решётку, которая становится гранецентрированным кубом, т. е. ионы железа располагаются в вершинах куба и в центре каждой из его граней. В процессе изменения кристаллической решётки плотность железа уменьшается на 2%. Найдите, во сколько раз изменяется объем элементарной ячейки кристаллической решётки (объем куба).

□

3.1.3. (*Всесиб., 2015, 8*) На лабораторной работе надо было определить плотность полнотелых кирпичей марки М150, которые лежали во дворе школы. Однако Коля немного задержался, и когда он пришел, остался всего один кирпич, разбитый на несколько неровных кусков. Коля не растерялся, собрал все осколки кирпича и исследовал следы на земле от тех кирпичей, которые забрали другие школьники. Он обнаружил, что все следы были прямоугольной формы и имели площадь, равную одному из значений: 300 см^2 , 150 см^2 , 72 см^2 . Масса всех осколков оказалась равной 3,6 кг. Определите по этим данным плотность кирпича.

$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ 0007

3.2 Смеси и сплавы

Дополнительные задачи — в листке [Плотность](#).

3.2.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 8*) В сосуде смешали три разные жидкости, причём объём смеси оказался равным сумме объёмов жидкостей до смешивания. Плотность первой жидкости равна 400 кг/м^3 , а её масса равна одной трети массы всего содержимого сосуда. Плотность второй жидкости равна 900 кг/м^3 , а её объём составляет одну треть от объёма всего содержимого. Третья жидкость такова, что её плотность равна средней плотности всего содержимого сосуда. Найдите плотность третьей жидкости. Ответ выразите в кг/м^3 , округлите до целого числа.

009

3.2.2. (*Всеросс., 2020, МЭ, 8*) Две жидкости A и B смешали между собой так, что объём получившегося раствора оказался равным 1 л, а массовая доля жидкости B в смеси при этом была равна 34%. Суммарный объём раствора составил 94% от суммарного объёма жидкостей A и B до смешивания. Плотность жидкости A равна 1000 кг/м^3 , плотность жидкости B равна 800 кг/м^3 .

1. Найдите отношение масс $\frac{m_B}{m_A}$. Ответ округлите до тысячных долей.
2. Найдите массу жидкости B . Ответ выразите в граммах и округлите до целого числа.
3. Найдите среднюю плотность смеси. Ответ выразите в кг/м^3 и округлите до целого числа.

(1) $\rho_{\text{раств}} = 0,518$; (2) $\rho_{\text{раств}} = 335$; (3) $\rho_{\text{раств}} = 978$

3.2.3. (*«Курчатов», 2022, 8*) V_1 литров воды и V_2 литров этанола смешивают друг с другом так, что объём их раствора равен $V = 1 \text{ дм}^3$ и что массовая доля этанола в растворе равна $p = 0,441$. Из-за протекания химических реакции при смешивании этих жидкостей происходит сжатие $\gamma = 6\%$, то есть объём полученного раствора на 6% меньше, чем суммарный объём воды и этанола $V_1 + V_2$. Найдите объёмы V_1 и V_2 . Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, этанола $\rho_2 = 790 \text{ кг/м}^3$.

$V_1 = 532 \text{ см}^3$, $V_2 = 532 \text{ см}^3$

3.3 Средняя плотность

Дополнительные задачи — в листке [Средняя плотность](#).

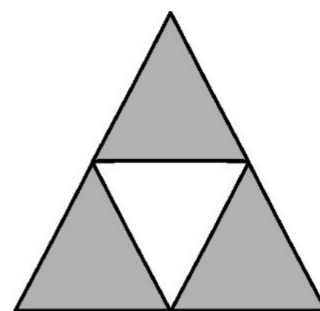
3.3.1. («Шаг в будущее», 2022, 8) В Карибском море пираты захватили катер, перевозивший черный метеорит с вкраплениями золота. Плотность черного метеоритного вещества оказалась 5000 кг/м^3 . Масса всего метеорита 2 кг , а его средняя плотность 6000 кг/м^3 . На черном рынке пиратам за черный метеорит сходу предложили $6000\text{\$}$, и пираты согласились на сделку. Во сколько раз (и в какую сторону) эта сумма отличается от реальной стоимости золота, содержащегося в этом метеорите? В те времена тройская унция золота стоила $1700\text{\$}$, а одна тройская унция равна $31,1 \text{ г}$. Плотность золота $19,3 \text{ г/см}^3$.

В четыре раза в пользу черного рынка

3.4 Поверхностная и линейная плотность

Дополнительные задачи — в листке [Поверхностная и линейная плотность](#).

3.4.1. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Для плоских однородных тел постоянной толщины удобной характеристикой является поверхностная плотность, то есть масса одного квадратного метра такого тела. Плоская дощечка, сделанная из фанеры в форме правильного треугольника, имеет поверхностную плотность $2,3 \text{ кг/м}^2$. К этой дощечке приклеили треугольный лист бумаги так, что его вершины лежат на серединах сторон дощечки. Определите среднюю поверхностную плотность получившейся «пластины», если поверхностная плотность бумаги равна 200 г/м^2 . Ответ выразите в г/м^2 , округлите до целого числа.



2350

3.5 Скорость заполнения

Дополнительные задачи — в листке [Скорость заполнения](#).

3.5.1. («Шаг в будущее», 2022, 8) Лето 2021 года для жителей Подмосковья оказалось засушливым. Хозяин дачи был вынужден возить воду из озера в бочке. Первая половина дороги между деревней и озером покрыта асфальтом, а оставшиеся 3 км проходят по грунту. Человек набрал в озере полную бочку воды и поехал в деревню со скоростью 9 км/ч . В бочке оказалась дырочка, через которую вода вытекала с объемным расходом $0,05 \text{ ведра/мин}$. На хорошей дороге скорость движения повозки вдвое возросла, а скорость вытекания воды вдвое уменьшилась. Сколько ведер воды вмещается в бочке, если водовоз довез 95% набранной воды?

$$N = 25 = \frac{1}{15} \cdot 27 = N$$

3.6 Метеорология и пробки

Дополнительные задачи — в листке [Метеорология и пробки](#).

3.6.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 8*) Эскалатор движется со скоростью 3 км/ч. Люди стоят на правой стороне и бегут по левой, средняя скорость бега (относительно эскалатора) — 5 км/ч. Компания подростков с самого верха заняла обе стороны эскалатора, никого не пропуская дальше. В результате за ними накопился «хвост» из людей, которые начали бежать по левой стороне, но, наткнувшись на препятствие, остановились. Сколько времени пройдёт от начала формирования пробки до момента, когда проход по левой половине наконец-то станет полностью свободен, если спуск на эскалаторе стоя занимает 3 минуты? Известно, что бежать по эскалатору предпочитает примерно четверть пассажиров.

Примечание. Считайте, что люди в пробке занимают эскалатор с той же плотностью, что и стоящие на правой стороне.

ЛНННН 81

Глава 4

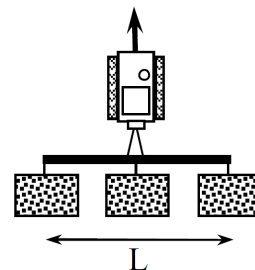
Взаимодействие тел

4.1 Силы

Дополнительные задачи — в листке [Сила](#).

4.1.1. («Надежда энергетики», 2016, 8) В НИУ «МЭИ» проводятся «университетские субботы» — научно-познавательные лекции и занятия со школьниками. Одна из таких встреч состоялась на кафедре физики и была посвящена законам механики. При обсуждении закона всемирного тяготения школьникам задали вопрос: «Как известно, на все тела на Земле действует сила притяжения со стороны Солнца. Днём эта сила вычитается из силы притяжения тел к Земле, а ночью складывается с ней. Означает ли это, что ночью все тела на Земле весят больше, чем днём?» Сможете ли вы повторить правильный ответ, который дали будущие студенты МЭИ?

4.1.2. (Всесиб., 2016, 8) Трактор тянет по полю сцепку из 3 одинаковых борон, находящихся на равных расстояниях друг от друга (см. рис., вид сверху). Расстояние между точками крепления крайних борон равно $L = 8$ м. Левая борона сломалась, и в мастерской ее заменили другой, более тяжелой бороной. В поле выяснилось, что сила трения, действующая на новую борону, вдвое больше, чем сила трения, действующая на старую борону. Поэтому, чтобы всю сцепку поменьше перекашивало во время движения, тракторист решил сместить место крепления трактора к сцепке в сторону. В какую сторону и насколько метров ему надо сместить место крепления?



Надо сместить к новой бороной на расстоянии $L/8$ м

4.2 Вес тела

Дополнительные задачи — в листке [Вес тела](#).

4.2.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) К крючку динамометра, жёсткость невесомой пружины которого $k = 3$ кН/м, прицепили тело плотностью 600 кг/м³ и объёмом $0,05$ м³. Какова деформация пружины динамометра? Ускорение свободного падения считайте равным 10 Н/кг.



- А) 1 см
- Б) 2,5 см

- В) 5 см
 Г) 10 см
 Д) 20 см

□

4.2.2. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 8*) На пружине подвесили груз массой m , и после этого её длина оказалась равна l_1 . Если к этому грузу добавить другой груз массой $2m$, то длина пружины станет равна l_2 . Чему равна жёсткость данной пружины?

1. $\frac{mg}{l_2-l_1}$;
2. $\frac{2mg}{l_2-l_1}$;
3. $\frac{mg}{l_1}$;
4. $\frac{2mgl_2}{l_1(l_1+l_2)}$.

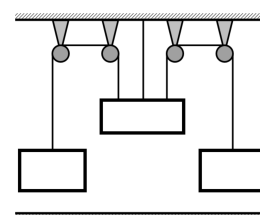
□

4.2.3. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 8*) К невесомой пружине жёсткостью 300 Н/м подвешен алюминиевый кубик. Длина пружины в таком состоянии 20,7 см. Если к этой же пружине подвесить деревянный кубик такого же размера, то длина пружины станет равна 20 см. Плотность алюминия 2700 кг/м³, плотность дерева 600 кг/м³. Ускорение свободного падения 10 Н/кг.

1. Найдите объём кубика. Ответ выразите в см³, округлите до целого числа.
2. Определите длину пружины в нерастянутом состоянии. Ответ выразите в см, округлите до десятых долей.

□ (1) 100; (2) 19,8

4.2.4. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 8*) Изучая закон Гука, школьники соорудили конструкцию из блоков и резинок (см. рис.). Они подвесили на боковые резинки грузы массой 3 кг, а на центральную резинку — груз массой 2 кг. Дождавшись, пока система придёт в равновесие, они измерили высоту, на которой находится средний груз. Она оказалась равной 120 см. Потом они попробовали вешать на центральную резинку другие грузы. Груз массой 3 кг висел на высоте 110 см, груз массой 4 кг — на высоте 102 см, а груз массой 9 кг — на высоте 46 см.

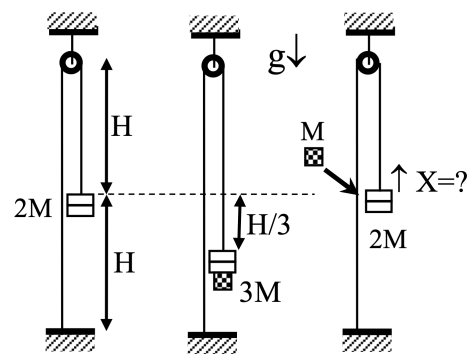


На какой высоте окажется каждый из грузов, если на центральной резинке оставить груз массой 9 кг, а на боковые подвесить грузы массой в 4 кг?

Примечание. Трения в осях блоков нет. Боковые резинки одинаковые.

□ Боковые грузы будут висеть на высоте 69 см или 69 см

4.2.5. (*Всесиб., 2023, 8*) Один конец легкой резинки прикреплен к полу, а другой переброшен через маленький блок на высоте $2H$ от пола. К свободному концу резинки прикреплен небольшой груз с массой $2M$. В равновесии справа от блока находится треть всей длины резинки (см. левый рисунок). Известно, что если бы к имеющемуся грузу добавили еще один грузик с массой M , то после установления равновесия груз опустился бы на $H/3$ (см. средний рисунок). На какое расстояние X поднялся бы груз с массой $2M$, если бы этот добавочный грузик прикрепили к середине той части резинки, которая находится *слева* от блока? Размерами грузов и части резинки, соприкасающейся с блоком, пренебречь. Резинка подчиняется закону Гука. Трения нет.

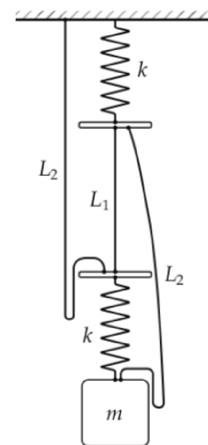


6/H

4.2.6. (*МОШ, 2022, 8*) **Пружины и нити.** На рисунке изображена схема механической системы, которая состоит из двух одинаковых пружин жесткостью k и длиной L в недеформированном состоянии, одной нити длиной L_1 (которая в исходном состоянии натянута), двух одинаковых нитей длиной L_2 (провисающих в исходном состоянии) и груза массой m .

Список оборудования содержит: четыре груза разной массы, четыре комплекта пружин (по две одинаковые пружины в каждом комплекте) и четыре комплекта нитей, в каждом из которых есть две одинаковые длинные нити и одна короткая. Параметры изделий в каждом комплекте представлены в таблице, приведённой ниже.

№	1	2	3	4
m , кг	1,0	1,5	2,0	4,0
L_1 , см; L_2 , см	10; 50	10; 45	20; 35	21; 50
k , Н/м; L , см	600; 20	700; 15	30; 10	1000; 15



Укажите номера грузов, комплектов пружин и нитей, которые следует выбрать при сборке системы, чтобы после пережигания короткой нити положение равновесия груза оказалось выше, чем до пережигания. Подходящие элементы необязательно расположены в одном столбце таблицы. Сочетать нити из разных комплектов запрещается. При анализе задачи можно считать, что масса пружин пренебрежимо мала, а нити — невесомые и нерастяжимые. Ускорение свободного падения считайте равным 10 Н/кг .

Груз №4 ($m = 4,0 \text{ кг}$); комплект пружин №1 ($k = 600 \text{ Н/м}$, $L = 20 \text{ см}$); комплект нитей №4 ($L_1 = 21 \text{ см}$; $L_2 = 50 \text{ см}$)

4.3 Давление

Дополнительные задачи — в листке [Давление](#).

4.3.1. (Всеросс., 2021, ШЭ, 8) Все реальные тела под действием внешних сил деформируются. Какое давление оказывает очень лёгкий шарик на поверхность стола под действием внешней силы 2 кН, направленной перпендикулярно поверхности, если площадь контакта шарика и стола равна 0,01 мм²? Силой тяжести можно пренебречь.

1. 20 Па.
2. $2 \cdot 10^5$ Па.
3. $2 \cdot 10^9$ Па.
4. $2 \cdot 10^{11}$ Па.

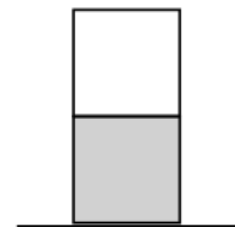
□

4.3.2. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) На дно пустого цилиндрического сосуда постоянного сечения $S = na^2$, где $n = 7$, положили ледяной кубик, длина ребра которого равна a (обозначим это состояние номером 1). Через некоторое время кубик растаял (состояние 2).

1. Во сколько раз отличаются давления на участок дна под кубиком в состояниях 1 и 2? В качестве ответа запишите значение отношения p_1/p_2 , округлив его до целого числа.
2. Во сколько раз отличаются силы, с которыми содержимое сосуда давит на его дно в состояниях 1 и 2? В качестве ответа запишите значение отношения F_1/F_2 , округлив его до целого числа.

□

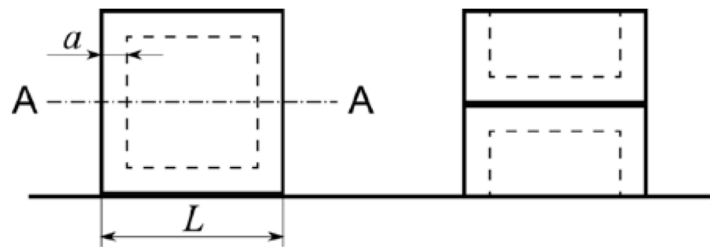
4.3.3. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) Деревянный и алюминиевый кубики с длинами рёбер 10 см склеили, совместив их грани, и поставили на горизонтальную поверхность, как показано на рисунке. Давление, которое оказывает склеенная конструкция на поверхность, равна 3,5 кПа. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ Н/кг.



1. Чему равна сила тяжести, действующая на конструкцию? Ответ укажите в ньютонах, округлив до целого числа.
2. Чему равна средняя плотность конструкции? Ответ укажите в кг/м³, округлив до целого числа.

□

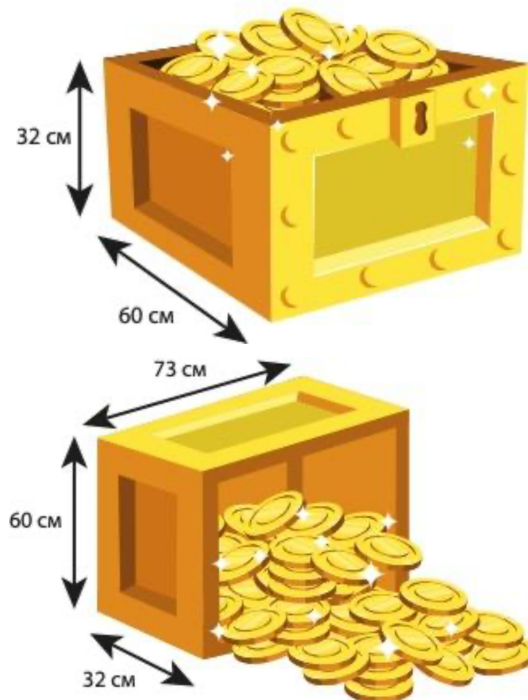
4.3.4. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) На столе стоит закрытая со всех сторон пустая коробочка, имеющая форму куба с длиной наружного ребра $L = 50$ см и толщиной стенок $a = 1$ см (см. рис.). Давление коробочки на стол равно 460 Па. Коробочку разрезали пополам параллельно нижней грани (линия $A - A$). Далее соорудили такую конструкцию: верхнюю половину коробочки поставили на стол, не меняя её ориентацию в пространстве, а нижнюю половину поставили на неё (см. рис.). Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.



1. Найдите массу коробки. Ответ выразите в кг и округлите до десятых долей.
2. Чему равна средняя плотность материала, из которого сделана коробка? Ответ выразите в $\text{кг}/\text{м}^3$ и округлите до целого числа.
3. Какое давление на стол стала оказывать новая конструкция? Ответ выразите в кПа и округлите до десятых долей.

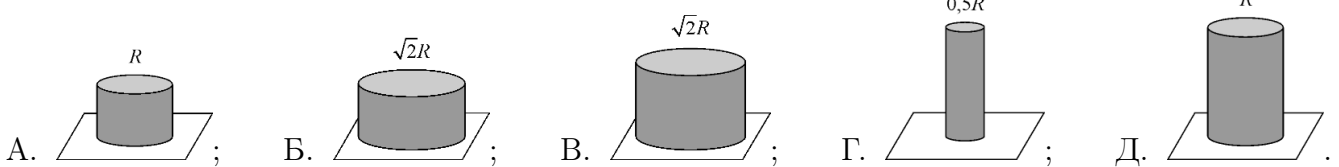
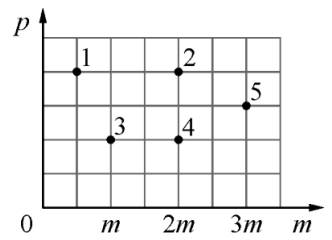
6'9 (8 :86L (z :9'11 (1

4.3.5. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) Пираты подняли со дна океана на палубу парусника сундук, наполненный золотыми монетами. Один из пиратов повернул сундук на бок, как показано на рисунке. При этом из сундука высыпалась половина содержимого. Оказалось, что в результате давление сундука на палубу не изменилось. Пираты знают, что согласно указу губернатора острова Тортуга наружные размеры сундука $73 \text{ см} \times 60 \text{ см} \times 32 \text{ см}$, а масса пустого сундука равна $96,6 \text{ кг}$.



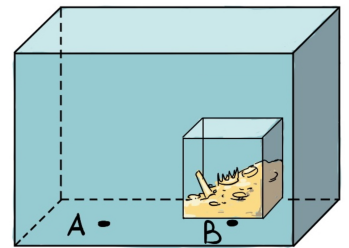
1. Помогите пиратам определить массу золота, находившегося в сундуке. Ответ выразите в кг, округлив до десятых долей.
2. Зная, что насыпная плотность золота равна $14,85 \text{ г}/\text{см}^3$, определите, какую долю от наружного объёма полного сундука занимали монеты. Ответ округлите до сотых долей.

4.3.6. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) Пять цилиндров, изготовленных из одинакового материала, стоят на горизонтальной поверхности стола. Радиусы цилиндров обозначены на рисунке. На диаграмме представлены зависимости давления p , которое оказывают эти цилиндры на поверхность, от их массы m (каждому цилиндру соответствует точка на диаграмме). Какой цилиндр соответствует точке под номером 1?



□

4.3.7. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 8) Папа-кладоискатель нашёл герметично закрытый прямоугольный сундук с сокровищами (размеры сундука $a \times b \times h$, где h — высота) и спрятал его на дне бассейна площади S , в котором аппаратура всегда поддерживает постоянное количество воды. Для контроля за кладом папа поставил на дне бассейна два датчика давления: в точке A — просто на дне, и в точке B — под сундуком. Первый датчик изначально показывал $P_A = P_1$, а второй — $P_B = P_2$. Сын кладоискателя ночью нырнул в бассейн, нашёл клад, открыл сундук и забрал из него столько драгоценностей, сколько смог унести. Утром датчики показали $P_A = P_3$ и $P_B = P_4$. Найдите массу драгоценностей, которые унёс сын.



Примечание. Считайте, что под сундуком везде одинаковое давление.

$$\frac{b}{S(P_3 - P_1)} + \frac{b}{q_0(P_4 - P_2 - P_3 + P_1)}$$

4.4 Равновесие рычага

Дополнительные задачи — в листке [Равновесие рычага](#).

4.4.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) Лёгкий рычаг, размеченный на 10 одинаковых частей, может свободно вращаться на опоре. Рычаг уравновешен, если пустые стаканы A и B стоят на его концах, как показано на рисунке.



1. Найдите отношение масс пустых стаканов $\frac{m_A}{m_B}$.
2. Затем в стакан A налили 300 мл неизвестной жидкости, а в стакан B — 250 мл воды, и рычаг оказался в покое в горизонтальном положении. Чему равна плотность неизвестной жидкости? Плотность воды 1000 кг/м^3 . Ответ укажите в кг/м^3 , округлив до целого числа.

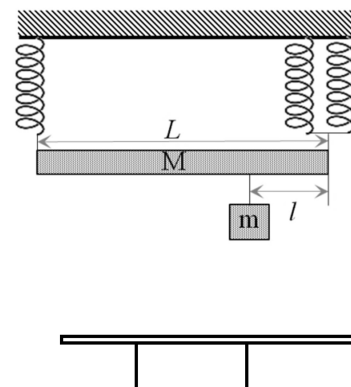
3. Какую из перечисленных жидкостей налили в стакан A : 1 — подсолнечное масло, 2 — глицерин, 3 — ртуть?

1) 1,5; 2) 250; 3) 2

4.4.2. (Олимпиада КФУ, 2020, 8) Гладкая доска массы m и длины L неподвижна и опирается своими концами на два небольших пенька. На доске во всю длину лежит гладкая полоса из резины массы M и длины L . Полосу начинают медленно (так, чтобы растяжением полосы можно было пренебречь) вытягивать в одну из сторон со скоростью v . Нарисуйте график зависимости силы давления на каждый из пеньков от времени.

4.4.3. (Олимпиада КФУ, 2023, 8) Однородная балка длины L и массы M подвешена на трех идентичных невесомых пружинах, как показано на рисунке. На каком расстоянии l от левого конца балки нужно подвесить груз массой m , чтобы балка была строго горизонтальной?

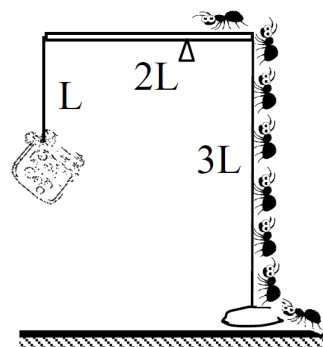
$$\left(\frac{m\epsilon}{M} + \epsilon\right) \frac{\epsilon}{l} = 1$$



4.4.4. («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 8) Линейку длиной 32 см положили на брусок шириной 12 см несимметрично относительно середины бруска (см. рис.). Оказалось, что линейку можно наклонить (оторвать от плоскости бруска), приложив к ее концу одну и ту же направленную вверх или вниз вертикальную силу. На сколько сантиметров был сдвинут центр линейки относительно середины бруска?

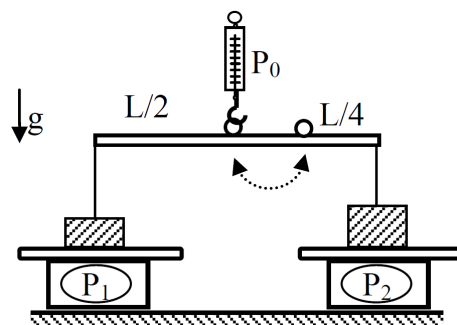
центр линейки был сдвинут на 2 см

4.4.5. (Весиб., 2017, 8) Во время каникул на даче Петя изучал условия равновесия рычага с отношением плеч 1 : 3. На длинное плечо он с помощью нитки подвесил банку с остатками варенья, а к другому плечу для равновесия прикрепил камень, который почти касался пола. Когда Петя ушел, муравьи из большого муравейника стали один за другим ползти к банке: сначала на камень, затем по нити, стержню и т. д. Сколько муравьев сможет подряд заползти на Петину конструкцию, если муравьи одинаковы и ползут строго друг за другом? Считать, что на каждого муравья приходится отрезок длины H . Стержень имеет длину $2L$, много большую, чем H , длины нитей указаны на рисунке. Трением в оси (точке крепления) рычага и размером камня пренебречь.



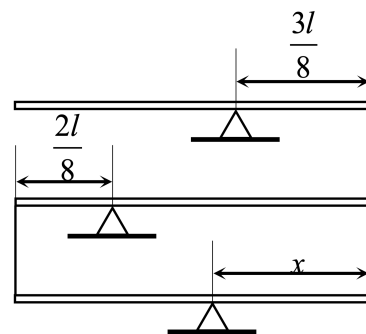
$H\epsilon/T\theta I$

4.4.6. (Всесиб., 2019, 8) Школьник собрал конструкцию из динамометра, рычага, двух грузов, прикрепленных невесомыми нитями к концам рычага. Еще у школьника есть двое весов, которые показывают нагрузку в единицах силы. Грузы опускаются на весы, как показано на рисунке. В исходной ситуации динамометр прикреплен к середине рычага. Его показания составляют P_0 , а весы показывают P_1 и P_2 , соответственно (как на рисунке). Затем школьник перецепляет динамометр в точку, находящуюся на расстоянии четверти длины рычага от его правого края. Он тянет динамометр таким образом, что динамометр по-прежнему показывает P_0 , а система находится в равновесии. Каковы при этом показания обоих весов? Считать, что центр тяжести рычага находится в его середине.



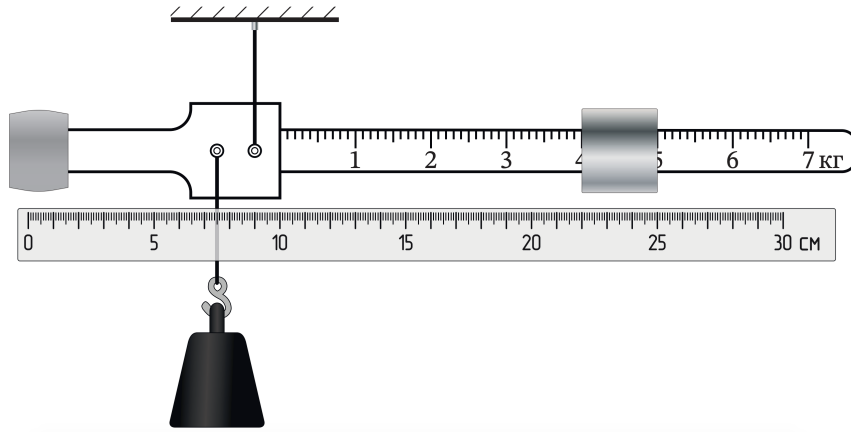
$$P_1' = P_1 + P_0/4, P_2' = P_2 - P_0/4$$

4.4.7. («Росатом», 2023, 8) Три одинаковых массивных рычага длиной l и массой m каждый расположили друг под другом и связали их концы легкими нерастяжимыми стержнями так, как показано на рисунке. Известно, что расстояние от опоры верхнего рычага до ближайшего конца составляет $3l/8$, а расстояние от опоры среднего до его ближайшего конца составляет $2l/8$. На каком расстоянии x от правого конца расположена опора нижнего рычага, если известно, что система рычагов находится в равновесии? На левый конец верхнего рычага положили точечное тело с массой, равной массе рычага m . Тело какой массы нужно положить на правый конец нижнего рычага, чтобы равновесие системы сохранилось?

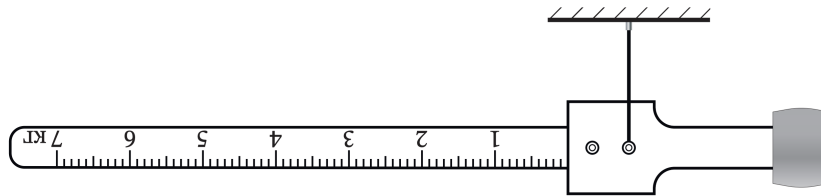


$$m_2 : \frac{5}{7} = x$$

4.4.8. (МОШ, 2021, 8) **Безмен.** Безмен — это ручные весы для взвешивания грузов небольшой массы. Один из вариантов конструкции безмена можно видеть на рисунке. Безмен состоит из металлического коромысла, закреплённого на коромысле противовеса (на левом конце коромысла) и подвижной гири (справа). На крючок подвешивается груз, массу которого надо узнать, а положение гири подбирается таким образом, чтобы в равновесии коромысло располагалось горизонтально. Показания безмена, изображённого на рисунке, равны 4 кг. Рядом с ним находится сантиметровая линейка.



Известно, что если с этого безмена снять гирию и подвесить его за ось, к которой был привязан крючок, иначе говоря, перевернуть (рис. ниже), то в положении равновесия коромысло будет располагаться горизонтально.



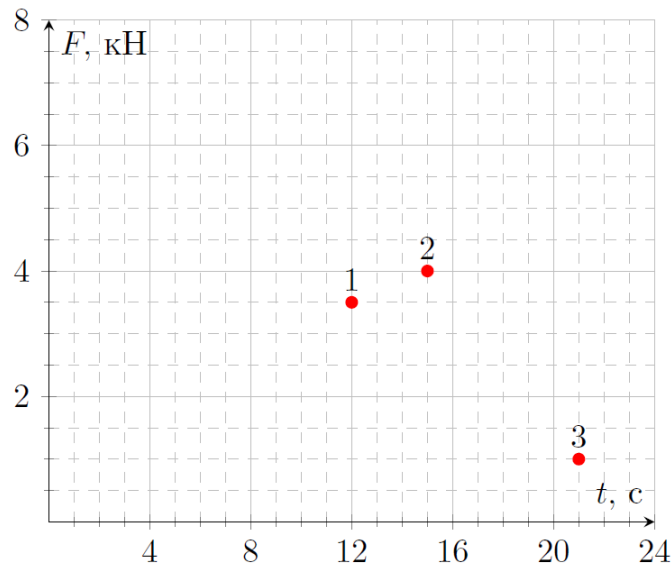
Определите по этим данным массу гири m и массу M остальной конструкции (безмена без гири и взвешиваемого груза).

$$m \approx 0.5 \text{ кг}, M \approx 0.5 \text{ кг}$$

4.4.9. (Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 8) **Ползущий рельс.** На отдельно стоящих роликовых лёгких опорах, оси которых находятся на расстоянии $l = 9$ м, лежит однородный рельс постоянного сечения. Ролики начинают вращаться, в результате чего рельс движется горизонтально с некоторой постоянной скоростью, как показано на рисунке (масштаб не выдержан).



Под опорами находятся динамометры. Зависимости показаний F динамометров от времени t для каждой из опор сняли и решили построить их графики. Однако лаборант, который должен был это сделать, случайно пролил на таблицы с данными кофе и смог восстановить только три точки (они показаны на рисунке).



Помогите лаборанту восстановить графики.

1. Определите массу рельса m .
2. Найдите скорость рельса v .
3. Какую минимальную длину L_{\min} мог иметь рельс?

$$m \text{ кг} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \left(\frac{2}{0,25} - 1 \right) = 15 \text{ м}$$

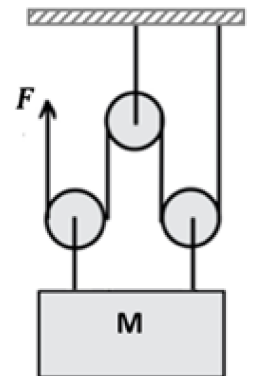
4.4.10. (Олимпиада Максвелла, 2021, 3Э, 8) К левому концу неоднородного стержня, шарнирно закреплённого на неподвижной опоре, подвешен груз массой m_1 , а к правому концу стержня — груз массой $m_2 = 4,0$ кг. Система находится в равновесии. Затем груз массой m_2 убрали, на его место перенесли груз массой m_1 , а на левый конец подвесили груз массой $m_3 = 2,5$ кг, и система снова оказалась в равновесии. Определите, при каких значениях массы m_1 это возможно. Известно, что центр масс стержня находится справа от точки опоры.

$$2,5 \text{ кг} > m_1 > 4 \text{ кг}$$

4.5 Блоки

Дополнительные задачи — в листке [Блоки](#).

4.5.1. (Всеросс., 2022, ШЭ, 8) Архимед построил систему из очень лёгких блоков (чертёж системы изображён на рисунке), и использовал её для удержания в равновесии груза M . Какой выигрыш в силе даёт эта система?

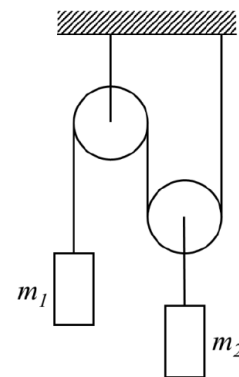


1. в 1,5 раза;
2. в 2 раза;
3. в 3 раза;
4. в 4 раза.

4

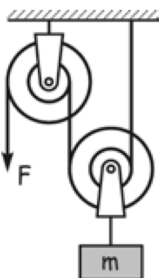
4.5.2. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) В системе, изображённой на рисунке, грузы находятся в равновесии. Чему равно отношение масс m_1/m_2 ?

1. 0,5;
2. 1;
3. 2;
4. 4.



I

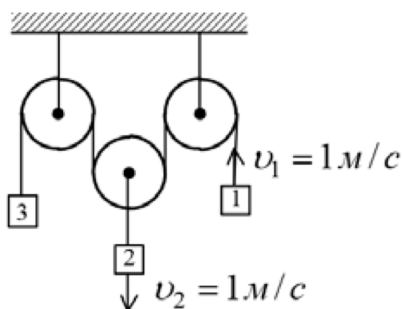
4.5.3. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) На рисунке представлена система из двух одинаковых ступенчатых блоков, радиусы ступеней которых отличаются в 2 раза. Нити и блоки невесомы, трением можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.



1. Какой выигрыш в силе даёт такая система? Ответ округлите до целого числа.
2. С какой силой F необходимо действовать на свободный конец нити, чтобы поднимать равномерно груз массой $m = 3 \text{ кг}$? Ответ выразите в ньютонах и округлите до целого числа.

5 (7 : 9 (1

4.5.4. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) Укажите направление и величину скорости третьего груза.



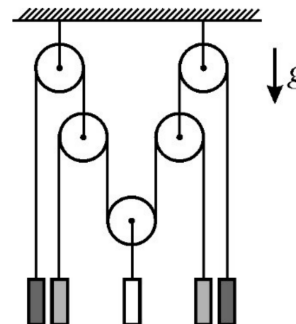
- А) вверх, 3 м/с
- Б) вверх, 1 м/с
- В) вниз, 3 м/с
- Г) вниз, 1 м/с

Д) груз неподвижен

9

4.5.5. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Система, состоящая из невесомых нитей, невесомых блоков и пяти грузов, находится в равновесии. Масса центрального груза равна 2 кг. Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг.

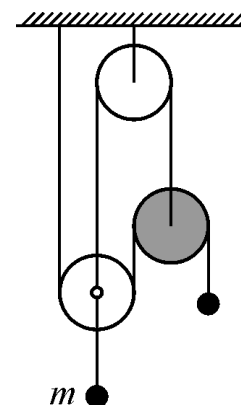
1. Чему равна масса каждого из крайних грузов? Ответ выразите в кг, округлите до целого числа.
2. С какой силой эта система действует на потолок? Ответ выразите в ньютонах, округлите до целого числа.



08 (7; 2) (1)

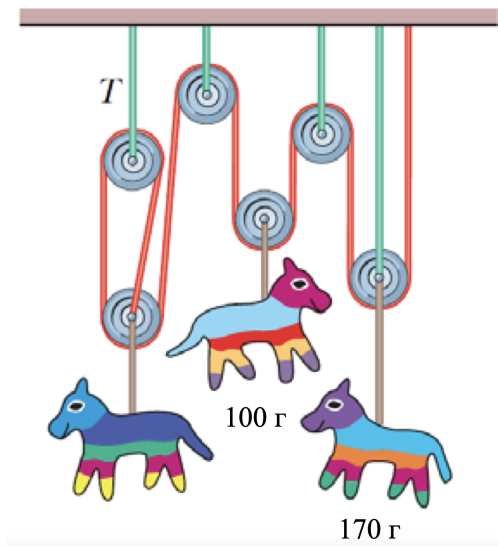
4.5.6. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) Система, изображённая на рисунке, состоит из трёх блоков, невесомых и нерастяжимых нитей и двух грузов. Масса левого груза равна $m = 1$ кг, два «белых» блока невесомы, а масса «серого» блока равна 200 г. Система находится в равновесии. Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг.

1. Чему равна масса правого груза? Ответ выразите в г, округлите до целого числа.
2. Ось «серого» блока утяжеляют, а массу правого груза уменьшают так, что система по-прежнему находится в равновесии. На какую максимальную величину можно утяжелить ось массивного блока? Ответ выразите в г и округлите до целого числа.



008 (7; 2) (1) 800

4.5.7. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) Система состоит из подвижных и неподвижных блоков, трёх игрушечных лошадок и лёгких нитей (см. рисунок). Известны массы двух лошадок — 100 г и 170 г. Нити и блоки невесомы, трением можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Все не лежащие на блоках участки нитей считайте вертикальными.



1. Найдите массу третьей лошадки, если система находится в равновесии. Ответ выразите в граммах, округлите до целого числа.
2. Найдите величину силы натяжения T левой верхней нити, обозначенной на рисунке. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целого числа.

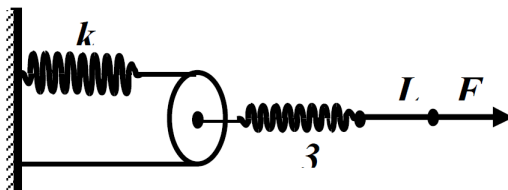
1 150; 2) 1

4.5.8. (*Всесиб.*, 2015, 8) Три упругих, хорошо растягивающихся жгута имеют одинаковую длину L , но разные коэффициенты жесткости k , $4k$ и $12k$. Из них, соединив попарно концами, сделали кольцо общей длиной в нерастянутом состоянии $3L$. Кольцо надели на два маленьких блока и растягивают. Какую минимальную силу надо приложить к блокам, чтобы оба блока могли касаться только одного из жгутов? Размером самих блоков и трением в них пренебречь.



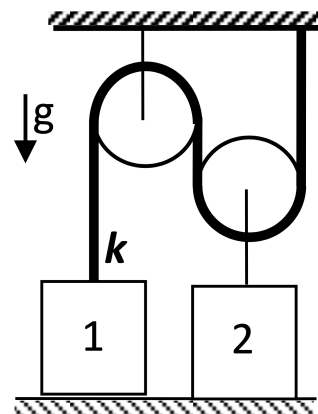
$T^*E = F$

4.5.9. (*Всесиб.*, 2017, 8) Имеется две разные пружины, блок и нерастяжимые нити, соединенные так, как показано на рисунке. К свободному концу пружины с жесткостью $3k$ прикладывают силу и медленно ее увеличивают. Какого значения достигнет эта сила, когда точка ее приложения сместится на расстояние L ? Блок поворачивается вокруг своей оси без трения.



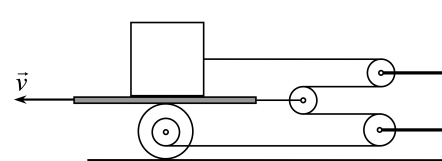
$L/7kL = F$

4.5.10. (*Всесиб.*, 2021, 8) Школьник изучает условия равновесия в системе блоков. Кроме двух невесомых блоков у него есть два груза с неизвестными массами и невесомый резиновый шнур, который он использует вместо обычной нити (на рисунке шнур показан толстой линией). В первом опыте груз №2 стоял на столе (на рисунке — справа). При этом груз №1 (на рисунке — слева) был очень близко к столу, но не касался его. Затем школьник поменял грузы местами. В этом втором опыте зазор между грузом №1 и столом в равновесии составил H . На какую величину изменилась сила давления груза №2 на стол во втором опыте по сравнению с первым опытом, если жесткость резинового шнура равна k ?



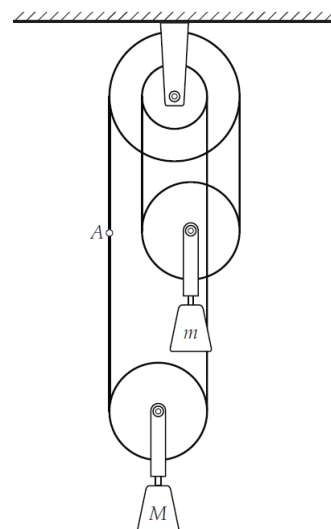
H^*g

4.5.11. («Росатом», 2021, 8) Намотанную на катушку нитку пропустили через систему трех блоков — двух неподвижных и одного подвижного — и привязали к кубу, который находится на доске, лежащей на катушке и привязанной к оси подвижного блока (см. рис.). Доску тянут со скоростью v . Найти скорость куба. Проскальзывания между катушкой и доской, а также катушкой и полом — нет.



$$v_{\text{куба}} = 2,25v$$

4.5.12. (МОШ, 2023, 8) **Равновесие системы блоков.** Система, изображённая на рисунке, состоит из двух подвижных блоков, одного неподвижного двухступенчатого блока, двух грузов и нити. Двухступенчатый блок состоит из лёгких, жёстко соединённых дисков с общей осью, диаметры которых равны 15 см и 30 см. Массы грузов равны $m = 1$ кг и $M = 3$ кг. Массами нитей и блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь, нить не проскальзывает по поверхностям блоков.



А. Пусть в точке A к нити приложена такая сила F , что система находится в равновесии. Куда направлена и чему равна эта сила?

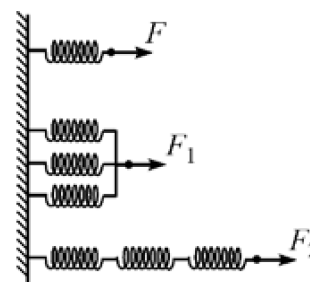
В. Можно ли привести систему в состояние равновесия, действуя с некоторой вертикальной силой на нить в точке A , если поверхность двухступенчатого блока гладкая (так что нить по ней проскальзывает)? Ответ объясните.

$$\text{А) вверх, } F = \frac{2M}{R-r}(M - m)g = 5 \text{ Н; В) невозможно}$$

4.6 Соединения пружин

Дополнительные задачи — в листке [Соединения пружин](#).

4.6.1. (Всеросс., 2021, ШЭ, 8) Для того чтобы удерживать пружину растянутой на величину Δx , нужно приложить к её концу силу F . Какую силу F_1 нужно приложить к трём таким пружинам, соединённым параллельно (см. рис.), чтобы каждая пружина была растянута на величину Δx ? Какую силу F_2 нужно приложить к трём таким пружинам, соединённым последовательно (см. рис.), чтобы каждая пружина была растянута на величину Δx ?

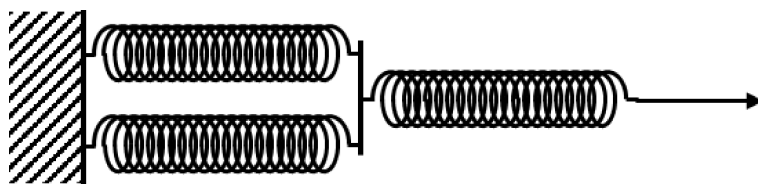


1. $F_1 = F_2 = F$.
2. $F_1 = F_2 = 3F$.
3. $F_1 = F; F_2 = 3F$.
4. $F_1 = 3F; F_2 = F$.

Д

4.6.2. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 8*) Ученик достал из механической ручки пружину. Оказалось, что, если поставить пружину на стол вертикально и положить на неё ластик массой 27 г, то эта пружина сожмётся на 6 мм. Пружину можно считать невесомой. Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг.

1. Какова жёсткость пружины? Ответ дайте в Н/м, округлив до целого числа.
2. Эту пружину разрезали на две части, длины которых относятся как 1 : 2. Какова жёсткость длинной части? Ответ дайте в Н/м, округлив до десятых долей.
3. Далее длинную часть пружины разделили пополам и из получившихся трёх равных частей собрали конструкцию, изображённую на рисунке. Какова жёсткость данной конструкции? Ответ дайте в Н/м, округлив до целого числа.



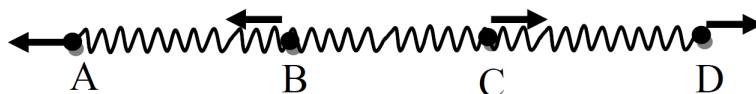
1) 45; 2) 67,5; 3) 90

4.6.3. (*Всеросс., 2023, МЭ, 8*) Однородную пружину жёсткостью 200 Н/м разрезали на две части так, что жёсткость одной части оказалась в 2 раза больше жёсткости второй. Чему равна жёсткость второй части?

1. 150 Н/м;
2. 300 Н/м;
3. 350 Н/м;
4. 400 Н/м.

2

4.6.4. (*Всесиб., 2019, 8*) Четверо жителей Цветочного города нашли длинную пружину и стали ставить с ней разные опыты. Вначале они взялись за пружину в точках A , B , C и D (A и D — концы, B и C делят нерастянутую пружину на три равные части) и стали действовать на пружину с одинаковыми силами в направлении от середины. В результате расстояние между точками A и D стало равным L_1 . Потом жители взялись парами за ее концы в т. A и D , и длина пружины составила L_2 . Какова была бы длина пружины, если бы за ее концы тянуло только по одному жителю? Считать, что пружина однородна по длине и подчиняется закону Гука, а сила, с которой любой житель Цветочного города может действовать на пружину, всегда имеет одну и ту же величину.



7/(27 - 178)

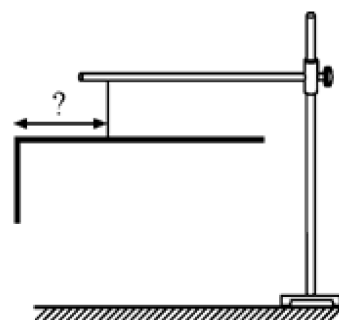
4.6.5. («Курчатов», 2022, 8) К потолку прикреплены 64 одинаковые пружины. Вторым концом все 64 пружин присоединены к невесомой доске. К этой доске с другой стороны прикреплены 32 такие же пружины, которые присоединены ко второй невесомой доске. Эту систему продолжали так, что на каждом следующем уровне было в два раза меньше пружин, пока в конце не осталась всего одна пружина. К ее свободному концу подвесили небольшой груз. Под весом этого груза система пружин немного растянулась. Определите, на сколько сантиметров растянулась система пружин от своего первоначального положения, если отношение массы груза к жесткости одной пружины равно $32 \text{ кг} \cdot \text{см}/\text{Н}$.

100 г

4.7 Равновесие тел

Дополнительные задачи — в листке [Равновесие тел](#).

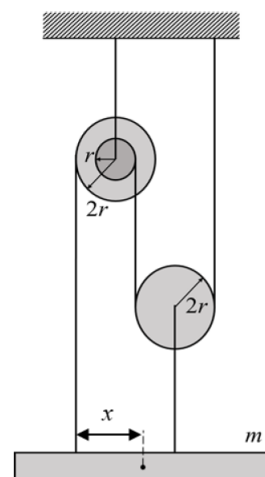
4.7.1. (Всеросс., 2021, ШЭ, 8) Кусок однородной проволоки согнули в виде буквы Г так, что длинный и короткий участки этой фигуры имеют длины 48 см и 16 см. К согнутой проволоке прикрепили нить в одной точке, а другой конец этой нити привязали к штативу. При этом проволоочная фигура висит так, что её длинный участок горизонтален.



1. На каком расстоянии от места изгиба проволоки находится точка прикрепления к ней нити? Ответ выразите в см, округлите до целого числа.
2. Чему равен модуль силы натяжения нити, если 1 метр этой проволоки имеет массу 40 г? Модуль ускорения свободного падения считайте равным $10 \text{ Н}/\text{кг}$. Ответ выразите в мН, округлите до целого числа.

1) 18; 2) 256

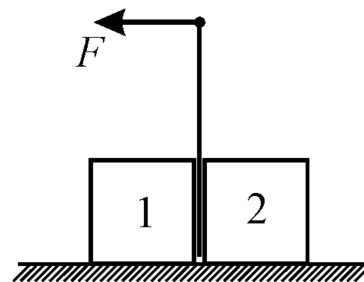
4.7.2. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) Экспериментатор хочет уравновесить однородную балку массой m с помощью системы блоков, изображённой на рисунке. Один из двух используемых блоков ступенчатый — он состоит из двух соосных цилиндров радиусами $r = 5 \text{ см}$ и $2r = 10 \text{ см}$, склеенных друг с другом. Радиус второго простого блока также равен $2r$. Ускорение свободного падения считайте равным $10 \text{ Н}/\text{кг}$. Блоки очень лёгкие, нити невесомые, их свободные участки расположены вертикально.



1. На каком расстоянии x от точки крепления левой нити к балке нужно расположить центр этой балки, чтобы данная система находилась в равновесии? Ответ выразите в см, округлив до целого числа.
2. При проведении эксперимента выяснилось, что сила натяжения нити, прикрепленной к балке справа, была равна 12 Н . Найдите массу балки. Ответ выразите в кг, округлив до десятых долей.

1) 1,5; 2) 20

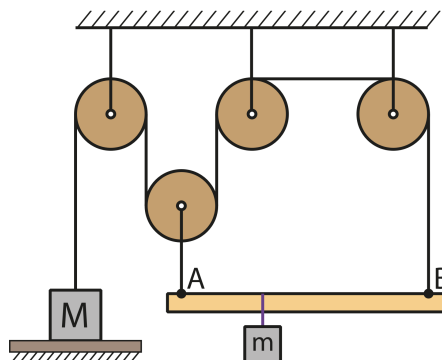
4.7.3. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Между двумя одинаковыми ящиками, стоящими рядом друг с другом на шероховатом полу, вставили вертикально стержень. Нижний конец стержня немного не достигает до пола. К верхнему концу этого стержня приложили небольшую по модулю горизонтально направленную силу, а затем начали медленно её увеличивать. Какой из ящиков сдвинется с места раньше?



1. 1;
2. 2;
3. одновременно;
4. зависит от длины стержня.

I

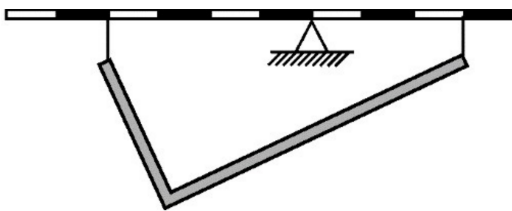
4.7.4. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) Система, состоящая из 4 невесомых блоков, невесомых и нерастяжимых нитей, лёгкой балки длиной 80 см и груза массой $M = 5$ кг, находится в равновесии. Груз массой M при этом опирается на стол.



1. Груз какой максимальной массы m можно подвесить на балку, чтобы равновесие не нарушилось? Ответ выразите в кг, округлив до целого числа.
2. На каком расстоянии от точки A должен быть подвешен груз такой массы, чтобы равновесие системы не нарушилось? Ответ выразите в см, округлив до десятых долей.

I) 15; 2) 26,7

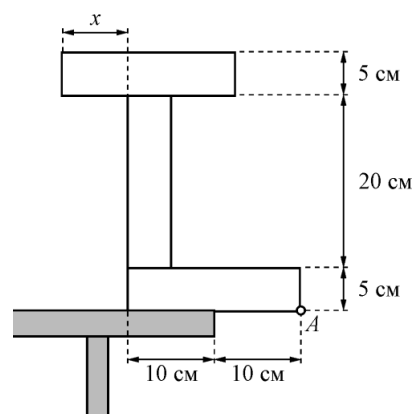
4.7.5. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Изогнутая деталь, подвешенная на вертикальных нитях к массивному неоднородному рычагу, находится в равновесии, как показано на рисунке. Сила натяжения одной нити равна 5 Н, а второй — 2 Н. Рычаг находится в горизонтальном положении и действует на небольшую опору с силой 10 Н. Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг.



1. Чему равна масса детали? Ответ выразите в граммах, округлите до целого числа.
2. Чему равна масса рычага? Ответ выразите в граммах, округлите до целого числа.
3. На каком расстоянии от опоры находится центр тяжести рычага, если длина рычага 30 см? Ответ выразите в см, округлите до целого числа.

1) 700; 2) 300; 3) 7

4.7.6. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) На краю горизонтального стола стоит башенка, составленная из трёх одинаковых однородных брусков размерами 5 см × 10 см × 20 см, как показано на рисунке.



1. Найдите максимальное значение длины x , при котором эта конструкция будет находиться в равновесии. Ответ выразите в см, округлите до целого числа.
2. Найдите минимальное значение длины x , при котором эта конструкция будет находиться в равновесии. Ответ выразите в см, округлите до целого числа.
3. Какое давление оказывает башенка на поверхность стола, если масса каждого бруска 800 г? Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг. Ответ выразите в кПа, округлите до десятых долей.
4. К точке A (середина ребра нижнего бруска), изображённой на рисунке, подвесили шарик на нитке. Положения нижнего и среднего брусков остаются неизменными, а верхний брусок разрешается двигать по горизонтали. Найдите максимальную массу шарика, при которой эта конструкция может по-прежнему находиться в равновесии. Ответ выразите в г, округлите до целого числа.

1) 10; 2) 5; 3) 2,4; 4) 1400

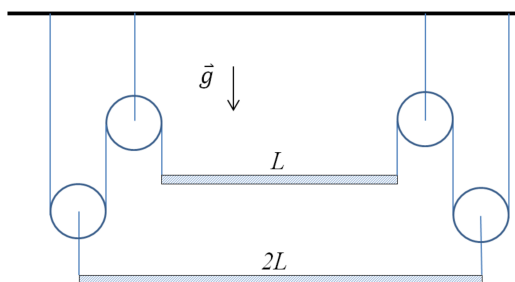
4.7.7. («Надежда энергетики», 2023, 8) Концы двух однородных стержней разной длины привязаны друг к другу двумя нитями разной длины так, что два стержня и две нити образуют четырехугольник. Один из стержней подвесили за середину. Докажите, что в подвешенном состоянии образованная стержнями и нитями фигура будет трапецией.

4.7.8. («Надежда энергетики», 2018, 8) Дядюшка Поджер (рассказ Дж. К. Джерома) забил гвоздь в стену и собрался вешать картину. У него есть моток прекрасного шелкового шнура, кусок которого он закрепил в специальных защелках в двух верхних углах картины и накинул шнурок на гвоздь. Однако картина никак не желала висеть ровно – она постоянно сползала то в одну, то в другую сторону. Очевидно трение между шнурком и гвоздем было слишком мало. Определите, какой длины должен быть шнурок, чтобы дядюшка Поджер смог всё же ровно подвесить прямоугольную картину с размерами $a = 3$ фута по горизонтали и $b = 2$ фута по вертикали, если полностью пренебречь трением между шнурком и гвоздем. Считать также, что защелки в углах картины не требуют дополнительной длины шнурка для его фиксации, а их массой, как и массой самого шнурка, можно пренебречь.

$$l \geq \frac{a^2 + b^2}{2b} \approx 2,4 \text{ фута}$$

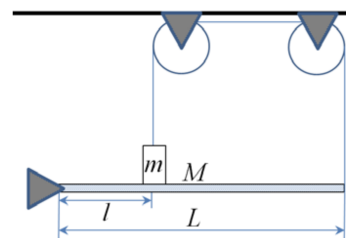
4.7.9. (Олимпиада КФУ, 2021, 8) Две однородные доски длиной L и $2L$, подвешенные с помощью системы идеальных* нитей и блоков (см. рис.), изначально находятся в равновесии в горизонтальном положении. Масса верхней доски M . На нижнюю доску кладут небольшой груз массой m на расстоянии $a = 2L/3$ от левого края (груз сместиться не может). Груз какой массы и на каком расстоянии от левого края нужно поместить на верхнюю доску, чтобы доски находились в состоянии равновесия в горизонтальном положении, а нити, закрепленные на концах досок, были вертикальны?

*Под идеальными нитями здесь подразумеваются гибкие невесомые и нерастяжимые нити. Под идеальными блоками — невесомые блоки, способные вращаться без трения.



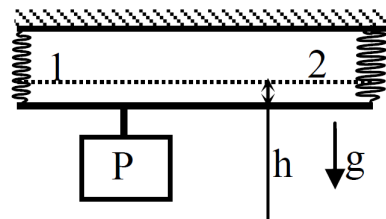
$$\frac{m}{M} = \frac{8}{7}, \frac{a}{L} = \frac{2}{3}$$

4.7.10. (Олимпиада КФУ, 2022, 8) Однородная доска массы M и длины L закреплена на шарнире и может свободно поворачиваться в плоскости рисунка. На доске лежит небольшой груз массой m на расстоянии l от левого конца (шарнира). Конец доски и груз соединены невесомой нерастяжимой нитью через систему идеальных блоков, как показано на рисунке. При какой минимальной массе m это возможно? Определите силу натяжения нити (m считается известной).



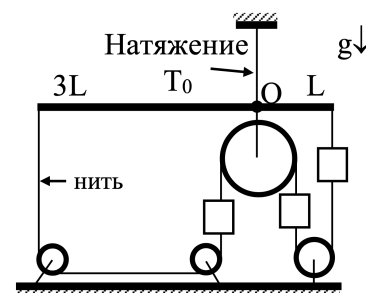
$$\frac{(l+L)m}{b(1M+lmg)} = L : \frac{L}{M} \leq m$$

4.7.11. (Всесиб., 2018, 8) Школьник собрал конструкцию из очень легкой палки и двух пружин и прикрепил ее к горизонтальному потолку, как показано на рисунке. После этого он прикрепил к палке груз с весом $P = 6 \text{ Н}$, и палка опустилась на расстояние $h = 5 \text{ см}$. Каковы коэффициенты жесткости каждой из пружин, если место подвеса груза делит длину палки в отношении $1 : 2$? Пружины прикреплены к концам палки. Считать, что палка всегда находится в горизонтальном положении.



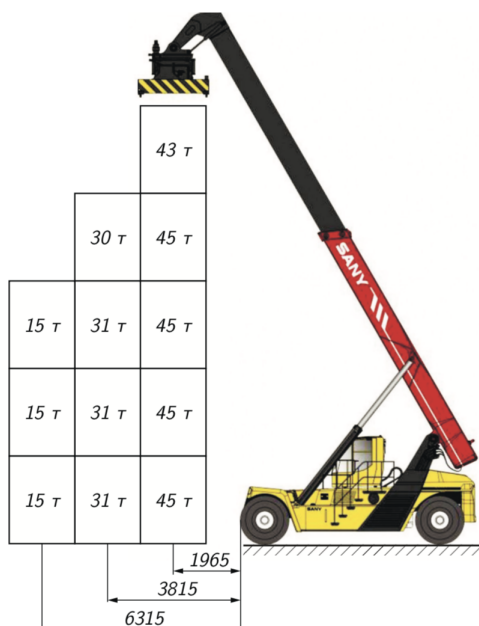
$$k_1/k_2 = 2/1 = 2$$

4.7.12. (Всесиб., 2023, 8) Невесомый стержень с помощью системы нитей, блоков и грузов удерживают в равновесии (см. рис.). Нити прикреплены к стержню на его концах и в точке O , которая делит стержень в отношении $3 : 1$. К этой же точке подвешен один из блоков. К нити, охватывающей блоки, в разных местах прикреплены три одинаковых груза, как показано на рисунке. Чему равна масса M одного груза, если натяжение нити, которая прикреплена к потолку и удерживает всю конструкцию, равно T_0 ? Блоки и нити считать невесомыми, трения нет. Ускорение свободного падения g .



$$M/gL = 1/2$$

4.7.13. (МОШ, 2020, 8) Рисунок, на котором изображён погрузчик для работы с контейнерами («ричстакер»), воспроизводит схему из буклета производителя, китайской фирмы «Sany». Прямоугольники символизируют контейнеры, масса которых указана в тоннах. Линейные размеры даны в миллиметрах. Масса этого ричстакера составляет 72 тонны, расстояние между осями передних и задних колёс равно 6 м, внешний диаметр покрышки колеса равен 1670 мм. Рисунок показывает, что при данном расположении погрузчик может приподнять любой из изображённых контейнеров (предварительно убрав другие). При этом угол наклона стрелы и её длина могут изменяться.

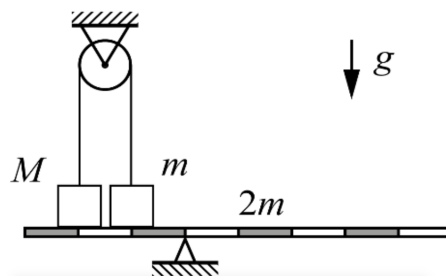


- 1) Пусть ричстакер «разбирает» ближайшую к себе стопку контейнеров. На какую максимальную величину изменяется сила давления передних колёс на поверхность земли в момент, когда погрузчик приподнимает контейнер из этой стопки? Считайте, что в момент подъёма каждого из контейнеров положение погрузчика в точности совпадает с показанным на рисунке.
- 2) На каком расстоянии по горизонтали от оси заднего колеса может располагаться центр тяжести погрузчика, если для его безопасной работы необходимо, чтобы сила давления пары колёс (передних или задних) всегда была не меньше шестой части веса погрузчика?

Считайте, что при изменении длины стрелы и её наклона центр тяжести погрузчика по горизонтали практически не смещается, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.

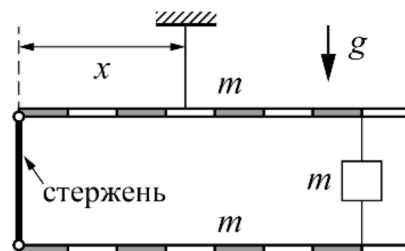
$$1) \Delta F_{\text{max}} \approx 660 \text{ Н}; \quad 2) l \approx 0,99 \text{ м}; \quad 3) h \approx 3 \text{ м}$$

4.7.14. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) При каких значениях масс груза M возможно равновесие системы, приведенной на рисунке, если $m = 4,0 \text{ кг}$? Горизонтальный рычаг массой $2m$ разделен на 8 одинаковых участков. Нить выдерживает максимальное натяжение $T_0 = 25 \text{ Н}$; $g = 10 \text{ Н/кг}$.



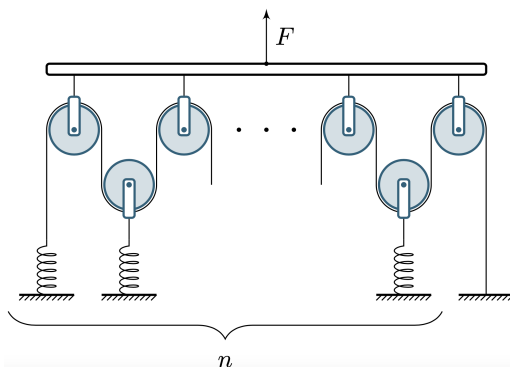
$$2,0 \text{ кг} < M < 5,75 \text{ кг}$$

4.7.15. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) Два одинаковых однородных рычага массой $m = 7 \text{ кг}$ и длиной 80 см каждый, шарнирно соединены с помощью лёгкого стержня и нитей, между которыми подвешен груз с такой же массой m . Определите, на каком расстоянии x от левого края верхнего рычага находится точка крепления нити, удерживающей систему в равновесии; чему равны силы натяжения всех трёх нитей и сила, действующая со стороны шарнира на верхний рычаг. Для удобства, на рисунке рычаги размечены на 8 равных частей. Точка крепления самой верхней нити к рычагу изображена условно. $g = 10 \text{ Н/кг}$.



$$x = 50 \text{ см}; \quad T_1 = 210 \text{ Н}; \quad T_2 = 40 \text{ Н}; \quad T_3 = 110 \text{ Н}; \quad F = 30 \text{ Н}$$

4.7.16. (Олимпиада Максвелла, 2022, ЗЭ, 8) **Неодинаковые пружины.** Длинную лёгкую пружину жёсткостью k разрезали на n частей (не обязательно одинаковых). Из получившихся пружин, лёгких нерастяжимых нитей, лёгких гладких блоков и лёгкой планки собрали конструкцию, изображённую на рисунке.



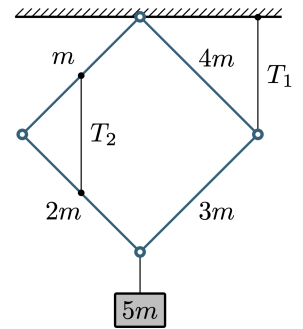
1. Найдите силу натяжения нити T , перекинутой через блоки, если к планке приложена сила F .
2. Определите, в каком диапазоне может меняться значение эффективной жёсткости кэв полученной конструкции на растяжение при заданном n .

При движении планка не вращается.

Примечание: эффективной жёсткостью называется величина $k_{\text{эКВ}} = \frac{F}{\Delta x}$, где F — сила, приложенная к планке, Δx — смещение планки относительно начального положения.

$$k_{\text{эКВ}} \geq k_{\text{эКВ}} \geq k_{\text{эКВ}} \left(\frac{u}{F} = J \right)$$

4.7.17. (Олимпиада Максвелла, 2023, 3Э, 8) Четыре тонких однородных стержня постоянного сечения, имеющих разные массы m , $2m$, $3m$ и $4m$, но равные длины, соединили шарнирно и получили конструкцию, представленную на рисунке (массы соответствующих стержней указаны рядом с ними). К нижней части конструкции подвесили груз массой $5m$. Двумя нитями соединили середины левых стержней между собой, а также правый угол конструкции с потолком. Конструкция находится в равновесии, нити вертикальны.



1. Определите силы натяжения правой и левой нитей T_1 и T_2 соответственно.
2. С какой силой F потолок действует на конструкцию в точке крепления верхнего шарнира?

Трение в системе отсутствует. Массой шарниров и нитей можно пренебречь.

$$T_1 = 2mg, T_2 = 18mg, F = 13mg$$

4.8 Работа, мощность, энергия

Дополнительные задачи — в листке [Работа и энергия](#).

4.8.1. (Всеросс., 2021, IIIЭ, 8) Вблизи вершины горы Фудзияма ползёт улитка со скоростью $0,04$ км/ч, а автомобиль у подножия этой горы едет со скоростью 100 км/ч. Масса улитки 10 г, масса автомобиля $1,5$ тонны, высота горы 3770 м. У кого механическая энергия (относительно подножия Фудзиямы) больше?

1. у улитки;
2. у автомобиля;
3. одинакова.

Б

4.8.2. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Однородный стержень длиной l и массой m , лежащий на горизонтальной поверхности, подняли в вертикальное положение, как показано на рисунке. Как в результате этого изменилась потенциальная энергия стержня относительно поверхности?



1. Увеличилась на mgl ;
2. увеличилась на $mgl/2$;
3. не изменилась;
4. уменьшилась на mgl ;
5. уменьшилась на $mgl/2$.

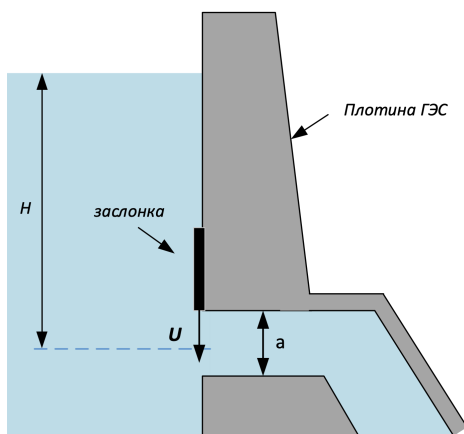
2

4.8.3. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) Какую минимальную работу должен совершить насос, чтобы из широкого колодца глубиной 8 м выкачать на поверхность земли 5 м^3 воды? Уровень воды в колодце считайте постоянным. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.

1. 4 кДж;
2. 40 кДж;
3. 400 кДж;
4. 4 МДж;
5. 40 МДж.

8

4.8.4. («Надежда энергетики», 2021, 8) В плотинах гидроэлектростанций отверстия для подвода воды к гидротурбине имеют специальные заслонки, которые опускаются во время технических работ или аварийных ситуаций. Оцените объем воды, который пройдет через водозаборное отверстие квадратного сечения со стороной $a = 5$ м после начала опускания заслонки. Заслонка опускается равномерно со скоростью $U = 10$ см/с. Водозаборное отверстие находится на глубине $H = 60$ м. Изменением гидростатического давления в пределах отверстия пренебречь. Воду считать идеальной жидкостью.



м³

4.8.5. («Надежда энергетики», 2023, 8) После строительства ГЭС уровни воды в водохранилище перед плотиной и в реке за плотиной всегда различны. Для прохода судов сооружают шлюзы. Корабль, идущий вверх по течению, заходит через нижние ворота в шлюз, уровень воды в котором совпадает с уровнем реки ниже плотины. Ворота шлюза закрываются, и в него накачивается вода до уровня воды в водохранилище. После этого верхние ворота открываются, и корабль выходит из шлюза. Определите, во сколько раз нужно увеличить мощность насоса, накачивающего воду в шлюз, чтобы этот процесс занимал вдвое меньше времени. Работой по повышению уровня воды пренебречь.

кВт

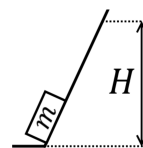
4.8.6. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 8) Тонкий деревянный цилиндр (карандаш) высотой $a = 20$ см удерживают на дне водоёма в вертикальном положении. Глубина водоёма $h = 1$ м.

На какую максимальную высоту над водой сможет подняться верхний торец цилиндра, если его быстро отпустить?

Примечание. Сопротивлением воды и воздуха пренебрегите. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, средняя плотность карандаша $\rho_{\text{д}} = 400$ кг/м³.

м

4.8.7. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 8) Тело массы $m = 2$ кг начало подъём в гору со скоростью 8 м/с, поднялось до высоты $H = 2$ м и скатилось обратно. Коэффициент трения тела о гору равен 0,3. Какую скорость оно будет иметь у подножия горы?



м/с

4.8.8. (МОШ, 2021, 8) Про электросамокат. В электросамокате в качестве источника энергии используется батарея литий-ионных аккумуляторов. При помощи специального устройства, которое называется контроллером, и мотора электрическая энергия, запасённая в аккумуляторе, преобразуется в механическую работу без потерь. Можно считать, что при движении с постоянной скоростью вся механическая работа совершается мотором самоката против силы сопротивления воздуха, которая пропорциональна квадрату скорости самоката. Уровень заряда батареи пропорционален электрической энергии, запасённой в аккумуляторе.

При движении на самокате со скоростью 15 км/ч по горизонтальной дороге уровень заряда батареи уменьшается от 80% до 70% за 20 минут. За какое время произойдёт такое же уменьшение заряда батареи, при движении со скоростью 18,9 км/ч по той же дороге на том же самокате того же самого человека, что и в первом случае?

Пояснение. Когда мы говорим «работа совершается против силы сопротивления воздуха», то имеем в виду, что работа сил, заставляющих самокат двигаться, равна по абсолютной величине работе силы сопротивления.

НИИ 02 ≈

4.9 Законы Ньютона

Дополнительные задачи — в листке [Законы Ньютона](#).

4.9.1. («Надежда энергетики», 2020, 8) На Открытой московской инженерной конференции школьников «Потенциал», которая ежегодно проходит в НИУ «МЭИ», учащиеся 8-го класса продемонстрировали экспериментальную установку для изучения законов идеального газа. В вертикальном сосуде они поместили тяжёлый поршень, который мог перемещаться практически без трения. Под поршнем в сосуде находился воздух, давление которого отличалось от атмосферного. В начальный момент поршень был закреплён. После освобождения поршня он начинал перемещаться с некоторым ускорением. Школьники пытались определить, изменится ли величина этого ускорения, если на поршень положить груз. Какой результат они получили? Объясните свой ответ.

Глава 5

Гидростатика

5.1 Эврика!

Дополнительные задачи — в листке [Эврика!](#).

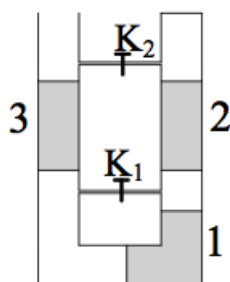
5.1.1. («Росатом», 2023, 8) В открытый сосуд налили (не до верха) воду объемом $V = 200$ мл. Когда в сосуд аккуратно опустили металлическую гирьку, которая полностью в него поместилась, из сосуда вылилась вода объемом $V/5$. Когда в тот же сосуд налили вдвое меньшее количество воды и положили вдвое более тяжелую гирьку из того же металла, которая полностью в него поместилась, из сосуда вылился объем воды $V/10$. Найти объем сосуда.

$\frac{9}{19}$

5.2 Давление жидкости

Дополнительные задачи — в листке [Давление жидкости](#).

5.2.1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) В закрытой с одного конца U -образной трубке содержатся три столбика одинаковой жидкости (тёмные участки) и пузыри воздуха (белые участки). Вертикальные участки трубки соединены тонкими горизонтальными трубочками с закрытыми кранами (K_1 и K_2). В каком направлении начнут двигаться столбики 2 и 3 жидкости, если открыть кран K_1 ? (\uparrow — вверх, \downarrow — вниз).



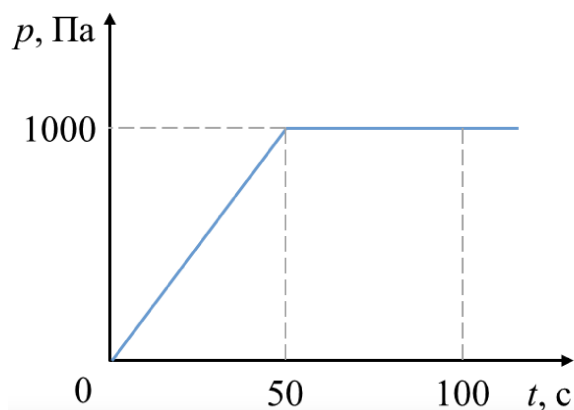
- А) 2 и 3 — \uparrow
- Б) 2 и 3 — \downarrow
- В) 2 — \uparrow , 3 — \downarrow
- Г) 2 — \downarrow , 3 — \uparrow

Д) будут покоиться

В

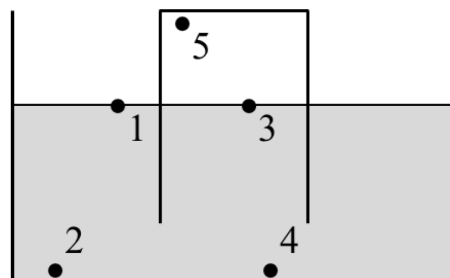
5.2.2. (Всеросс., 2022, ШЭ, 8) В сосуд постоянного сечения $S = 100 \text{ см}^2$ наливают из крана воду так, что в сосуд попадает одинаковое количество воды за равные промежутки времени. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$. Используя показанный на рисунке график зависимости давления p воды на дно сосуда от времени t , определите:

1. скорость подъёма уровня воды в сосуде (ответ выразите в мм/с и округлите до целого числа);
2. объём сосуда (ответ выразите в литрах, округлив до десятых долей).



Г (з; з (Г

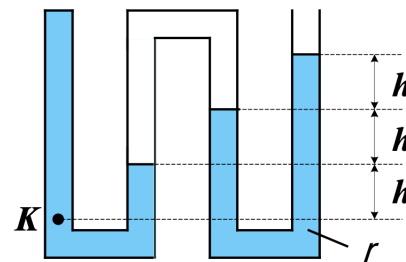
5.2.3. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) В жидкость частично погружён перевернутый вверх дном стакан. Используя рисунок, сравните значения давления в обозначенных точках. Над жидкостью находится воздух.



1. $p_1 = p_3 = p_5$; $p_5 < p_2$; $p_2 = p_4$;
2. $p_1 = p_3$; $p_3 > p_2$; $p_2 = p_4 = p_5$;
3. $p_1 = p_3$; $p_3 < p_2$; $p_2 = p_4$; $p_4 < p_5$;
4. $p_2 = p_4$; $p_4 > p_3$; $p_3 = p_1$; $p_1 > p_5$.

Г

5.2.4. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) В фигурной трубке, левый верхний конец которой закрыт, содержится жидкость и воздух. Определите давление в точке K . Атмосферное давление равно p_0 .



- А) $p_0 + rgh$
- Б) $p_0 + 2rgh$
- В) $p_0 + 3rgh$
- Г) $p_0 + 4rgh$
- Д) $p_0 + 5rgh$

□

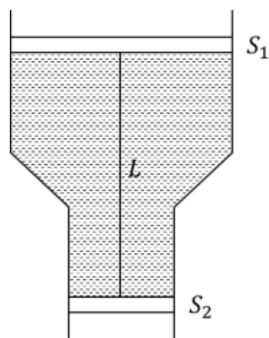
5.2.5. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Из дуба, плотность которого равна 800 кг/м^3 , сделали кубик, длина ребра которого равна 20 см . Одну грань кубика натёрли тонким слоем парафина и плотно прижали кубик этой гранью к гладкому горизонтальному дну бассейна. Затем в бассейн налили воду, плотность которой равна 1000 кг/м^3 , и при этом вода не подтекла под нижнюю грань кубика. Высота уровня воды над дном бассейна составила 1 м . Кубик при этом не всплыл. Атмосферное давление равно 10^5 Па , ускорение свободного падения 10 м/с^2 .

1. Чему равна полная сила давления, которая действует на боковую (вертикальную) грань кубика? Ответ выразите в ньютонах, округлите до целого числа.
2. Какую минимальную силу, направленную вверх, нужно приложить к середине верхней грани кубика, чтобы оторвать его от дна бассейна? Ответ выразите в ньютонах и округлите до целого числа.
3. Как изменился уровень воды в бассейне после того, как кубик оторвали от дна и он всплыл?

□ (1) 4360; (2) 4384

5.2.6. («Надежда энергетики», 2019, 7, 8) В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

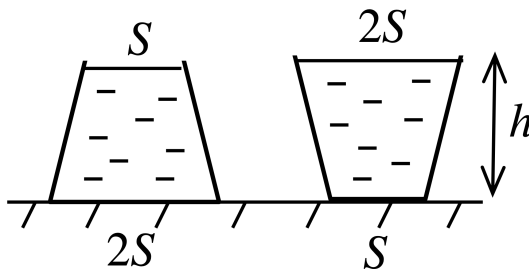
5.2.7. («Надежда энергетики», 2023, 7, 8) Невесомые поршни вставлены в сосуд переменного сечения и связаны идеальной нитью. Площади поршней S_1 и S_2 , длина нити L . Между поршнями находится вода плотностью ρ . Определите силу натяжения нити. Трением поршней о стенки сосуда пренебречь.



$$\frac{\rho g L S_1 S_2}{S_1 + S_2} = T$$

5.2.8. («Будущие исследователи – будущее науки», 2021, 8) В откачанном от воздуха помещении стоят две заполненные S жидкостью колбы в виде усеченных конусов (см. рис.). На сколько отличаются силы, действующие на жидкость со стороны боковых стенок в этих сосудах? Плотность жидкости равна ρ , ускорение свободного падения g .

Указание. Объем колбы $V = hS(1 + \sqrt{2}/3) \approx 1,47hS$.

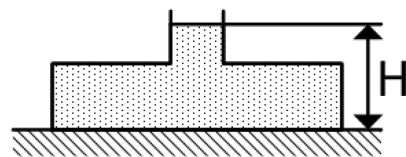


$$S \rho g h \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

5.2.9. («Будущие исследователи – будущее науки», 2023, 8) В два одинаковых цилиндрических сосуда налиты равные объемы жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$). После того, как в сосуд с менее плотной жидкостью поместили тело, объем которого в 4 раза меньше объема жидкости, силы давления на дно сосудов стали равными. Чему равна плотность тела?

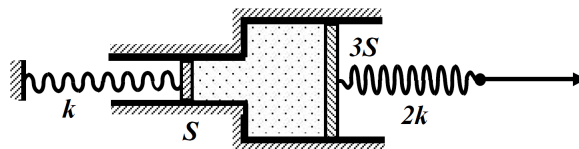
$$\rho = \frac{\rho_2}{4}$$

5.2.10. («Шаг в будущее», 2022, 8) В дне цилиндрической кастрюли площади 7 дм^2 просверлили отверстие площадью 2 дм^2 и вставили в нее пластмассовую трубку. Масса кастрюли с трубкой равна 2 кг , высота кастрюли 30 см . Кастрюля стоит на ровном листе резины вверх дном. Сверху в трубку осторожно наливают воду. До какого уровня H можно налить воду, чтобы она не вытекала снизу?



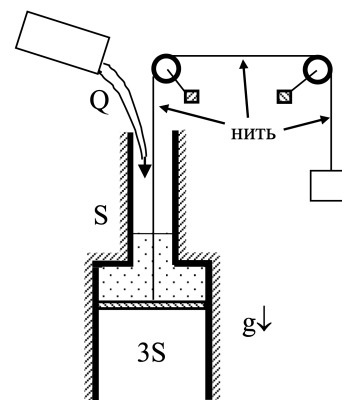
$$H = \frac{\rho_1 S_1}{\rho_2 S_2} + \frac{m}{\rho_2 S_2} = 34 \text{ см}$$

5.2.11. (*Всесиб., 2016, 8*) В начальном положении система закрепленных труб сечения S и $3S$, а также вставленных в них поршней и пружин, которые прикреплены к поршням (см. рисунок), покоится. Между поршнями находится несжимаемая жидкость. Левый конец пружины с жесткостью k неподвижно закреплен. К правому, свободному концу пружины жесткости $2k$ прикладывают внешнюю силу и медленно сдвигают этот конец пружины на расстояние L . Насколько при этом растянется другая пружина? Считать, что жидкость под поршни не подтекает, трения нет, а внешнее давление достаточно большое. Влиянием силы тяжести пренебречь.



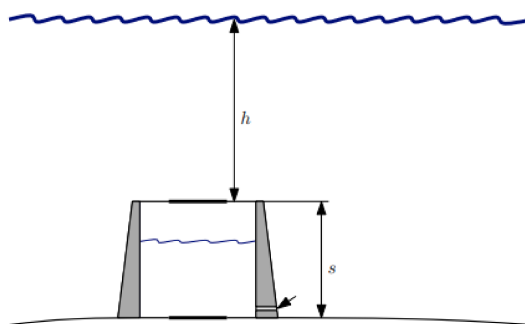
11/79 = 1X7

5.2.12. (*Всесиб., 2023, 8*) Цилиндрическая труба, составленная из двух частей с площадью сечения S (сверху) и $3S$ (снизу), закреплена вертикально. Нижняя часть трубы перекрыта подвижным невесомым поршнем, к которому с помощью нити и блоков прикреплен груз (груз на рис. справа). В равновесном состоянии в трубе над поршнем находится жидкость, уровень которой выше места соединения частей. Сверху в трубу начинают наливать тонкой струйкой ту же самую жидкость, и груз начинает перемещаться с постоянной скоростью. С какой скоростью перемещается груз, если объемный расход заливаемой жидкости равен Q м³/с? Трения нет.



57/0

5.2.13. (*«Курчатов», 2022, 8*) Джеймс Бонд сбегает с подводной лодки через ее башню. Первоначально давление в башне такое же, как и давление воздуха на воду: $p_0 = 100$ кПа. После закрытия люка, отделяющего башню от остальной части подводной лодки, Бонд делает отверстие внутри стенки башни (см. рисунок), после чего башня частично заливается водой. Далее Бонд открывает потолочный люк и выплывает на поверхность с высвободившимся воздухом.

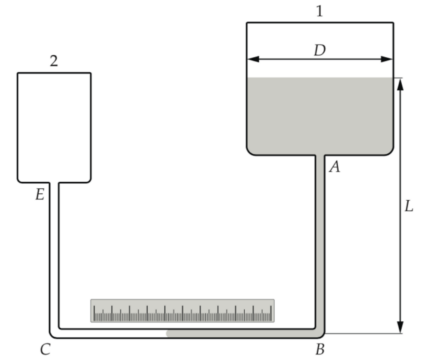


1. Какой толщины слой воздуха внутри башни до открытия потолочного люка и после того, как внутрь перестала поступать вода?
2. Насколько велика суммарная сила, приложенная к потолочному люку со стороны воздуха и воды до открытия люка и в течение времени, когда уровень воды внутри башни пришел в стабильное состояние?

Площадь люка $S = 0,50$ м², уровень воды над люком $h = 25$ м, высота башни $l = 2,0$ м. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

$$H\ 008Z = \mathcal{A} (z : \text{м} \approx \frac{6d\tau}{46d-0d-\frac{0d}{\sqrt{46d+0d}}}) = p (1)$$

5.2.14. (МОШ, 2022, 8) Гравиметр Ломоносова. На рисунке, приведённом ниже, показан прибор, придуманный М. В. Ломоносовым для измерения ускорения свободного падения. Два цилиндрических сосуда 1 и 2 соединены тонкой стеклянной трубкой $ABCE$ постоянного сечения. Часть герметичного сосуда 1 и часть трубки заполнены ртутью, а остальная часть этой системы заполнена газами (воздухом и парами ртути). Сосуд 2 сообщается с атмосферой. Температура сосудов поддерживается постоянной. Диаметр сосуда 1 равен $D = 90$ мм, а внутренний диаметр трубки равен $d = 0,64$ мм. Около горизонтального участка трубки BC расположена линейка для измерения положения левой границы ртути.



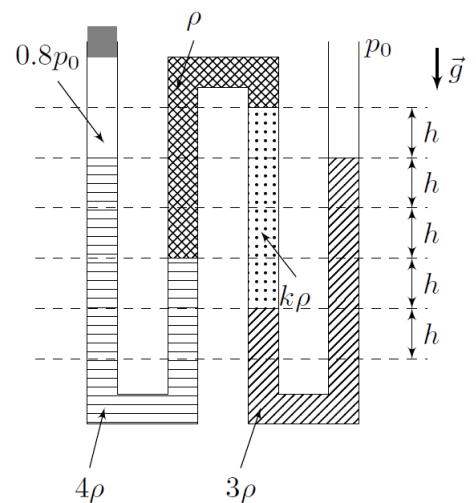
Одно из назначений этого прибора — измерение высот. Известно, что зависимость ускорения свободного падения g от высоты h над поверхностью Земли описывается формулой

$$g(h) = g_0 - kh,$$

где $g_0 = 9,8$ Н/кг, $k = 3,07 \cdot 10^{-6}$ Н/(кг · м). Пусть на первом этаже некоторого здания высота уровня ртути в сосуде 1 равна $L = 50$ см. Когда прибор подняли на крышу здания, граница ртути и воздуха в горизонтальной трубке сместилась на расстояние $x = 10$ см. Определите высоту здания. Считайте, что изменение давления газов в первом сосуде пренебрежимо мало. Изменением атмосферного давления с высотой можно пренебречь.

$$m\ 5,5 \pm 0,5 = q$$

5.2.15. (Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 8) Изогнутая трубка. Изогнутая трубка постоянного сечения заполнена несмешивающимися жидкостями с разными плотностями, как показано на рисунке. В левом конце трубки, закрытом пробкой, заперт воздух под давлением $0,8p_0$, где p_0 — атмосферное давление, которое равно гидростатическому давлению столба жидкости плотностью ρ высотой $10h$. Правый конец трубки открыт в атмосферу, система находится в состоянии равновесия.



1. Определите коэффициент k у плотности жидкости (смотрите рисунок).
2. В каком направлении и на сколько сместится свободная поверхность жидкости в правом колене трубки в новом состоянии равновесия, если убрать пробку?

$$\frac{9}{4} = s \text{ (правый свободный уровень поднимется на величину } s \text{)} (1)$$

5.3 Гидравлический пресс

Дополнительные задачи — в листке [Давление жидкости](#).

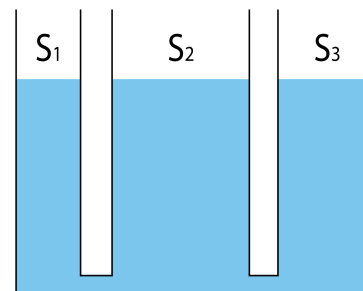
5.3.1. («Надежда энергетики», 2015, 7, 8) Имеются два гидравлических пресса. Радиус большого поршня второго пресса на $x = 20\%$ больше, чем радиус большого поршня первого пресса, а площадь малого поршня второго пресса на те же $x = 20\%$ меньше, чем площадь малого поршня первого пресса. Когда к малому поршню первого пресса прилагают силу $F_1 = 10$ Н, то на большой поршень действует сила $F_2 = 120$ Н. Какая сила будет действовать на большой поршень второго пресса, если к его малому поршню приложить силу F_2 ?

$$H \text{ 7697} = \frac{(x-1) \frac{1}{2} J}{z(x+1) \frac{z}{2} J} = \varepsilon J$$

5.4 Сообщающиеся сосуды

Дополнительные задачи — в листке [Сообщающиеся сосуды](#).

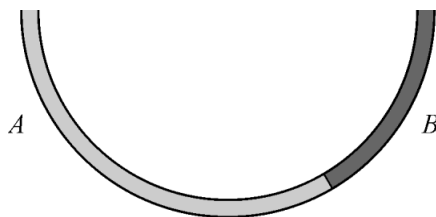
5.4.1. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) Сосуд состоит из трёх вертикальных цилиндров, сообщающихся друг с другом с помощью коротких тонких трубок. В этот сосуд налита вода. Площадь дна цилиндров равна $S_1 = 200$ см², $S_2 = 400$ см² и $S_3 = 300$ см². На сколько изменится суммарное давление, которое оказывает вода на дно этого сосуда, если долить в правый цилиндр (с площадью дна S_3) 9 литров воды? Плотность воды равна 1000 кг/м³, ускорение свободного падения 10 м/с². Ответ выразите в кПа и округлите до десятых долей.



1. 1,3;
2. 1,0;
3. 1,8;
4. 1,5;
5. 2,0.

2

5.4.2. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) Металлическую трубку согнули в форме половины окружности и расположили в вертикальной плоскости так, как показано на рисунке. Толщина трубки намного меньше радиуса окружности. В эту трубку налили две несмешивающиеся жидкости A и B . Известно, что объём жидкости A в 2 раза больше объёма жидкости B , масса жидкости A равна 86 г, а средняя плотность содержимого трубки равна 600 кг/м³.



1. Чему равна плотность жидкости A ? Ответ выразите в кг/м³ и округлите до целого числа.
2. Чему равна плотность жидкости B ? Ответ выразите в кг/м³ и округлите до целого числа.
3. Чему равна масса жидкости B ? Ответ выразите в граммах и округлите до целого числа.

5.4.3. («Надежда энергетики», 2017, 8) На горизонтальном столе стоят два цилиндрических сосуда, радиусы которых отличаются в 2 раза, соединённые горизонтальной трубкой вблизи дна. В сосуды наливают воду и в один из них кладут маленький грузик объёмом $V = 1 \text{ см}^3$ и массой $m = 10 \text{ г}$, после чего силы давления сосудов на стол становятся одинаковыми. Найдите объём воды в сосудах, если плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$. Массой соединительной трубки и объёмом воды в ней можно пренебречь.

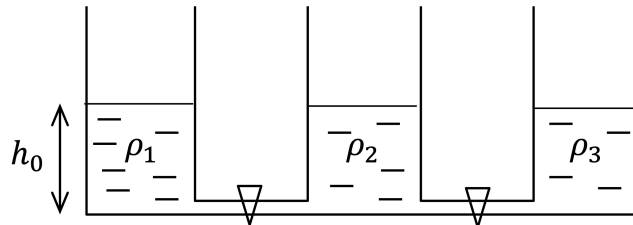
164 см³

5.4.4. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 8) Два одинаковых цилиндрических сосуда с площадью дна S стоят рядом на горизонтальном столе и соединены на высоте H тонкой трубкой. Один сосуд заполнен водой до уровня $3H/2$, во втором находится вода и кусок пробки объёмом V_0 , удерживаемый полностью погруженным с помощью прикрепленной к дну нити. Какими станут уровни воды в сосудах, если нить перерезать? Плотности воды и пробки равны $\rho_{\text{в}}$ и $\rho_{\text{п}}$.

$$H \text{ и } \frac{S}{V_0} \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right) - H \text{ равны, значит, равны и уровни воды в сосудах с пробкой и в сосуде с водой, если } H < \frac{S}{V_0} \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right) \text{ и}$$

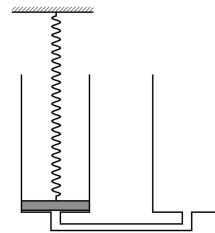
$$\frac{S}{V_0} \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right) \frac{H}{2} - \frac{H}{2} \text{ равны, значит, равны и уровни воды в сосудах, если } H > \frac{S}{V_0} \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} - 1 \right) \text{ и}$$

5.4.5. («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 8) Три одинаковых цилиндрических сосуда стоят рядом на горизонтальном столе и соединены вблизи дна тонкими трубками, которые перекрыты кранами (см. рис.). Сосуды заполнены до уровня h_0 жидкостями с плотностями ρ_1, ρ_2, ρ_3 , причем $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$. В какой последовательности нужно открыть краны, чтобы получить максимальную высоту столба жидкости в одном из сосудов? Чему равна эта высота?



$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_3} - \frac{\rho_2}{\rho_3} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{h_0}{2}$$

5.4.6. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 8) Два одинаковых сосуда с площадью сечения $S = 100 \text{ см}^2$ (каждый) соединены у основания тонкой трубкой. Левый сосуд закрыт невесомым поршнем, прикрепленным пружиной к потолку. Сосуды пусты, пружина не деформирована. Поршень плотно прилегает к стенкам сосуда, но движется без трения.



Когда в правый сосуд налили 4,5 литра воды, поршень поднялся на 15 см. Потом в воду насыпали 460 грамм соли, и когда она растворилась, поршень поднялся на 1 см. На какую высоту он поднимется, если в воду насыпать ещё 920 грамм соли?

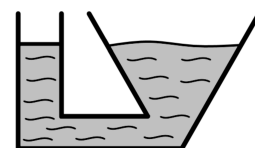
Примечание. Раствор не стал насыщенным. Считайте, что плотность раствора зависит от массы растворённой соли линейно ($\rho = \rho_0 + c \cdot m$, где m — масса растворённых солей, а c — некий постоянный коэффициент). Плотность пресной воды — 1000 кг/м^3 , $g = 10 \text{ Н/кг}$.

18 см

5.4.7. («Курчатов», 2021, 8) Три цилиндрических сосуда соединены трубками так, что первый сосуд соединен со вторым, а второй с третьим, на трубках установлены краны, позволяющие перекрывать трубки. В начальный момент времени краны открыты, а уровень жидкости таков, что места прикреплений трубок к сосудам погружены под воду. Сначала перекрыли кран между сосудом 1 и сосудом 2, а затем налили некоторый объем воды в сосуд 2, после чего уровень воды в сосуде 2 поднялся на 1 см. Затем был перекрыт кран между сосудом 2 и сосудом 3, а после этого открыт кран между сосудом 1 и сосудом 2. В сосуд 2 снова налили то же количество воды, что и в первый раз, и уровень воды в сосуде 2 поднялся на 2 см по сравнению с уровнем непосредственно перед вторым наливанием воды. Далее был снова открыт кран между сосудом 2 и сосудом 3, и оказалось, что уровень воды в сосуде 2 поднялся на 1,5 см по сравнению с уровнем до самого первого наливания воды. Найдите отношение диаметра сосуда 3 к диаметру сосуда 1.

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

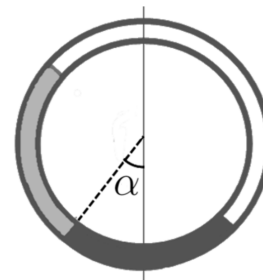
5.4.8. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 8) Два сосуда (один — цилиндрической, а другой — треугольной формы) соединены трубкой у основания. Цилиндрический сосуд сверху закрыт тонким невесомым поршнем (см. рис.). В начальный момент в обоих сосудах находится вода общим объёмом 400 мл. Экспериментатор наливает 10 мл некоторой жидкости в цилиндрический сосуд поверх поршня. В результате уровень воды в треугольном сосуде поднимается до 12 см. Какой объём этой жидкости необходимо долить, чтобы уровень воды в треугольном сосуде поднялся до 15 см?



Примечание. Площадь сечения цилиндрического сосуда — 20 см^2 , объём воды в треугольном сосуде определяется по формуле $V = Kh^2$, где h — уровень воды в нём, а $K = 2 \text{ см}$ — постоянный коэффициент. Плотность воды — 1000 кг/м^3 . Объёмом воды в соединяющей сосудах трубке можно пренебречь.

155,6 см

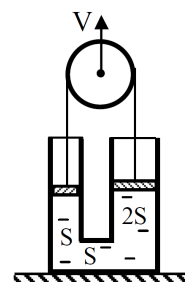
5.4.9. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 8) В длинную тонкую трубку залили равные объёмы двух несмешивающихся жидкостей с различными плотностями, заполнив её ровно наполовину. Трубку свернули в кольцо, расположив его в вертикальной плоскости (см. рис.). Угол, который составляет с вертикалью отрезок, проходящий через границу раздела жидкостей и центр кольца, равен $\alpha = 10^\circ$.



Найдите плотность лёгкой жидкости ρ_2 , если плотность тяжёлой известна и равна $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

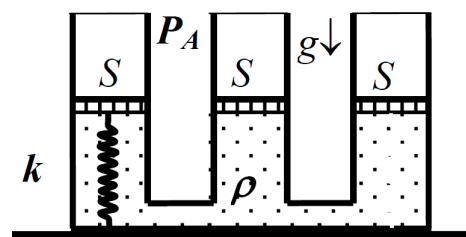
$$\rho_2 = \rho_1 \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

5.4.10. (Всесиб., 2015, 8) Вертикальные сообщающиеся сосуды с площадями сечения S и $2S$ соединены горизонтальным каналом площадью сечения S (см. рис.). Сосуды перекрыты невесомыми подвижными поршнями, и весь объем под поршнями заполнен несжимаемой жидкостью. К поршням прикреплена крепкая нерастяжимая нить, перекинутая через блок. Ось блока начинают перемещать вверх с постоянной скоростью V . С какой средней скоростью начинает двигаться жидкость в горизонтальном канале? Сами сосуды неподвижны, а поршни от жидкости не отрываются.



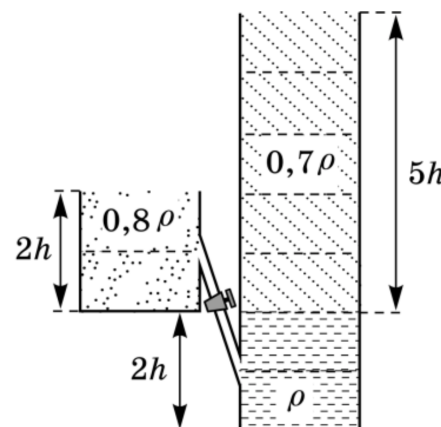
$$v = \frac{V}{3}$$

5.4.11. (Всесиб., 2019, 8) В три открытых сообщающихся цилиндрических сосуда одинакового сечения S налита жидкость плотности ρ . Поверх жидкости находятся одинаковые невесомые поршни, которые могут без трения двигаться вдоль сосудов так, что жидкость и воздух не соприкасаются. В левом крайнем сосуде поршень прикреплен к дну сосуда пружиной с жесткостью k (см. рисунок). Вначале поршни находятся на одном уровне. К среднему поршню прикладывают силу, направленную вниз, и медленно увеличивают ее величину до F_0 . На сколько при этом деформируется пружина, если жидкость несжимаема?



$$x = \frac{F_0}{3\rho g S} + 2k$$

5.4.12. (Олимпиада Максвелла, 2020, РЭ, 8) Два сообщающихся сосуда заполнены жидкостями до высот $2h$. Плотность жидкости в правом сосуде равна ρ , в левом — $0,8\rho$. Сосуды смещены по вертикали на высоту $2h$ (см. рис.). Кран в трубке изначально закрыт. В правый сосуд добавляют $5h$ жидкости с плотностью $0,7\rho$. Какой высоты H столб жидкости с плотностью $0,7\rho$ останется в правом сосуде после открывания крана? Сверху сосуды открыты. Объёмом соединительной трубки можно пренебречь.

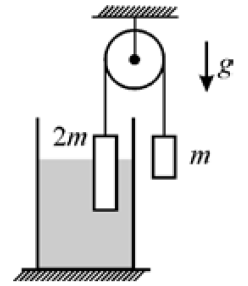


$$H = \frac{2h}{3}$$

5.5 Сила Архимеда

Дополнительные задачи — в листке [Сила Архимеда](#).

5.5.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 8*) Через лёгкий блок переброшена невесомая верёвка, на концах которой закреплены два тела массами m и $2m$. Более тяжёлое тело частично погружено в жидкость. Система находится в равновесии, трение отсутствует. Найдите модуль силы Архимеда, которая действует на тело массой $2m$.



1. $mg/2$.
2. mg .
3. $2mg$.
4. $3mg$.
5. 0.

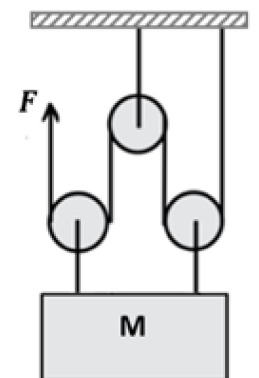
5

5.5.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 8*) Тело, подвешенное к пружинному динамометру, полностью погружили в цилиндрический сосуд с водой, площадь поперечного сечения которого равна 100 см^2 . В результате этого давление на дно сосуда увеличилось на 400 Па . Показание динамометра в случае погружённого в воду тела было 6 Н . Ускорение свободного падения равно 10 Н/кг . Плотность воды 1000 кг/м^3 .

1. Найдите массу тела. Ответ выразите в килограммах, округлите до целого числа.
2. Чему равна средняя плотность тела? Ответ выразите в кг/м^3 , округлите до целого числа.

0022 (2 1 (1

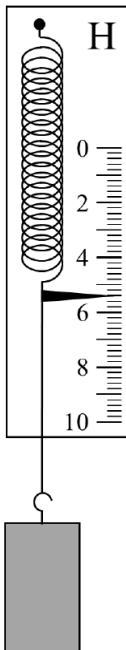
5.5.3. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 8*) Архимед проводил опыты с построенной им системой. В первый раз он опустил груз M полностью в воду, а во второй раз груз в воду погружен не был. Найдите отношение величин сил F_1/F_2 , необходимых для удержания груза в первом и втором случаях. Плотность воды равна 1 г/см^3 , плотность груза 4 г/см^3 , блоки очень лёгкие, нити невесомые и нерастяжимые. Ответ округлите до сотых долей.



1. 0,24;
2. 0,75;
3. 0,94;
4. 4.

7

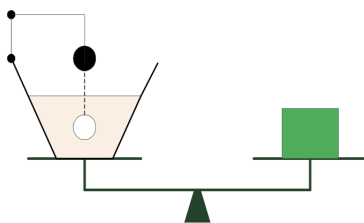
5.5.4. (Всеросс., 2023, ШЭ, 8) Алюминиевый груз подвесили к крючку динамометра в воздухе (см. рисунок). Что будет показывать динамометр, если этот груз полностью погрузить в воду, не снимая его с крючка? Плотность алюминия $2,7 \text{ г/см}^3$, плотность воды 1 г/см^3 , $g = 10 \text{ Н/кг}$.



1. 2,7 Н;
2. 3,4 Н;
3. 3,7 Н;
4. 4,4 Н.

2

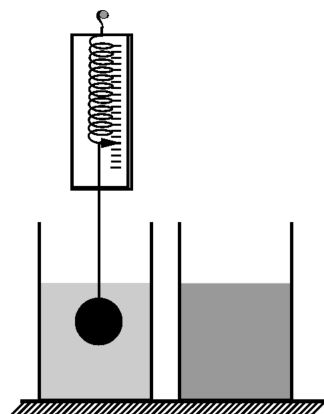
5.5.5. (Всеросс., 2020, МЭ, 8) На рычажных весах уравновешены сосуд с жидкостью и тело. К стенке сосуда прикреплен штатив, к которому на невесомой нити подвешен шарик. В исходном положении шарик погружен в жидкость. Что произойдет, если нить, на которой подвешен шарик, укоротить так, как показано на рисунке?



- А) перевесит тело
- Б) перевесит сосуд
- В) равновесие не нарушится
- Г) ответ зависит от плотности жидкости

5.5.6. (Всеросс., 2021, МЭ, 8) Медный шар, подвешенный к динамометру, переносят из сосуда с водой в сосуд с керосином. Как в результате этого изменяется показание динамометра? Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность керосина 820 кг/м^3 . Шар в обоих случаях полностью погружён в жидкость.

1. Увеличивается;
2. уменьшается;
3. не изменяется;
4. зависит от массы шара.



I

5.5.7. (Всеросс., 2023, МЭ, 8) На тонкой лёгкой нитке последовательно закреплены 60 одинаковых по объёму шариков. Из них 59 сделаны из дерева плотностью 800 кг/м^3 , а один — из железа. Плотность железа 7800 кг/м^3 . Железный шарик находится на конце этой цепочки. Данную цепочку бросили в бассейн с водой (плотность воды 1000 кг/м^3). Через некоторое время вода и цепочка пришли в неподвижное состояние. Глубина бассейна больше длины натянутой цепочки.

1. Сколько деревянных шариков полностью погружены в воду?
2. Сколько деревянных шариков будут полностью погружены в воду, если железный шарик заменить на золотой? Плотность золота 19300 кг/м^3 .

69 (2) 48 (1)

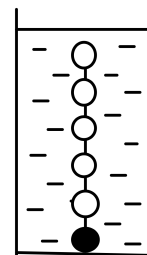
5.5.8. («Надежда энергетики», 2018, 8) Каждый год в НИУ МЭИ проходит «Ночь техники», на которую приезжают школьники. Они посещают научные и учебные лаборатории и смотрят различные опыты. Один из опытов в лаборатории кафедры физики проводили следующим образом. Сначала на электронных весах взвесили оболочку воздушного шарика, а затем его надули и взвесили снова. Что произошло с показаниями весов? Объясните ответ.

5.5.9. («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 8) На дне цилиндрического сосуда лежит шар радиуса R . Когда в сосуд налили объем V воды, сила давления шара на дно уменьшилась до $4/9$ от первоначального значения. После доливания такого же объема масла с плотностью $0,8$ плотности воды сила давления шара на дно обратилась в нуль. Найти площадь дна сосуда.

Указание. Объем шара $V_{\text{ш}}$ связан с его радиусом формулой $V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

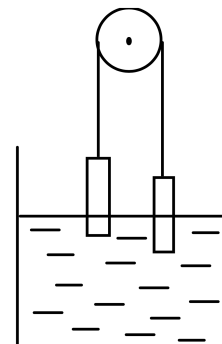
$$2R^2 \pi^{\frac{3}{2}} + \frac{R}{\lambda}$$

5.5.10. («*Будущие исследователи — будущее науки*», 2016, 8) Гирлянда состоит из связанных нитями N шаров одинакового размера. Массы всех шаров, кроме более тяжелого крайнего, одинаковы. Когда гирлянду поместили в сосуд с водой, она приняла вертикальное положение с лежащим на дне тяжелым шаром и полностью погруженными всеми шарами (см. рис.). Силы, действующие на тяжелый шар со стороны нити и дна, равны. Вода выталкивает каждый из шаров с силой, вдвое большей веса легкого шара. Найти отношение масс тяжелого и легкого шаров.



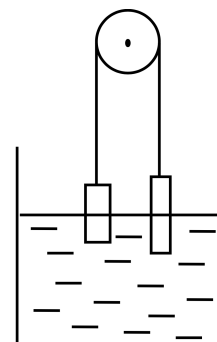
№7

5.5.11. («*Будущие исследователи — будущее науки*», 2017, 8) Два цилиндра одинаковой высоты 6 см и одинакового поперечного сечения висят на концах переброшенной через блок идеальной нити. При этом один из цилиндров погружен в воду на половину высоты, а другой — на треть (см. рис.). Плотности материалов цилиндров больше плотности воды. На сколько сместятся цилиндры относительно блока, если после доливания воды в сосуд ее уровень поднимется на 5 см?



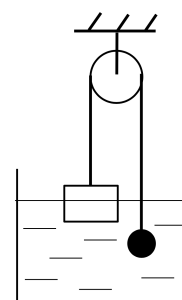
Правый цилиндр сместится на 2 см вниз, а левый — на 2 см вверх

5.5.12. («*Будущие исследователи — будущее науки*», 2019, 8) Два цилиндра одинаковой массы, сделанные из одного материала и имеющие длины 8 см и 10 см, висят на концах переброшенной через блок идеальной нити. При этом оба цилиндра наполовину погружены в воду (см. рис.). На сколько сместятся цилиндры, если после доливания воды в сосуд ее уровень поднимется на 4 см, на 5 см?



на $4/9$ см, на 0,5 см

5.5.13. («*Будущие исследователи — будущее науки*», 2020, 8) На концах переброшенной через блок нити уравновешены полностью погруженный в воду шар массой 0,5 кг и частично погруженный кусок льда массой 2 кг (см. рис.). Шар и лед не касаются дна сосуда. На сколько изменится масса льда, находящегося выше уровня воды, к моменту, когда в результате таяния льда равновесие нарушится и шар станет падать на дно? Плотность материала шара 5000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 . Считать, что конец нити все время остается замороженным в лед.

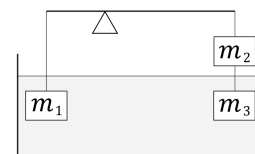


уменьшится на 160 г

5.5.14. («Шаг в будущее», 2021, 8) Для измерения прочности подводных аппаратов, их опускают в специальные цилиндрические барокамеры с водой, площадь поперечного сечения которых 5 м^2 . Перед таким измерением ученым требуется узнать, как много жидкости вытесняет аппарат, чтобы оставить запас. Известно, что при полном погружении сила натяжения троса, за который подвешен подводный аппарат, изменилась на 1500 Н . Определите, какое расстояние нужно оставить от поверхности воды до крышки барокамеры, чтобы вода не вытекла из нее. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$F_{\text{нат}} = \frac{S \cdot h \cdot \rho \cdot g}{\rho_{\text{в}}} = \rho g V_{\text{вытесн}} = \rho g V_{\text{аппарат}}$$

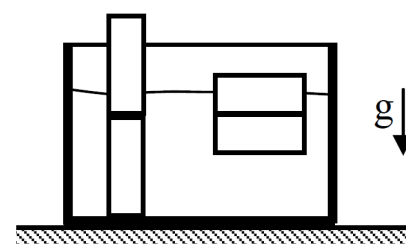
5.5.15. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 8) Разноплечный рычаг закреплён над аквариумом с водой. К левому концу подвешен грузик m_1 , к правому — грузики m_2 и m_3 , причём m_1 и m_3 погружены в воду, а m_2 — нет (см. рис.). Рычаг находится в равновесии. Известно, что если из аквариума вылить воду, рычаг останется в равновесии.



Найдите объём третьего груза, если известно, что объём второго 10 см^3 , плотность воды — 1 г/см^3 , плотности грузов $\rho_1 = 11,3 \text{ г/см}^3$, $\rho_2 = 7,2 \text{ г/см}^3$, $\rho_3 = 8,9 \text{ г/см}^3$.

$$m_1 g = m_2 g + m_3 g$$

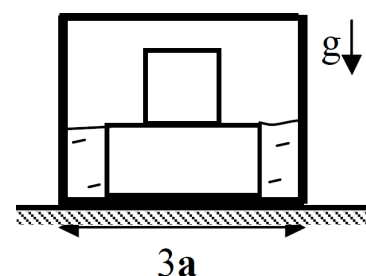
5.5.16. (Всесиб., 2016, 8) Школьник исследует два внешне одинаковых прямоугольных бруска. Когда он положил их друг на друга и опустил в сосуд с водой, то они плавали так, что из воды выступала половина верхнего бруска (см. рис.). Потом он поставил бруски друг на друга вертикально в тот же сосуд. При этом верхний брусок торчал из воды на 80% своей высоты, а нижний брусок давил на дно сосуда с силой, равной 75% собственного веса более легкого бруска.



Найти средние плотности материалов, из которых сделаны бруски, если плотность воды равна $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

$$F_{\text{давл}} = \rho_{\text{в}} g V_{\text{вытесн}} = \rho_{\text{в}} g \left(\frac{V_{\text{брусок}}}{2} \right) = \rho_{\text{в}} g \left(\frac{L \cdot a \cdot b}{2} \right)$$

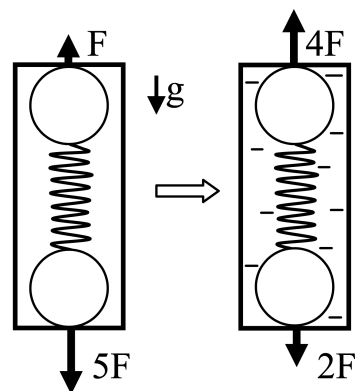
5.5.17. (Всесиб., 2017, 8) Деревянный «грибок» состоит из «ножки», сделанной из кубика с ребром a , и «шляпки», имеющей вид параллелепипеда $2a \times 2a \times a$. Масса грибка равна M . Этот грибок кладут на «шляпку» в бак с плоским квадратным дном размерами $3a \times 3a$. В бак медленно наливают воду. Как только шляпка полностью погрузилась в воду, грибок поплыл, чуть-чуть оторвавшись от дна. Плававший грибок переворачивают ножкой вниз и опускают назад в воду. С какой силой грибок будет теперь давить на дно бака?



$$F_{\text{давл}} = \rho_{\text{в}} g V_{\text{вытесн}} = \rho_{\text{в}} g (2a^2 \cdot a) = 2 \rho_{\text{в}} g a^3$$

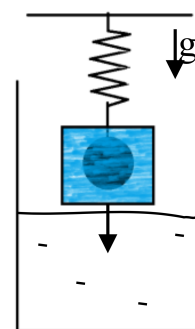
5.5.18. (Всесиб., 2020, 8) Внутри вертикального закрытого с обоих торцов сосуда находятся два одинаковых сплошных шара. Между шарами вставлена невесомая пружина, как показано на рисунке. В исходной ситуации шары давят на нижнюю и верхнюю крышки с силами $5F$ и F , соответственно. Внутренний объем сосуда заполнили жидкостью плотности ρ_0 , и после этого шары стали давить на эти крышки с силами $2F$ и $4F$, соответственно. Найти плотность шаров ρ .

$$\xi/0d\zeta = d$$



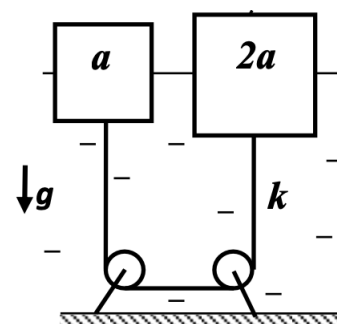
5.5.19. (Всесиб., 2021, 8) Медный шарик полностью заморожен в лед и подвешен на пружинке (см. рис. справа). Конструкцию стали опускать вниз и весь кусок льда вместе с шариком полностью опустили в воду. При этом пружина уменьшила свою длину на $H_1 = 8$ см. После того как лёд растаял, длина пружины снова изменилась — на $H_2 = 0,5$ см. Найти отношение объемов шарика и льда, в который был заморожен шарик (плотность воды — 1000 кг/м³, льда — 900 кг/м³). Собственным объемом пружинки пренебречь.

$$9'0$$



5.5.20. (Всесиб., 2022, 8) Два кубика с длинами ребер a и $2a$ связаны длинной и тонкой резинкой с коэффициентом жесткости k . Резинка охватывает два блока, закрепленных на дне большого сосуда (см. рис.). В исходном равновесном положении каждый кубик погружен в жидкость на половину своего объема, а натяжение резинки равно $T_0 > 0$. Какую минимальную внешнюю силу F надо приложить к какому-нибудь из кубиков в вертикальном направлении, чтобы натяжение резинки в равновесии уменьшилось до нуля? Явно указать, к какому именно кубику следует приложить такую силу и почему. Плотность жидкости ρ .

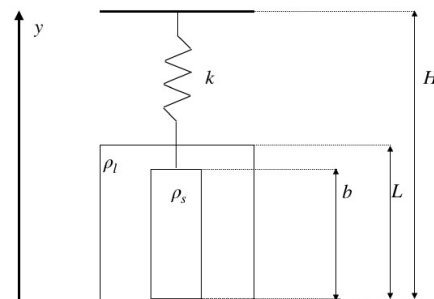
$$\frac{0L-\tau v^6 d\tau}{\tau v^6 d\tau} > \eta \text{ или } \frac{\tau v^6 d\tau}{\tau v^6 d\tau} = \mathcal{J} : \frac{0L-\tau v^6 d\tau}{\tau v^6 d\tau} < \eta \text{ или } \left(\frac{\eta}{\tau} + \frac{v}{\tau} \right) 0L = \mathcal{J}$$



5.5.21. («Курчатов», 2020, 8) Вова хочет найти плотность сорванной им неспелой груши, но под рукой у него имеются лишь таз с водой и динамометр. Взвесив грушу при помощи динамометра в воздухе, Вова установил растяжение пружины — 1,2 сантиметра. При погружении груши целиком в таз с водой, растяжение пружины динамометра оказалось в 4 раза меньше. Найдите плотность груши. Ускорение свободного падения можно считать равным 10 Н/кг, плотность воды 1 г/см³.

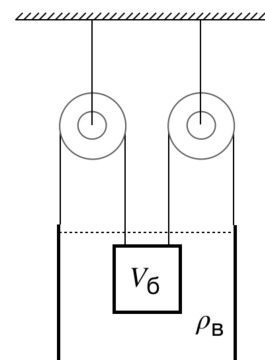
$$\rho_{\text{груши}} = 1,33 \text{ г/см}^3$$

5.5.22. («Курчатов», 2021, 8) Брусок имеет форму прямоугольного параллелепипеда высоты $b = 20$ см и квадратным основанием со стороной $a = 5$ см. Плотность материала бруска $\rho_s = 7$ г/см³. Брусок стоит на дне сосуда, высота уровня жидкости равна $L = 40$ см, плотность жидкости равна $\rho_l = 1$ г/см³, причем нижняя грань бруска так плотно прилегает ко дну сосуда, что жидкость не проникает между нижней гранью бруска и дном сосуда. Верхняя грань бруска крепится на пружину с коэффициентом жесткости $k = 500$ Н/м, которая в нерастянутом состоянии имеет длину $l = 20$ см. На какой максимальной высоте H относительно дна сосуда можно закрепить верхний конец пружины, чтобы нижняя грань бруска не отрывалась от дна сосуда? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².



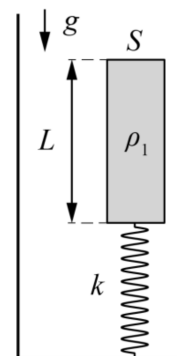
$$\text{но } 8\text{r} = \frac{q}{bq \frac{v^2}{d} + \frac{q}{v(q-1)} b l d} + q + l = H$$

5.5.23. («Курчатов», 2023, 8) Ёмкость, наполненную водой до объема V_B , симметрично закрепляют с бруском двумя нерастяжимыми тросами, перекинутыми через два блока, при этом брусок погружен в ёмкость с водой, как показано на рисунке. Ёмкость и тросы считать невесомыми. Объём бруска V_6 в 5 раз меньше объёма воды V_B . Система находится в равновесии, брусок полностью погружен в воду, но не касается дна. Определите, во сколько раз плотность материала бруска ρ_6 больше плотности воды ρ_B . Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



$$L = \frac{a d}{g d}$$

5.5.24. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) Груз плотности $\rho_1 = 0,80$ г/см³ прикреплен к пружине с коэффициентом жесткости $k = 50$ Н/м, нижний конец которой соединён с дном сосуда. Длина пружины в недеформированном состоянии $L_0 = 10$ см, высота груза $L = 12,5$ см, площадь поперечного сечения груза $S = 10$ см².



В сосуд начинают медленно наливать воду.

Найдите зависимость деформации Δx пружины от уровня h воды в сосуде. Плотность воды $\rho = 1,00$ г/см³, $g = 10$ Н/кг.

Укажите, при каких значениях h пружина растянута. Постройте график зависимости Δx от h , считая, что если пружина сжата то $\Delta x < 0$. Объёмом и массой пружины можно пренебречь.

$$\Delta x = \begin{cases} 2 \text{ см,} & \text{если } h > 8 \text{ см;} \\ \frac{m + \rho S(L-h)}{(q-0)S b \delta + b i}, & \text{если } 8 \text{ см} < h < 20 \text{ см;} \\ -\frac{k + \rho S(L-h)}{(q-0)S b \delta + b i}, & \text{если } 20 \text{ см} < h < 23 \text{ см;} \\ 0,5 \text{ см,} & \text{если } h < 23 \text{ см.} \end{cases}$$

5.6 Плавание тел

Дополнительные задачи — в листке [Плавание тел](#).

5.6.1. (Всеросс., 2022, ШЭ, 8) В вертикальном цилиндрическом сосуде с пресной водой плавает кусок льда, замороженный из этой воды. Как изменятся давление p и сила давления F воды на дно сосуда, если лёд растает?

1. Давление жидкости на дно увеличится, сила давления на дно не изменится.
2. Давление жидкости на дно уменьшится, сила давления на дно не изменится.
3. Давление жидкости на дно не изменится, сила давления на дно не изменится.
4. Давление жидкости на дно не изменится, сила давления на дно увеличится.

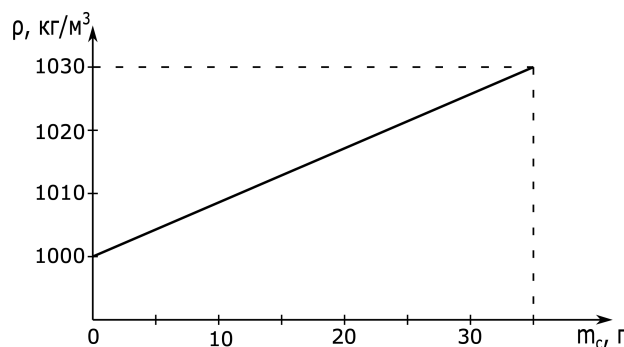
Э

5.6.2. (Всеросс., 2020, ШЭ, 8) Поплавок плавает сначала в воде, а потом в керосине. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 800 \text{ кг/м}^3$.

1. Найдите отношение $\frac{V_{\text{в}}}{V_{\text{к}}}$, где $V_{\text{в}}$ — объём погружённой части поплавка в воде, $V_{\text{к}}$ — объём погружённой части поплавка в керосине.
2. Чему равна сила Архимеда, действующая на поплавок, когда он плавает в воде, если масса поплавка 50 г? Ускорение свободного падения 10 Н/кг. Ответ укажите в ньютонах и округлите до десятых долей.

0.5 (1) 8.0 (2)

5.6.3. (Всеросс., 2022, МЭ, 8) При растворении в воде соли плотность жидкости увеличивается. График зависимости плотности солёной воды от массы растворённой в ней соли приведён на рисунке. Из оливкового дерева, плотность которого равна 960 кг/м^3 , вырезали брусок размерами $15 \text{ см} \times 10 \text{ см} \times 5 \text{ см}$ и опустили его плавать в чистую воду. Брусок плавает так, что его самое короткое ребро расположено вертикально.



1. Какое максимальное количество грузиков массой 4 г каждый можно поставить на этот брусок, чтобы он не утонул?
2. В воде растворили 14 граммов соли. Найдите плотность полученного раствора. Ответ выразите в кг/м^3 , округлив до целого числа.
3. Тот же брусок опустили плавать в полученный раствор. Какое максимальное число прежних грузиков массой 4 г каждый можно в этом случае поставить на брусок, чтобы он не утонул?

5.6.4. («Надежда энергетики», 2017, 8) Имеются две химически не взаимодействующие жидкости. Кубик, выполненный из некоторого материала, плавает в первой жидкости, погружившись на треть своего объёма. Во второй жидкости он плавает, погружившись на две трети объёма. Жидкости однородно смешивают друг с другом в объёмном отношении $\frac{V_1}{V_2} = n$. Какая часть кубика будет находиться над поверхностью смеси жидкостей, когда он будет плавать в ней?

$$\frac{3+n}{1+n}$$

5.6.5. («Надежда энергетики», 2018, 8) Петя сделал модель корабля и стал испытывать её в цилиндрической бочке. К Пете подошла его младшая сестра Лена, посадила на корабль в качестве «пассажира» своего резинового ёжика и стала играть. Петя заметил, что при плавании корабля с ёжиком уровень воды в бочке выше на 1 см того уровня воды, который был в бочке изначально (без корабля и без ёжика). В результате неосторожности при игре корабль перевернулся и пошёл ко дну, при этом ёжик остался на плаву. Петя заметил, что уровень воды в бочке при этом понизился на 3 мм. Попробуйте рассчитать отношение средней плотности материала модели корабля к плотности воды, если масса корабля в $n = 3/2$ раза больше массы ёжика.

$$2 = \eta$$

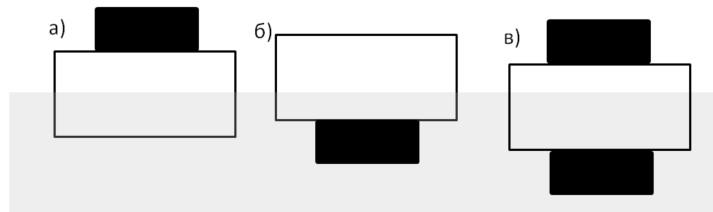
5.6.6. («Надежда энергетики», 2020, 8) Чашка массой $m = 400$ г вмещает $V = 600$ мл воды. В начале опыта пустая чашка плавает на поверхности воды. В чашку тонкой струйкой наливают воду. Чашка тонет, когда её заполняют на $2/3$ объёма. Определите плотность материала, из которого изготовлена чашка. Плотность воды равна 1000 кг/м³. В ответе приведите формулу для определения плотности материала чашки в общем виде.

$$\rho_{\text{м}}/\text{кг} = \frac{(m - \rho_{\text{в}} V) \rho_{\text{в}}}{\frac{2}{3} V} = \rho_{\text{в}}$$

5.6.7. («Надежда энергетики», 2021, 8) Пустой тонкостенный сферический сосуд плавает на границе раздела воды (плотность $\rho_1 = 1000$ кг/м³) и керосина ($\rho_2 = 800$ кг/м³) так, что в воду погружено 20% объёма сосуда. После того как в сосуд налили жидкость плотностью $\rho_3 = 720$ кг/м³, граница раздела воды и керосина прошла через центр сосуда. Определите, какая часть объёма сосуда была заполнена налитой в него жидкостью.

$$1/11$$

5.6.8. (Олимпиада КФУ, 2020, 8) Миша выполняет лабораторную работу на закон Архимеда. Ему нужно определить плотность брусков (параллелепипедов), опуская их в воду. У него есть два маленьких абсолютно одинаковых бруска из плотного материала и один большего размера из менее плотного. Миша случайно пролил быстросохнущий клей на большой брусок, и, не заметив этого, положил на него маленький. В результате этого бруски оказались прочно скреплены. Не растерявшись, он провёл три измерения глубины погружения большого бруска, схематически изображённые на рисунке. В случае а) он погрузился на $1/2$, в случае б) на $1/3$, а в случае в) на $2/3$. После этого время на измерения закончилось. Сможет ли Миша из полученных данных рассчитать плотность брусков, зная плотность воды $\rho_{\text{в}}$? Если да, то какова их плотность?



$$\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{в}} \left(\frac{\beta}{\alpha} + \gamma \right)$$

5.6.9. (Олимпиада КФУ, 2021, 8) В сосуде слой масла плавает на поверхности воды. Брусок плавает в сосуде таким образом, что отношение объема бруска, погруженного в воду ко всему объему бруска равно α . Доля объема бруска, погруженная в масло, равна β . Остальная часть объема находится над поверхностью масла. В сосуд доливают масло таким образом, что брусок перестает касаться воды. Доля объема бруска, находящаяся **над поверхностью** масла в таком состоянии, равна γ . Найдите плотность масла, если плотность воды $\rho_{\text{в}}$. Дайте также и численный ответ, если $\alpha = \beta = 1/3$, $\gamma = 1/4$, плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

$$\rho_{\text{м}} = \rho_{\text{в}} \left(\frac{\beta}{\alpha} + \gamma \right)$$

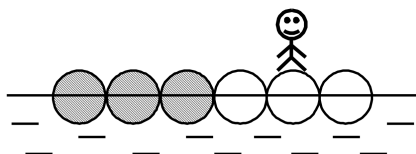
5.6.10. (Олимпиада КФУ, 2023, 8) На поверхности воды плавают две доски. Площадь и плотность древесины досок одинаковы, но толщина второй доски в $n > 1$ раз больше. Груз сначала кладут на первую доску. Под его весом она погружается полностью, но груз остается над поверхностью воды. Затем тот же груз ставят на вторую доску, и она погружается на долю $\gamma < 1$ своего объема. Найдите плотность древесины досок. Дайте ответ в общем виде и для $n = 3$, $\gamma = 3/4$. Плотность воды 1000 кг/м^3 .

$$\rho_{\text{д}} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\gamma}$$

5.6.11. («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 8) В сосуде с водой плавает погруженный до половины шар с прикрепленной к нему металлической цепочкой, при этом половина цепочки лежит на дне. После того, как в сосуд долили воды, шар оказался погруженным на $2/3$ своего объема, а цепочка перестала давить на дно. Найти отношение масс шара и цепочки. Объемом цепочки пренебречь.

1

5.6.12. («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 8) Плот является жесткой конструкцией из шести бревен одинаковой длины и диаметра: трех — из дерева одной плотности (заштрихованы на рисунке) и трех — из дерева другой плотности (не заштрихованы). Когда человек стоит на втором бревне с краю, плот занимает горизонтальное положение, и каждое бревно погружено в воду до половины (см. рис.). То же бревно, взятое отдельно от плота, удерживает стоящего на нем человека, полностью погрузившись в воду. Во сколько раз масса плота больше массы человека? Чему равно отношение плотностей дерева, из которого сделан плот?



$$\rho_{\text{пл}} = 2 \rho_{\text{ч}} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) = 2 \rho_{\text{ч}}$$

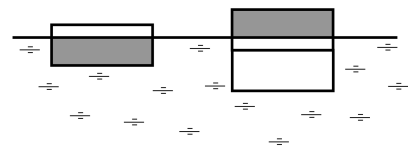
5.6.13. («Росатом», 2021, 8) Деревянный брусок плавает в одной жидкости, погрузившись на $2/3$ своего объема. Тот же брусок плавает в другой жидкости, погрузившись на $1/3$ своего объема. Смешивают массу M первой жидкости и массу $M/2$ второй жидкостей. На какую часть своего объема погрузится в эту смесь тот же брусок? Объем смеси жидкости равен сумме объемов ее компонент.

6
9

5.6.14. («Курчатов», 2021, 8) В таз с водой погружают ледяной шар, в котором есть замкнутая полость, частично заполненная водой — V_1 , а частично — воздухом — V_2 . Шар погружен в воду только наполовину. Если поместить в таз с водой такой же шар, но изменить содержимое полости так, что объем V_1 , ранее занимаемый водой, теперь занимает воздух, а объем V_2 , который прежде был занят воздухом, теперь занимает вода, то шар погрузится в воду на $2/3$. Найдите отношение объема полости к объему шара. Плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,92 \text{ г/см}^3$. Силой тяжести, действующей на воздух в полости, пренебречь.

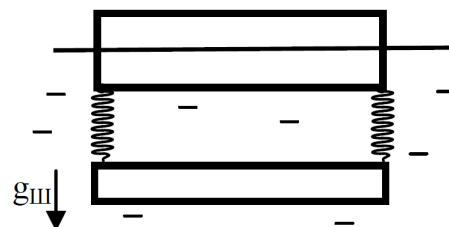
8
0

5.6.15. («Росатом», 2022, 8) Брусок в форме прямоугольного параллелепипеда плавает в воде. Когда на него поставили еще один точно такой же брусок, над поверхностью воды оказался точно такой же объем, как и объем погруженной в воду части одного бруска (на рисунке эти объемы закрашены). Найти плотность материала брусков, если плотность воды ρ_0 .



$$\rho d \frac{\xi}{\tau} = d$$

5.6.16. (Всесиб., 2018, 8) На планете Шелезяка II тамошние школьники из одного и того же материала сделали два прямоугольных бруска размерами $0,3\Upsilon \times 1\Upsilon \times 2\Upsilon$ и $0,1\Upsilon \times 1\Upsilon \times 2\Upsilon$ (Υ — обозначение шелезячной единицы измерения длины). Они соединены четырьмя одинаковыми пружинами по углам так, что большие грани обращены друг к другу. Всю конструкцию положили в жидкость, как показано на рисунке. После установления равновесия оказалось, что верхний брусок погружен в жидкость наполовину.



Всю конструкцию переворачивают «вверх ногами» и снова опускают плавать в жидкость. Во сколько раз изменилась величина деформации пружин в новом положении равновесия, если пружины подчиняются закону Гука? Учтите, что плотность атмосферы в месте проведения экспериментов в 5 раз меньше плотности жидкости. Массой и объемом пружин пренебречь.

$$\text{раз} \approx 1,67 \text{ раз} = \frac{\xi}{\xi} = \frac{\Delta b(\rho d - \kappa d)}{\Delta b \cdot (\xi / \kappa d - \rho d)}$$

5.6.17. (МОШ, 2020, 8) Студент-биофизик исследует физические основы плавания дельфинов. Он рассматривает следующую простую модель.

Объём дельфина складывается из объёма тканей тела V_T , несжимаемых при погружении, и объёма различных газовых полостей V_G (например, лёгких), который при погружении уменьшается под действием давления воды. Студент считает, что согласно газовым законам, произведение давления $P(h)$ на глубине h на объём $V_G(h)$ должно оставаться постоянным на всех глубинах:

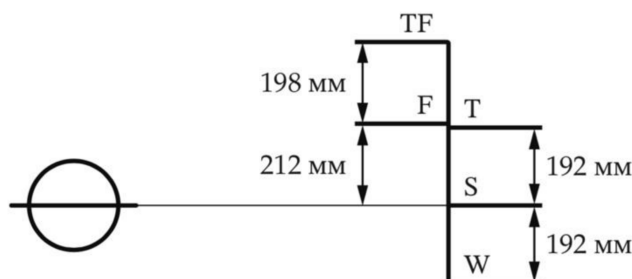
$$P(h)V_G(h) = \text{const.}$$

Пусть дельфин движется вертикально вниз с характерной для себя скоростью v . Расчёты студента показывают, что по достижении *нижней критической глубины* $h_H = 30$ м дельфин может продолжать движение вниз, не совершая никаких усилий. Иначе говоря, не создавая силы тяги. При движении вертикально вверх с той же скоростью v , достигнув *верхней критической глубины* $h_B = 10$ м, дельфин продолжит всплывать, не создавая силы тяги. Атмосферное давление равно $P_0 = 10^5$ Па, плотность воды и ускорение свободного падения равны: $\rho = 1000$ кг/м³ и $g = 10$ Н/кг. Плотность тканей тела отличается от плотности воды на 2%. Зависимость силы сопротивления воды от скорости неизвестна.

- 1) Определите отношение объёма тканей тела к объёму полостей при нулевой глубине $\frac{V_T}{V_G(0)}$. Можно считать, что при нулевой глубине газовые полости заполнены воздухом при атмосферном давлении P_0 .
- 2) Экспериментально наблюдаются значения критических глубин: $h_H \approx 67$ м и $h_B \approx 6$ м. Чем может быть обусловлено расхождение предсказаний модели студента и экспериментальных данных?

92'81 (1)

5.6.18. (МОШ, 2022, 8) **Грузовая марка.** Грузовая марка (Plimsoll line) — это отметка на борту торгового судна, показывающая, до какого уровня судно может погружаться в различные воды при максимальной загрузке. На рисунке приведен пример грузовой марки некоторого судна и обозначены расстояния между отметками марки. Верхняя линия TF указывает предельную осадку нагруженного судна в пресной воде в тропиках, плотность которой равна 994 кг/м³. Ниже расположена линия F, соответствующая осадке в пресной воде в умеренных широтах (плотность равна 998 кг/м³). Площадь сечения корпуса судна на уровне воды вблизи марки можно считать постоянной.



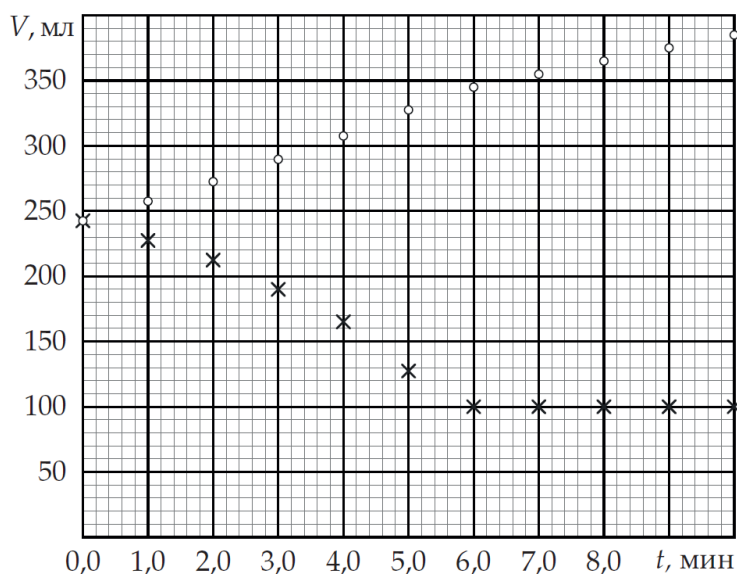
- А) Какова плотность зимней морской воды, которой соответствует линия W на грузовой марке?
- В) Используя данные задачи, найдите разность температур пресной воды в тропиках и умеренных широтах, если коэффициент теплового расширения воды равен $3 \cdot 10^{-4}$ 1/°C. Ко-

коэффициент теплового расширения равен относительному увеличению объёма тела при изменении его температуры на один градус.

$$\Delta \rho = 1000 \text{ кг/м}^3; \Delta t = 13,4^\circ\text{C} \pm 0,2^\circ\text{C}$$

5.6.19. (МОШ, 2023, 8) Вода и масло. Цилиндрический сосуд с нанесённой на боковую поверхность мерной шкалой частично заполнен водой, в которой плавает выпуклая пластиковая игрушка. В сосуд начинают добавлять масло, которое течёт тонкой струйкой с постоянной скоростью μ , измеряемой в мл/с.

Каждую минуту с помощью мерной шкалы определяют два значения объёма, соответствующие положению уровня поверхности воды и масла. Результаты измерений показаны на графике, представленном ниже. В процессе эксперимента жидкости не смешиваются.



Маркеры одной формы (кружки или крестики) соответствуют одной из жидкостей. Плотность воды равна 1 г/см^3 , плотность масла меньше плотности воды.

А. Чему равна скорость μ ?

В. Определите плотность масла.

$$\mu = 0,17 \text{ мл/с}; \rho_{\text{м}} = 0,77 \text{ г/см}^3$$

5.6.20. (*Олимпиада Максвелла, 2020, РЭ, 8*) Считается, что одной из причин исчезновения судов в Саргассовом море является большое количество пузырьков газа, выделяемых водорослями (саргассаами).

В некотором месте A моря, когда экипаж корабля наблюдал пузырьки газа, поднимающиеся из глубины, судно было погружено на четверть своего объёма. Проплыв некоторое расстояние, корабль погрузился уже наполовину, а концентрация пузырьков увеличилась вдвое. Считая, что размеры пузырьков не изменяются, определите:

1. Во сколько раз плотность «газированной» воды в месте A меньше плотности обычной воды?
2. Во сколько раз должна измениться концентрация пузырьков по отношению к концентрации в месте A , чтобы судно начало тонуть?

Примечание: Концентрацией пузырьков n будем называть отношение количества пузырьков в «газированной» воде к её объёму.

$$\frac{2}{5} \left(\frac{3}{2} \right) (1)$$

5.7 Движение в вязкой среде

Дополнительные задачи — в листке [Сопротивление среды](#).

5.7.1. (*Олимпиада КФУ, 2022, 8*) В распоряжении экспериментатора есть два типа шариков: легкие и тяжелые. Оба типа шариков имеют одинаковый объем и покрыты одинаковой оболочкой. Если связать один легкий и один тяжелый шарик тонкой невесомой нитью и поместить в глицерин, они будут находиться в равновесии, полностью погрузившись в жидкость. Если взять два легких и один тяжелый шарик и поместить в масло, система также будет в равновесии, полностью погрузившись в жидкость. При погружении связанного одного легкого и одного тяжелого шарика в воду, система начнет тонуть с установившейся скоростью $v_0 = 0,1$ м/с. Найти среднюю плотность каждого шарика. Какая установившееся скорость будет у легкого и тяжелого шарика в воде, если нить между ними перерезать? Силу вязкого трения считать прямо пропорциональной скорости тела относительно среды. Силой трения, действующей на нить, пренебречь. Плотность глицерина $\rho_{\Gamma} = 1260$ кг/м³, воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, масла $\rho_{\text{м}} = 900$ кг/м³.

$$v/v_0 \approx \frac{\rho_{\text{д}} - \rho_{\text{с}}}{0,5(\rho_{\text{д}} + \rho_{\text{с}}) - \rho_{\text{с}}}$$

5.7.2. (*«Надежда энергетики», 2016, 8*) Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.

$$\xi = \frac{v_1}{v_2}$$

5.7.3. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 8) Капля дождя имеет диаметр 2 мм и падает со скоростью около 5 м/с. Оцените, на какое расстояние за сутки «упадёт» облако, если оно состоит из капелек размера 0,01 мм.

Считайте, что восходящих или нисходящих потоков атмосферы возле облака нет. Известно, что сила сопротивления капле при её движении сквозь облако задаётся формулой $F = kRv$, где R — радиус капли, v — её скорость, а k — коэффициент, который при заданной плотности атмосферы можно считать постоянным.

Облако упадёт на расстояние порядка 10 м

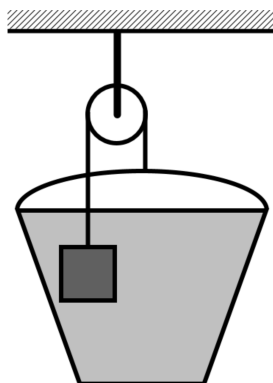
5.7.4. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 8) Один шар массы m равномерно всплывает в вязкой жидкости, а другой, имеющий равный с ним радиус и массу $2m$, равномерно погружается в этой жидкости с той же скоростью. Какой будет сила натяжения нити, если скрепить ею шары и поместить их в ту же жидкость? Ускорение свободного падения равно g .

7/6ш

5.8 Комбинированные задачи по гидростатике

Дополнительные задачи — в листке [Комбинированная гидростатика](#).

5.8.1. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 8) В ведро собственной массы $m_0 = 600$ г налили воду массой $M = 9$ кг и подвесили на лёгком блоке груз объёмом $V = 3$ дм³ так, что система оказалась в равновесии (см. рис.).

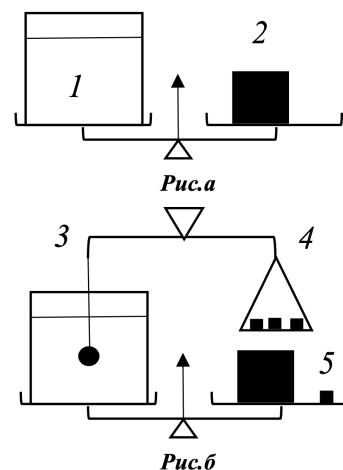


При какой плотности груза это возможно?

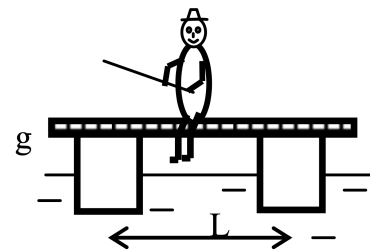
5,2 г/см³

5.8.2. («Надежда энергетики», 2022, 8) Кастрюля с водой 1 уравновешена на рычажных весах с помощью гири 2 (см. рис. а). В воду опускают металлический шарик 4, подвешенный на легкой нити (см. рис. б) так, что он не касается дна и стенок кастрюли. Нить привязана к коромыслу 3 вторых весов, равновесие которых достигается при помещении на правую чашку трех одинаковых гирек 5. Определите плотность материала шарика, если для уравновешивания весов с кастрюлей к гире 2 необходимо добавить одну гирьку 5. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³.

4000 кг/м³

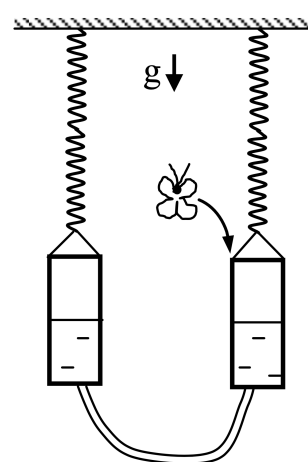


5.8.3. (*Всесиб., 2020, 8*) Чтобы не стоять весь день в воде, рыбак соорудил себе плавающую скамейку. Для этого он взял два одинаковых очень легких, тонкостенных и пустых внутри поплавка в виде параллелепипедов. Поплавки он прикрепил к легкой доске так, что расстояние между центрами поплавков равно $L = 3$ м. Рыбак сел на середину доски, при этом каждый поплавок погрузился на две пятых от своего объема. Однако во время ловли выяснилось, что в одном из поплавков была маленькая течь. И чтобы доска оставалась горизонтальной, рыбаку пришлось все время смещаться в сторону одного из поплавков. Какая часть дырявого поплавка оказалась заполненной водой к тому моменту, когда рыбак сидел на расстоянии $X = 0,6$ м от центра доски?



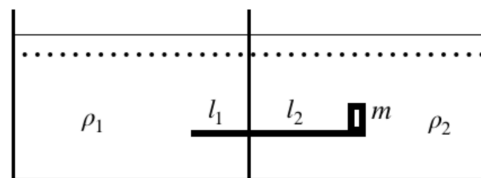
78'0

5.8.4. (*Всесиб., 2020, 8*) На двух одинаковых пружинах с жесткостью $k = 20$ Н/м висят два одинаковых сосуда, соединенные тонкой и легкой трубкой, как показано на рисунке. Сосуды имеют форму параллелепипедов с внутренним сечением 4 см \times 5 см и высотой 10 см. Каждый сосуд аккуратно заполняют жидкостью с плотностью $\rho = 1$ кг/дм³ ровно наполовину, и вся система находится в равновесии. На *правый* сосуд садится мошка массой 1 г. Насколько после этого сместится *левый* сосуд? Влиянием веса трубки с жидкостью на равновесие системы пренебречь. Считать, что вес груза с массой 1 кг равен 10 Н.



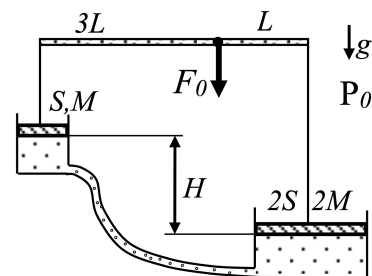
$$h \approx 5 \text{ см}$$

5.8.5. (*«Курчатов», 2020, 8*) Сосуд разделён перегородкой на две части. В правую часть налито масло, в левую — вода. Через перегородку проходит рычаг, который может вращаться на шарнире без трения. Рычаг имеет форму цилиндра с площадью основания $S = 0,5$ см². Плотность дерева, из которого сделан рычаг, равна $\rho = 630$ кг/м³. Длина левого плеча рычага равна $l_1 = 30$ см, правого — $l_2 = 70$ см. Плотность воды равна $\rho_1 = 1000$ кг/м³. Для того, чтобы рычаг оставался в равновесии, на край правого плеча рычага ставят гирьку массы $m = 50$ г с плотностью $\rho_r = 7800$ кг/м³. Найдите плотность масла ρ_2 . Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².



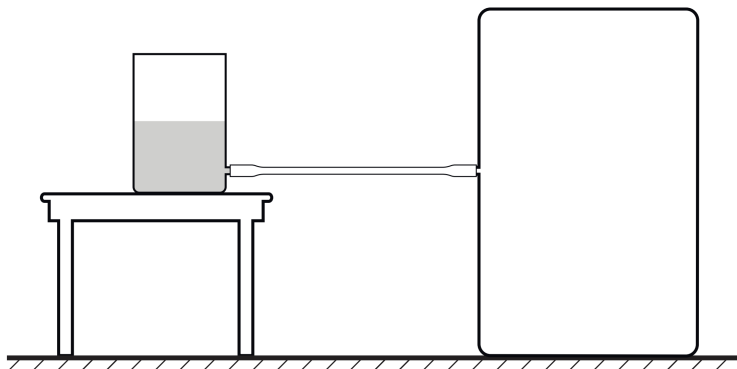
$$\rho_2 \approx \frac{\rho_r l_2 + \rho_1 l_1}{l_2 + l_1} = 780 \text{ кг/м}^3$$

5.8.6. (Всесиб., 2022, 8) Имеется два сообщающихся сосуда, жестко закрепленных на разных уровнях. В сосудах находится жидкость, которая накрыта сверху подвижными поршнями площадью сечения S и $2S$, причем больший поршень вдвое тяжелее меньшего и находится ниже него на H . К поршням прикреплены вертикальные стержни, на которые опирается перемычка длиной $4L$ (см. рис.). Найдите плотность жидкости, если эта система находится в равновесии, когда к перемычке приложена вертикальная сила F_0 в точке, делящей перемычку давление равно P_0 .



$$\frac{H^6 S^2 g}{F_0}$$

5.8.7. (МОШ, 2021, 8) **Предложите конструкцию.** На столе стоит цилиндрический сосуд с вертикальными стенками, заполненный водой примерно наполовину. Площадь сечения сосуда равна $S = 400 \text{ см}^2$, внизу сосуда имеется штуцер, к которому присоединён горизонтально расположенный шланг. Другой конец шланга соединён со штуцером «чёрного ящика», в котором находится неизвестное устройство (см. рисунок).

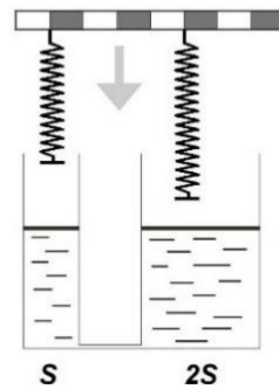


Неизвестное устройство действует следующим образом. Если в сосуд доливают немного воды (Δm порядка 100 г), уровень жидкости в сосуде опускается (!) по сравнению с первоначальным. Если же после этого из сосуда зачерпывают такую же порцию воды, то уровень поднимается до первоначальной высоты. Предложите конструкцию устройства, которое может находиться внутри чёрного ящика. Изобразите схему устройства и коротко объясните принцип его работы.

Известно, что в конструкции устройства используется некоторое оборудование из следующего списка: цилиндрический сосуд — такой же, как на столе, нерастяжимые нити, пружина жёсткостью $k = 300 \text{ Н/м}$, набор грузов разных масс, резиновый шланг с внутренним диаметром, соответствующим диаметру штуцера на стенке ящика. Все грузы и сосуд снабжены крючками, которые могут быть использованы для крепления нитей и пружины. Крепления для нитей и пружины имеются также на потолке и стенах ящика.

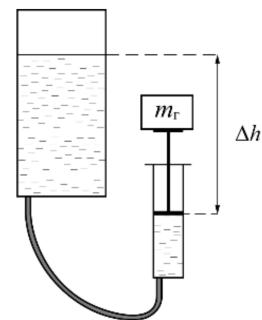
Плотность воды и ускорение свободного падения равны: $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ и $g = 10 \text{ Н/кг}$.

5.8.8. (Олимпиада Максвелла, 2022, РЭ, 8) **Балансир.** Две пружины жёсткостью k (длинная) и $2k$ (короткая) отличаются по длине на l . Их прикрепляют к однородной массивной балке длиной $8l$. Затем конструкцию устанавливают на лёгкие тонкие поршни сообщающихся сосудов, заполненных жидкостью плотностью ρ , сечения которых S и $2S$. При этом балка принимает горизонтальное положение. Определите массу балки M .



$$\frac{4 + 56 \rho g}{415 \sigma_8} = M$$

5.8.9. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) Для измерения некоторых технических характеристик медицинского шприца экспериментатор Глюк собрал установку, изображенную на рисунке. Исследуемый шприц он закрепил в вертикальном положении. Вместо иглы к нему присоединил тонкую гибкую трубку, второй конец которой соединил с отверстием в дне цилиндрического сосуда. Затем Глюк измерил разность уровней Δh воды в сосуде и шприце, при которой поршень шприца начинал двигаться вверх в процессе плавного подъема сосуда. Оказалось, что величина Δh зависит от массы m_r груза, закрепленного на верхнем упоре поршня. Результаты измерений зависимости $\Delta h(m_r)$ он представил в таблице, в которой также приведена Δh_x для груза неизвестной массы m_x .



Примечания: массой поршня можно пренебречь; воздушная прослойка между поршнем и водой в шприце отсутствует; плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³, $g = 10$ м/с².

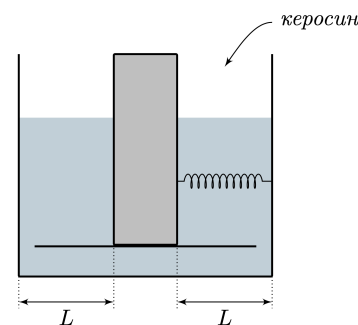
Определите площадь S поршня и силу трения скольжения $F_{тр}$ между поршнем и стенкой шприца. Для этого:

1. выведите теоретическую зависимость $\Delta h(m_r)$;
2. постройте график экспериментальной зависимости $\Delta h(m_r)$;
3. с помощью графика определите $F_{тр}$ и S .
4. Чему равна неизвестная масса m_x груза в шестой строке таблицы?

№	m_r , г	Δh , м
1	15	1,36
2	24	1,47
3	37	1,53
4	52	1,72
5	64	1,76
6	m_x	1,90
7	100	2,08

$$\Delta h = \frac{m_r}{\rho S} + \frac{F_{тр}}{\rho S g} \quad (1)$$

5.8.10. (Олимпиада Максвелла, 2023, ЗЭ, 8) Вблизи дна сосуда прямоугольного сечения, заполненного водой, имеется плоская, неподвижно закреплённая горизонтальная «полка». Слева, справа и под «полкой» есть свободное пространство для перетекания воды. На «полке» стоит тяжёлый прямоугольный поршень, присоединённый лёгкой горизонтальной пружиной к правой стенке (см. рис.). В начальном положении поршень расположен на расстоянии L от обеих стенок, а пружина не растянута. Когда в пространство между правой стенкой и поршнем налили керосин массой m , поршень сдвинулся на $L/3$ влево.



1. Какую массу m_1 керосина надо было налить, чтобы поршень сдвинулся на $L/2$ относительно своего начального положения?
2. На какое расстояние l сдвинулся бы поршень относительно начального положения, если бы масса налитого керосина была равна $3m$?

Между поршнем и «полкой», а также между поршнем, передней и задней стенками сосуда жидкости не протекают. Керосин под «полку» и через верхний край поршня не перетекает, а жидкости из сосуда не выливаются. Стенки сосуда вертикальны. Трения в системе нет. Объёмом пружины пренебречь.

$$T = \rho_1 \left(\frac{m}{\rho_1} + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) L \quad (1)$$

Глава 6

Тепловые явления

6.1 Количество теплоты

Дополнительные задачи — в листке [Количество теплоты](#).

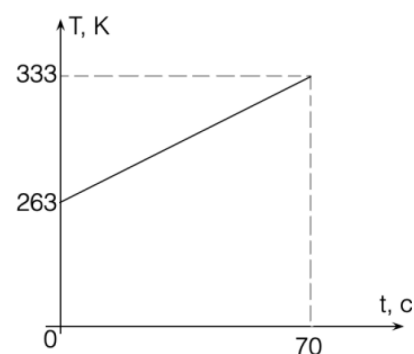
6.1.1. («Шаг в будущее», 2021, 8) В лаборатории ученые сталкивали между собой неизвестное вещество для определения его свойств. Навстречу друг другу запускались две одинаковые части такого вещества при определенной температуре и затем добивались их расплавления. При опыте с полным расплавлением обеих частей, скорость каждой перед соударением должна была равняться минимум 800 м/с, а чтобы только достичь температуры плавления — 720 м/с. Начальная температура вещества одинакова в обоих случаях. Определите удельную теплоту плавления исследуемого вещества. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

$$\frac{12}{31} 00809 = \frac{c}{c\lambda - c\lambda} = \chi$$

6.1.2. («Шаг в будущее», 2022, 8) За время $t_1 = 90$ с температура воды в электрочайнике несколько повысилась. Каков КПД чайника, если время его охлаждения вместе со всей водой до первоначальной температуры $t_2 = 8,5$ мин, а количество теплот, пошедших на нагревание чайника и воды относятся между собой, как 1 : 4?

$$\%89 = \frac{(c_2 + t_2)g}{\%001 \cdot c_2 g} = u$$

6.1.3. («Шаг в будущее», 2023, 8) На лабораторных работах по материаловедению в МГТУ им. Баумана студенты изучали некий материал, нагревая его в печи. Один из студентов построил график, указанный на рисунке. На нем зависимость температуры образца такого материала от времени нагрева. Определите удельную теплоемкость материала, если на печи написана ее мощность 500 Вт, а масса образца, выданного студенту, равнялась 1 кг. Известно, что при работе печи потери составляют 30%.



$$(X \cdot \text{лж}) / \text{жл} = \text{жл}$$

6.1.4. (*Олимпиада КФУ, 2021, 8*) Для нагрева поверхности планеты, похожей на Землю, с радиусом $R = 6370$ км, и полностью покрытой океаном (слоем воды) глубиной $H = 300$ м при температуре чуть выше 0°C , решили использовать 1 миллион ($N = 10^6$) ядерных реакторов, равномерно распределённых по площади, около дна, непрерывно работающих с тепловыделением $P = 1,2$ ГВт каждый. Найти изменение температуры океана ΔT через $t = 30$ лет. Теплоемкость воды $C = 4200$ Дж/(кг·°C), плотность воды 1000 кг/м³. Теплообменом воды через дно и с атмосферой пренебречь.

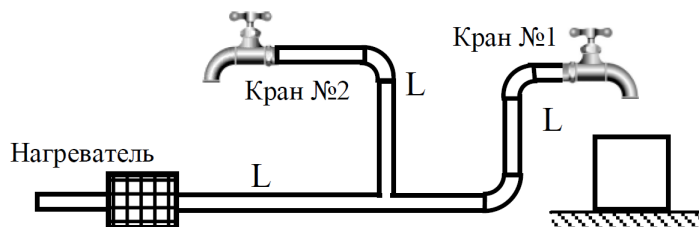
Указание. Площадь поверхности сферы вычисляется по формуле $S = 4\pi R^2$.

$$Q_{\text{отп}} \approx \frac{dCHzNt}{4\pi R^2} = \Delta T$$

6.1.5. (*«Росатом», 2022, 8*) Калориметр с водой имеет температуру $T = 40^\circ\text{C}$. В калориметр опускают бутылочку с детским питанием с температурой $t = 8^\circ\text{C}$, и она нагревается до температуры $T_1 = 36^\circ\text{C}$. Затем эту бутылочку достают и опускают в калориметр еще две точно таких же бутылочки. До какой температуры они нагреются? Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь.

$$Q_{\text{отп}} = \frac{2t + T}{2T_1 + T} = 29,8^\circ\text{C}$$

6.1.6. (*Всесиб., 2018, 8*) Жидкость подается от нагревателя к двум кранам по трубам постоянного диаметра (см. рис.). Нагреватель, который повышает температуру протекающей через него воды до определенного значения, включают и начинают набирать воду из крана №1 в ведро (кран №2 закрыт). Когда ведро набралось, кран №1 закрыли. Измерение температуры воды в этом ведре дало значение T_1 . Затем набрали еще одно полное ведро воды из крана №2, после чего кран также закрыли. Температура воды во втором ведре составила T_2 ($T_2 \neq T_1$). Третье ведро снова набрали из крана №1. Какую температуру T_3 имеет вода в этом ведре?



Вначале температура воды везде одинакова. Диаметры всех труб и объемы ведер одинаковы, теплообменом между жидкостью и трубами пренебречь, жидкость в трубах не перемешивается и имеет постоянную плотность. Длина труб от места разветвления до нагревателя и до каждого из кранов равна L .

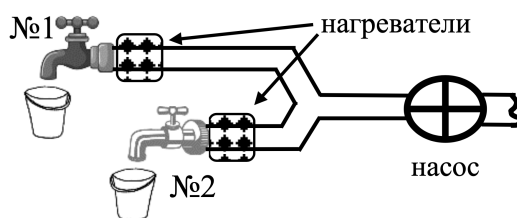
$$T_3 = 2T_1 + T_2 = 3T_1$$

6.1.7. (*Всесиб., 2019, 8*) Лаборанту надо подогреть жидкость, находящуюся в двух одинаковых колбах. В большой лаборатории установлено несколько одинаковых подогревателей (электрические плитки). Но только одна плитка работает исправно, а у каждой из оставшихся каждые 3–5 минут происходит временное отключение. Для ускорения дела лаборант включил все плитки и поставил одну колбу на ту, которая была исправна. Вторую колбу он поставил на другую плитку, но следил за нагревом и снимал колбу с плитки сразу, как только плитка отключалась. После этого он нес эту колбу на другую плитку, работающую в данный момент, и т. д. Через 20 минут жидкость в колбах нагрелась на 40°C и 50°C . Какое расстояние, пришлось пройти за это время лаборанту, если скорость его движения составляла $V = 1,5$ м/с? Считать, что всегда

есть свободная работающая плитка, и что такая плитка отдаёт колбе одно и то же количество энергии в единицу времени. Количество и исходная температура жидкости в обеих колбах одинаковы, испарением и теплообменом с окружающим воздухом пренебречь.

№ 09Е

6.1.8. (*Всесиб., 2023, 8*) Для подачи воды к двум кранам используется насос, который включается при открывании любого из кранов. Работающий насос прокачивает через себя один и тот же объём воды в единицу времени. Перед кранами вмонтированы одинаковые нагреватели, которые сразу включаются при открывании соответствующего крана и подогревают воду. Краны одновременно открывают и набирают воду в ведра. За $t_1 = 2$ минуты из крана №1 набралось ведро воды с температурой $T_1 = 50^\circ\text{C}$, и этот кран закрыли. Ещё через $t_2 = 1$ минуту наполнилось такое же по объёму ведро под краном №2. Какую температуру T_2 имеет вода в этом ведре, если к моменту *закрывания* крана №2 из него текла вода с температурой $T_3 = 45^\circ\text{C}$? Считать, что трубы заполнены водой полностью и что при протекании воды через нагреватель этой воде передается постоянная тепловая мощность. Теплообменом между водой и окружающей средой (кроме нагревателя) пренебречь.



№ 09 = 8LZ - 1LE = 7L

6.1.9. (*Олимпиада Максвелла, 2023, РЭ, 8*) **Туда-сюда.** Экспериментатор Глюк провёл эксперимент. Десятилитровую кастрюлю, заполненную наполовину водой комнатной температуры ($t_0 = 20^\circ\text{C}$), Глюк поставил греться на электрической плитке. Через некоторое время в кастрюлю, не снимая её с плиты, он долил воду комнатной температуры неизвестного объёма. А, спустя ещё какое-то время, воду такого же объёма из кастрюли, также не снимая её с плиты, вылил. Затем он дважды измерил температуру воды в кастрюле — через $\tau_1 = 8$ минут и $\tau_2 = 9$ минут с момента начала нагрева, и получил значения $t_1 = 45^\circ\text{C}$ и $t_2 = 50^\circ\text{C}$. Всего плитка работала 10 минут.

1. Какую температуру t_k имела бы вода в кастрюле к концу эксперимента, если бы по ходу нагрева её масса не изменялась?
2. Определите наименьшее возможное значение массы m_{\min} воды, доливаемой Глюком в ходе эксперимента.
3. Найдите самый ранний от начала нагрева момент времени τ_{\min} , когда мог происходить забор воды из кастрюли.

Тепловые потери и теплоёмкость кастрюли пренебрежимо малы. Считайте, что при изменении массы воды её температура изменяется мгновенно, а при добавлении воды она не выливается из кастрюли. Удельная теплоёмкость воды равна $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

ниж 9 = 8LZ (8 ; 7L 8 = 7L (7 ; 7L = 7L (1

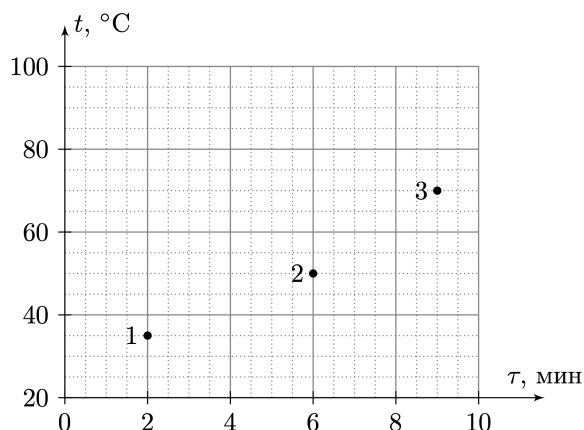
6.1.10. (*Олимпиада Максвелла, 2021, ЗЭ, 8*) Воду комнатной температуры $t_0 = 20^\circ\text{C}$ нагревали в кастрюле в течение 10 мин последовательно на трёх разных плитках, причём перенос с одной

плитки на другую происходил быстро. Значения температуры t воды в разные моменты времени занесли в таблицу, но затем на неё случайно пролили варенье и часть данных пропала. Осталось только 3 точки, которые нанесли на график (см. рис.).

Известно, что точки 1, 2 и 3 относятся к моментам нагрева на первой, второй и третьей плитках соответственно. Также сохранилась информация, что третья плитка в два раза мощнее первой, и за всё время нагрева вода получила 1100 кДж теплоты.

1. Определите конечную температуру воды.
2. Найдите массу воды.
3. Какую мощность могла иметь вторая плитка?
4. Какое время длился нагрев кастрюли на второй плитке?

Примечание. Тепловые потери и теплоёмкость кастрюли пренебрежимо малы, удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · °С).



(1) 85 °С; (2) $m = 4$ кг; (3) от 0 до 1058 Вт; (4) от 3 мин до 6 мин 13 с

6.2 КПД двигателей и генераторов

Дополнительные задачи — в листке [КПД](#).

6.2.1. («Шаг в будущее», 2021, 8) Российский истребитель СУ-27 известен тем, что его двигатели экономичны и эффективны. Определите какую массу керосина использует такой самолет за полчаса полета с крейсерской скоростью 1350 км/ч, если КПД двигателей 75%, а их сила тяги при таком полете 125 кН. Удельная теплота сгорания керосина 43 МДж/кг.

$m = \frac{u \cdot b}{\eta \cdot \Lambda \cdot \mathcal{E}} = 11$ кг

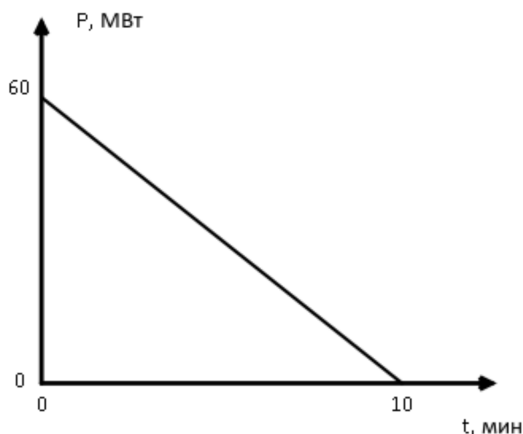
6.2.2. («Надежда энергетики», 2019, 8) Традиционными источниками энергии являются нефть, уголь, природный газ. Запасы данных источников энергии не восполняются, кроме того их использование отрицательно влияет на экологическое состояние планеты. Приливная электростанция (ПЭС) — особый вид гидроэлектростанции, использующий энергию приливов, которые происходят в результате действия гравитационных сил со стороны Солнца и Луны. Колебания уровня воды у берега моря могут достигать 13 метров. Мощность строящейся приливной электростанции «Северная» в Мурманской области составит 12 МВт при КПД, равном 60%. Электростанция своей плотиной перекрывает длинный узкий залив (губу «Долгая») площадью 5 км². Определите средний перепад уровней воды в рабочем цикле электростанции, если приливное повышение или понижение уровня воды в заливе длится около 5 часов.

$\Delta h = \frac{6 \cdot s \cdot d \cdot u}{\eta \cdot \Lambda \cdot \mathcal{E}} = 3,8$ м

6.2.3. («Надежда энергетики», 2020, 8) Известно, что при протекании электрического тока по проводнику выделяется тепло. Для предотвращения перегрева мощных генераторов на гидроэлектростанциях обмотки генераторов (проводники, по которым течет ток) охлаждаются дистиллированной водой. Гидрогенератор на Красноярской ГЭС мощностью $P = 500$ МВт имеет КПД $\eta = 98,9\%$ и выдает в электрическую сеть мощность $P = 500$ МВт. Температура воды на входе в обмотку составляет $t_1 = 29^\circ\text{C}$, а на выходе — $t_2 = 58^\circ\text{C}$. Определите расход воды W в системе охлаждения. Ответ выразите в $\text{м}^3/\text{час}$, округлив до целых. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · °C), плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Считайте, что все потери энергии в гидрогенераторе обусловлены только тепловыделением в обмотках.

$$\boxed{\text{эвв}/\text{г}^{\text{м}} \text{ЭГТ} = \text{М}}$$

6.2.4. («Надежда энергетики», 2022, 8) Чтобы быстро остановить турбину гидрогенератора на ГЭС для осмотра и ремонта, можно использовать следующий способ: генератор замыкается на нагревательный элемент, опущенный в бассейн с водой. При этом кинетическая энергия, запасенная в турбине, расходуется на нагревание воды и турбина достаточно быстро останавливается без использования механических тормозных устройств. Определите, какая масса воды содержится в охлаждающем бассейне, если зависимость механической мощности останавливающейся турбины от времени представлена на графике и вода нагревается при этом на 50°C . КПД генератора 90%. Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг · °C).



$$\boxed{\text{ннот} \text{ГГГ} = \text{м}}$$

6.3 Теплообмен

Дополнительные задачи — в листках

- [Теплообмен. 8](#)
- [Теплообмен. 9–11](#) (если хочется задач покруче)

6.3.1. («Надежда энергетики», 2015, 8) В калориметре находятся металлический брусок, некоторое количество песка и некоторое количество воды. Если содержимому калориметра сообщить некоторое количество тепла и выждать достаточно большое время, то температура в калориметре изменится на некоторое число градусов. Если повторить тот же опыт, но с массой песка в n раз меньшей, то изменение температуры оказывается в m раз больше. Во сколько раз больше будет изменение температуры по сравнению с первым опытом, если опыт провести вообще без

песка? Теплоёмкостью калориметра и утечками тепла за время опытов пренебрегите; примите $n > m > 1$.

$$\frac{m-n}{(1-n)m} \text{ в}$$

6.3.2. («Надежда энергетики», 2018, 8) Для проведения физических опытов одноклассникам Пете и Кате была нужна вода с температурой в интервале от 70°C до 80°C . Они взяли сосуд объёмом 2 литра и налили туда треть литра воды при температуре 80°C . Когда вода остыла до 70°C , Петя добавил к ней кипящей воды так, чтобы температура воды в сосуде вновь стала равна 80°C . Так он поступал несколько раз, пока это позволял объём сосуда. На какую часть своего объёма оказался в конце концов заполнен сосуд?

$$84\%$$

6.3.3. («Шаг в будущее», 2023, 8) В сосуд, до краев наполненный холодной водой, имеющей температуру 10°C , быстро и аккуратно опустили шарик из материала плотностью 2800 кг/м^3 , нагретый до температуры 85°C так, что после опускания шарика стакан остался полным. Затем сосуд закрыли крышкой и измерили температуру воды после установления теплового равновесия. Она оказалась равной 35°C . После чего опыт повторили с теми же начальными температурами, что и в первом случае, но в этот раз опускали два шарика. Во втором опыте конечная температура в сосуде стала равной 55°C . Найдите удельную теплоёмкость материала шариков. Плотность воды 1000 кг/м^3 , удельная теплоёмкость $4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$. Теплоёмкостью сосуда и крышки пренебречь.

$$2250 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$$

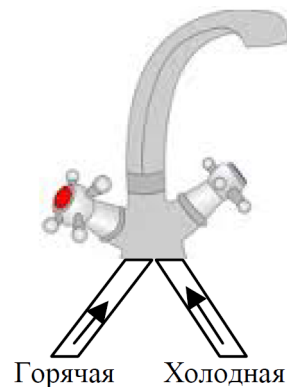
6.3.4. («Надежда энергетики», 2019, 8) Вал турбины на гидроэлектростанциях закрепляется в специальных устройствах — опорных подшипниках, которые уменьшают трение при вращении. Через подшипники для их охлаждения и смазки непрерывно прокачивается вода, температуры которой до и после подшипника отличаются в 2 раза. Определите, во сколько раз будут отличаться температуры воды до и после подшипника, если расход воды через подшипник будет увеличен в два раза. Температура воды на входе в подшипник во всех случаях одинакова.

$$1,5 = \frac{m_1 n_1}{m_2 n_2}$$

6.3.5. («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 8) Два тела с одинаковой удельной теплоёмкостью, массы которых отличаются в два раза, имеют равные начальные температуры. Тела нагревают двумя разными способами. В одном случае тепло от внешнего источника сообщают телу большей массы, которое затем приводят в тепловой контакт с телом меньшей массы. В другом случае тепло от внешнего источника сообщают телу меньшей массы и это тело приводят в контакт с телом большей массы. Найти отношение количеств тепла, полученных от внешнего источника в двух случаях, если тепло, переданное от одного тела к другому, в обоих случаях было одинаково.

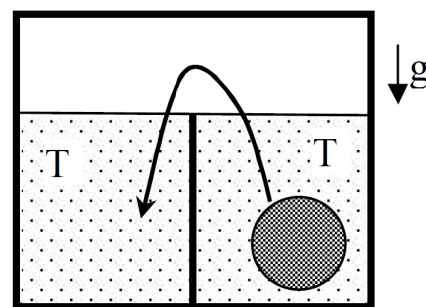
$$\text{тепло, сообщённое телу меньшей массы, в 2 раза больше, чем тепло, сообщённое телу большей массы, в 2 раза больше, чем тепло, сообщённое телу большей массы}$$

6.3.6. (*Всесиб., 2015, 8*) В летнем лагере в домике есть кран, к которому по трубам подают холодную и горячую воду. При нормальной работе холодная вода имеет температуру $T_x = +20^\circ\text{C}$, а горячая $T_r = +70^\circ\text{C}$. За ночь из-за холодной погоды температура воды в обеих трубах опустилась до $T_0 = +10^\circ\text{C}$. Утром одновременно открывают вентили и холодной, и горячей воды. После этого температура воды в каждой из труб, подходящих к крану, начинает повышаться с постоянной скоростью (количество градусов в единицу времени), причем эта скорость для обеих труб одинакова. Через 1 минуту после открывания вентилей температура вытекающей из крана воды достигла $T_1 = 24^\circ\text{C}$, а еще через 1 минуту температура воды перестала изменяться. Какова установившаяся температура вытекающей воды? Расход воды считать постоянным.



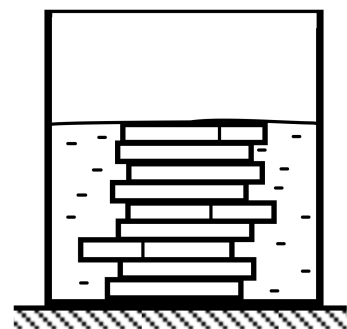
0008

6.3.7. (*Всесиб., 2016, 8*) В прямоугольный сосуд ровно по середине вставили вертикальную перегородку, которая доходит до дна сосуда, но ниже его по высоте (см. рисунок). Слева от перегородки, до ее верхнего края, в сосуд налита жидкость с температурой $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Справа от перегородки находятся небольшое тело и жидкость, налитая также до верха перегородки. Эти тело и жидкость имеют температуру $T_2 = 40^\circ\text{C}$. Тело вынимают из правой и быстро опускают в левую часть сосуда. Через некоторое время в левой части установилась температура $T_3 = 25^\circ\text{C}$, а в правой — $T_4 = 36^\circ\text{C}$. Найти отношение удельных теплоемкостей тела и жидкости, если плотность тела вдвое больше плотности жидкости. Теплообменом с окружающей средой и стенками сосуда, а также теплопроводностью перегородки и зависимостью плотностей от температуры пренебречь.



$$\frac{c}{c_0} = \frac{(c_L - c_0) \tau}{(c_L - c_0) \tau} = \frac{c}{c_0}$$

6.3.8. (*Всесиб., 2020, 8*) У школьника есть сосуд, который имеет форму параллелепипеда с прямоугольным дном площадью $3S$. В него налита жидкость при температуре $T_1 = +20^\circ\text{C}$. Для изучения явления теплообмена школьник аккуратно складывает в сосуд друг на друга одинаковые горячие пластины площадью S . Когда школьник положил некоторое количество пластин, то жидкость нагрелась до температуры своего кипения $T_2 = +120^\circ\text{C}$. Когда школьник уложил еще столько же пластин, то уровень жидкости в сосуде установился на высоте, практически равной высоте всей стопки из пластин. Чему равнялась начальная температура T_x пластин? Плотность пластин в 10 раз больше плотности жидкости, удельная теплоемкость жидкости $c_{ж} = 2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, пластин $c_{п} = 1 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота испарения жидкости $L = 1 \text{ МДж}/\text{кг}$. Теплообменом, как пластин, так и жидкости с окружающей средой пренебречь, считать, что испарение жидкости начинается только при достижении температуры кипения.

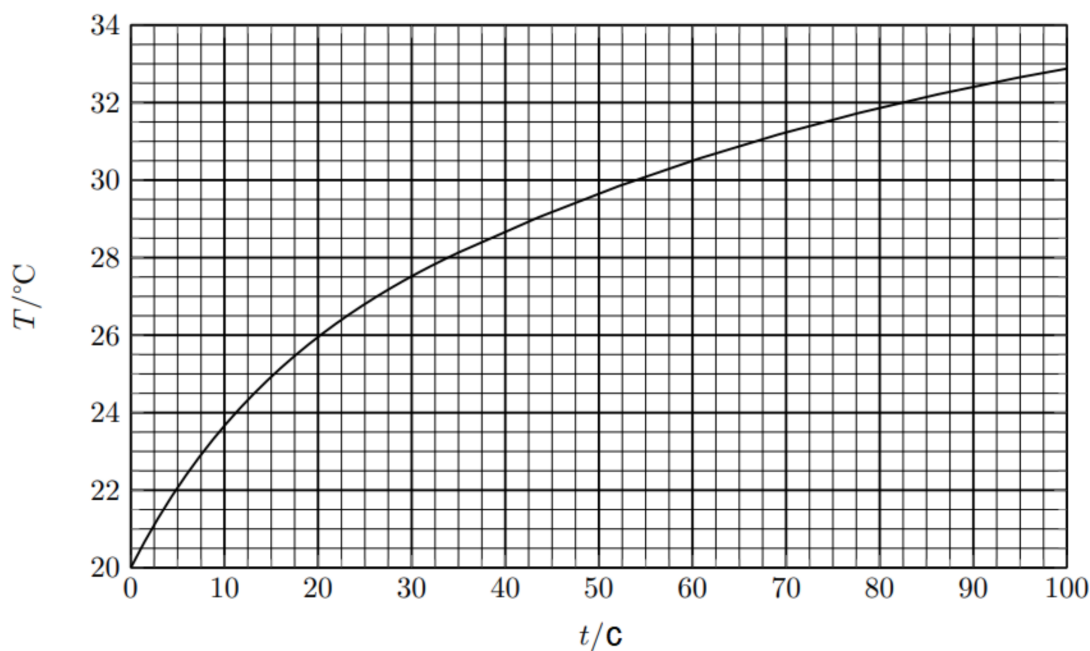


0220

6.3.9. (*Всесиб., 2021, 8*) В цехе изготавливают маленькие шарики. На одном из этапов шарики надо охлаждать в специальной жидкости, которая налита в две одинаковые бочки до половины их объема. Рабочий высыпал треть горячих шариков в одну бочку, а оставшиеся — в другую. Из-за этого температура жидкости в первой бочке установилась на значении $T_1 = 80^\circ\text{C}$, а в другой — на значении $T_2 = 120^\circ\text{C}$. Бригадир поручил рабочему все шарики из первой бочки аккуратно переложить во вторую, в результате чего во второй бочке установилась температура $T_3 = 115^\circ\text{C}$. Какова была температура шариков перед охлаждением? Считать, что теплообмен происходит только между шариками и жидкостью, количество жидкости в бочке не меняется, а исходная температура жидкости в обеих бочках одинакова.

$$D_{0.098} = \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_L}{(\varepsilon_L - \varepsilon_L)^{\varepsilon_L} - (\varepsilon_L - \varepsilon_L)^{\varepsilon_L}}$$

6.3.10. (*«Курчатов», 2022, 8*) В водонагревателе мощностью $P = 2,0$ кВт изначально находится вода массы m_0 и температуры $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Водонагреватель включают, и в этот же момент вода с той же температурой $T_1 = 20^\circ\text{C}$ начинает поступать извне в нагреватель с постоянной скоростью, то есть масса поступающей извне воды в единицу времени постоянна и равна $\mu = \text{const}$ (г/с). Когда нагреватель полностью наполняется водой, вода начинает вытекать из отверстия сверху. Температура вытекающей воды продолжает расти до установления на уровне 36°C . График изменения температуры воды, вытекающей из нагревателя, показан на рисунке. Найдите начальную массу воды m_0 и массу поступающей извне воды в единицу времени μ . Предположим, что, кроме вытекающей из нагревателя воды, потерь тепла нет, а вода в нагревателе всегда имеет одинаковую температуру. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·°C).

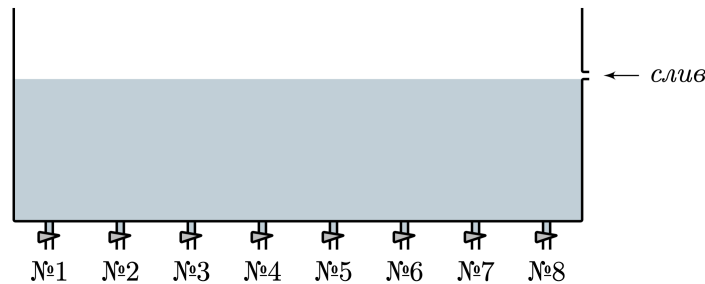


$$D_{0.098} \approx \frac{(0_L - L)^2}{d} = n \cdot \text{тг} \cdot \Gamma = \frac{\text{тг}}{d} = 0u$$

6.3.11. («Курчатов», 2023, 8) В калориметре А находится $m = 200$ г воды при температуре $t_{01} = 20^\circ\text{C}$, в калориметре В вдвое больше воды при температуре $t_{02} = 80^\circ\text{C}$. Далее происходит следующий процесс: из калориметра В переливают $\Delta m = 50$ г воды в калориметр А, после установления теплового равновесия в калориметре А переливают такое же количество воды обратно в калориметр В и ожидают установления теплового равновесия в калориметре В. Далее этот процесс повторяют несколько раз. Какое минимальное количество раз (учитывая первый процесс) потребуется совершить этот процесс, чтобы разность температур в двух калориметрах оказалась меньше 12°C ? Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · °C). Теплоёмкостью каждого калориметра пренебречь. Систему следует считать теплоизолированной.

$$\xi = u$$

6.3.12. (Олимпиада Максвелла, 2023, 3Э, 8) Экспериментатор Глюк соорудил в дачном домике для своих рыбок проточный аквариум. Для заполнения аквариума он может использовать восемь кранов, которые имеют номера — от 1 до 8. На определённом уровне в стенке аквариума оборудован слив лишней воды (см. рис.). Каждый открытый кран даёт одинаковый объём воды в единицу времени, причём вода из k -го крана имеет температуру $T_k = k \cdot 5^\circ\text{C}$. Оказалось, что если открыть только кран №2, то в аквариуме установится температура $t_2 = 15^\circ\text{C}$. Если открыть только кран №8, то установится температура $t_8 = 35^\circ\text{C}$.



1. Определите температуру t_0 в дачном домике.
2. Какая температура t установится в аквариуме, если открыть сразу все краны?
3. Какие три крана нужно открыть при закрытых оставшихся, чтобы в установившемся режиме получить температуру воды, наиболее близкую к оптимальной $t_{\text{оп}} = 29^\circ\text{C}$. Рассмотрите все возможные варианты. Ответ обоснуйте.
4. Как изменится ответ п. 3, если температуру воздуха в домике понизить на $\Delta t = 6^\circ\text{C}$?

Мощность теплоотдачи от воды в аквариуме в окружающую среду прямо пропорциональна разности температур воды и окружающей среды. Считайте, что вода в аквариуме быстро перемешивается, а отверстие слива достаточно широкое.

$$0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49; 50; 51; 52; 53; 54; 55; 56; 57; 58; 59; 60; 61; 62; 63; 64; 65; 66; 67; 68; 69; 70; 71; 72; 73; 74; 75; 76; 77; 78; 79; 80; 81; 82; 83; 84; 85; 86; 87; 88; 89; 90; 91; 92; 93; 94; 95; 96; 97; 98; 99; 100$$

6.4 Фазовые переходы

Дополнительные задачи — в листках

- [Фазовые переходы. 8](#)
- [Теплообмен. 9–11](#) (если хочется задач покруче)

6.4.1. (*Олимпиада КФУ, 2020, 8*) Полярники решили приготовить суп на 5 человек в расчете 1 л на человека. Для этого им нужно собрать снег, довести образовавшуюся воду до кипения и готовить 20 мин. При этом при кипении происходят потери воды в виде пара $U = 30$ г/мин. Для готовки супа используется газовая плита с КПД 90%, удельная теплота сгорания газа $q = 43,7$ МДж/кг (пропан/бутан). Сколько снега нужно собрать полярникам, если у них есть запас чистой воды 3 л при температуре 20°C . Плотность ледникового снега $0,5$ г/см³.

10 2110

6.4.2. (*Олимпиада КФУ, 2020, 8*) Используя условия задачи 6.4.1, рассчитайте, сколько газа необходимо для готовки супа, если температура в помещении 20°C , а снаружи -20°C . Теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг · °C), теплоемкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/(кг · °C), теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, теплота парообразования воды $L = 2,26$ МДж/кг.

10 2110

6.4.3. (*Олимпиада КФУ, 2022, 8*) Если оставить на зиму ведро или кастрюлю с водой — в помещении на полу, или на земле, то довольно часто у полностью промёрзшей ёмкости лёд выдавливает дно посередине. Объясните это явление, опишите поэтапно процесс замерзания воды и почему так происходит.

6.4.4. (*Олимпиада КФУ, 2022, 8*) Некоторое количество алюминия залито в тонкостенную стальную форму, подвешенную за тонкую ручку. В алюминий вплавлен термостойкий электрический нагревательный элемент постоянной мощности. Было замечено, что с момента достижения температуры плавления алюминия ($T_0 = 660^\circ\text{C}$) до полного перехода алюминия в жидкую фазу прошло $t_1 = 40$ минут. Еще $t_2 = 3$ минуты потребовалось для нагревания жидкого алюминия до $T_1 = 690^\circ\text{C}$, после чего нагревательный элемент был отключен. Через $t_3 = 12$ минут алюминий снова начал кристаллизоваться. Сколько приблизительно времени потребуется для кристаллизации всей массы алюминия в данных условиях? Теплоемкостью формы и нагревательного элемента можно пренебречь. Окружающая температура 20°C . Температура плавления стали значительно выше T_0 .

10 091

6.4.5. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 8*) У Вани было $m = 162$ г вкусной, но горячей для него ($T_1 = 55^\circ\text{C}$) каши. Веня, чтобы помочь брату, положил в кашу холодный ($T_2 = -10^\circ\text{C}$) рассыпчатый снежок объёма $V = 35$ см³. В результате каша остыла до $T = 35^\circ\text{C}$. Каким был объём (практически невесомого) воздуха в снежке?

Примечание. Плотность льда $\rho = 0,9$ г/см³, теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/(кг · °C), воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг · °C), каши $c_{\text{к}} = 3500$ Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000$ Дж/кг.

объём воздуха в снежке был 10 см³

6.4.6. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 8) В калориметре смешали $m_1 = 60$ г льда при температуре $t_1 = -15^\circ\text{C}$ и $m_2 = 30$ г водяного пара при температуре $t_2 = +100^\circ\text{C}$.

Чему равна масса воды в системе после установления теплового равновесия?

Примечание. Теплообменом с окружающей средой и теплоёмкостью калориметра пренебрегите. Удельная теплоёмкость воды $c_v = 4200$ Дж/(кг · °C). Удельная теплоёмкость льда $c_l = 2100$ Дж/(кг · °C). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Удельная теплота парообразования воды $r = 2300$ кДж/кг.

108

6.4.7. («Шаг в будущее», 2023, 8) В переохлажденной воде объемом 0,5 л на дне лежит монета массой 10 г. Как только жидкость слегка встряхнули, монетка оказалась единственным очагом нуклеации (местом образования зародыша кристалла льда), и на ней стал намораживаться лед. Определите начальную температуру воды, если при достижении 0°C монетка начала всплывать. Лед не примерзает к сосуду, плотность льда 900 кг/м³, плотность воды 1000 кг/м³, плотность материала монеты 9000 кг/м³, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплоемкость монетки 430 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

-12,55 °C

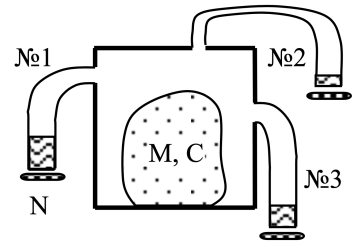
6.4.8. («Шаг в будущее», 2023, 8) **Ситуационная задача.** Приемлемая толщина снежного покрова, по которой может проехать спецтранспорт, не должна превышать 0,15 м. Если толщина покрова больше, то необходимо предварительно расчистить колею шириной 2,5 м. Существует два возможных способа расчистки пути: плавление снега с помощью теплогенератора, работающего на жидком топливе, и механическая уборка снега путем отбрасывания его в стороны с начальной скоростью не менее 15 м/с. Плотность снега 200 кг/м³, а его удельная теплота плавления $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг. Во сколько раз отличается минимальная мощность, расходуемая на расчистку пути от снега для движения спецтранспорта при двух описанных способах? Определите минимальные затраты мощности для передвижения спецтранспорта со скоростью 10 м/с по дороге с высотой снежного покрова 0,8 м, оснащённого наиболее эффективной (из предложенных) системой уборки снега.

Механический способ уборки снега эффективнее в 3000 раз; $N_2 = 365,6$ кВт

6.4.9. (Всесиб., 2017, 8) Рассеянный лаборант наполнил жидкостью два одинаковых сосуда, поставил их на две включенных плитки и ушел. Когда через 20 минут лаборант вернулся, часть жидкости в сосуде, стоявшем на плитке №1, уже испарилась, а второй сосуд был еще полным. Он убрал кипящий сосуд, поставил на его место сосуд с плитки №2 и опять ушел. Вернувшись через 15 минут, он обнаружил, что теперь из второго сосуда выкипело столько жидкости, сколько из первого в прошлый раз. Найдите отношение мощностей плиток, если теплообменом с окружающей средой и испарением жидкости ниже температуры кипения можно пренебречь.

$N_1/N_2 = 4$

6.4.10. (*Всесиб., 2022, 8*) Внутри теплоизолированного объема находится тело с массой $M = 98$ кг и удельной теплоемкостью $C = 1$ кДж/(кг·°C). Для подогрева этого тела используется пар, подаваемый в этот же объем из трех испарителей (см. рис.). В испарители заливают жидкость общей массой $m = 1$ кг при такой же начальной температуре, что и у тела внутри объема, и одновременно их включают. После включения в испарителе №1 не осталось никакой жидкости через $t_1 = 14$ минут, в исп. №2 — через $t_2 = 6$ минут, в исп. №3 — через $t_3 = 10$ минут. Найти *изменение* ΔT температуры тела после конденсации всего пара внутри объема и установления теплового равновесия. Известно, что в каждом испарителе в жидкость передается одинаковая тепловая мощность $N = 2$ кВт. У жидкости, заливаемой в испаритель, удельная теплоемкость $C_{ж} = 2$ кДж/(кг·°C).



$$\Delta T = 98 = \frac{mC_{ж} + CN}{(t_1 + t_2 + t_3)N}$$

6.4.11. (*«Курчатов», 2021, 8*) Металлический брусок массой $m = 10$ г и плотностью $\rho = 8900$ кг/м³ целиком заморожен в небольшой монолитный кусок льда без полостей массой $M = 130$ г. Температура льда и бруска одинакова и равна 0°C. Лёд помещают в небольшое ведро, заполненное водой до объёма $V = 0,4$ л с начальной температурой T . Какой должна быть температура воды T , чтобы после достижения теплового равновесия кусок льда с металлическим бруском опустился на дно ведра? Теплообменом ведра с окружающей средой пренебречь. Теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°C), плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м³, плотность льда составляет $\rho_1 = 900$ кг/м³.

$$\Delta T = 8'6 \approx \left(\frac{(1d-0d)d}{(0d-d)1d} u - W \right) \frac{\lambda 0d}{V} = \Delta T$$

6.4.12. (*«Росатом», 2021, 8*) При смешении воды с некоторой положительной температурой и льда с некоторой отрицательной температурой были получены следующие результаты. Если масса льда превышает массу воды более чем в n раз, то после установления равновесия в калориметре будет один лед. Если масса воды превышает массу льда более чем в $2n$ раз, то после установления равновесия в калориметре будет только вода. При каком соотношении масс льда и воды $m_{л}/m_{в}$ (с теми же начальными температурами) после установления равновесия в калориметре останется такое же количество воды и льда.

$$\frac{1+u}{1+u} = \frac{u}{u}$$

6.4.13. (*«Курчатов», 2020, 8*) Сотрудник лаборатории сверхпроводимости хочет изготовить немного льда для коктейльной вечеринки. Для этого он наливает в открытый сосуд 4 литра дистиллированной воды при температуре $T_0 = 25$ °C и начинает понемногу подливать в сосуд сжиженный воздух, имеющий максимальную температуру, при которой все его компоненты еще находятся в жидком состоянии. Вода и жидкий воздух активно перемешиваются между собой в процессе приготовления смеси. По мере испарения воздуха, его доливают ещё, повторяя до получения нужного количества смеси льда с водой. Сколько понадобится жидкого воздуха, чтобы превратить в лёд ровно четверть имеющейся воды? Считать, что воздух содержит 20% кислорода и 80% азота по массе. Температура кипения жидкого азота $T_{N_2} = -195,8$ °C, температура кипения жидкого кислорода $T_{O_2} = -183,0$ °C. Удельная теплоемкость жидкого азота $C_{N_2} = 1970$ Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость жидкого кислорода $C_{O_2} = 1670$ Дж/(кг·°C). Считать, что компоненты жидкого воздуха ведут себя как отдельные вещества. Теплоёмкостью сосуда и его теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Удельная теплоёмкость

воды $C = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$, удельная теплота парообразования азота и кислорода — $L_{N_2} = 2,10 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$, $L_{O_2} = 2,14 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$ соответственно.

$$\lambda_{\text{ж}} \approx \frac{(c_{NL} - c_{OL}) \cdot c_{O_2} \cdot t_0 + c_{N_2} \cdot t_0 + c_{O_2} \cdot t_0}{(c_{\text{ж}} + L_{O_2}) \cdot m}$$

6.4.14. («Курчатов», 2020, 8) Электрокалориметр, наполненный некоторым количеством воды, нагревают с постоянной мощностью $N = 75 \text{ Вт}$. В воду, имеющую температуру 0°C опускают небольшое количество льда и начинают измерять температуру смеси. Через три минуты после помещения льда в калориметр она увеличивается на $\Delta T_1 = 1^\circ\text{C}$, а к концу четвертой минуты ещё на $\Delta T_2 = 4^\circ\text{C}$. Найдите изначальную массу воды в электрокалориметре, а также массу добавленного льда. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340 \text{ Дж}/\text{г}$, удельная теплоёмкость воды $C = 4,2 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

$$m_{\text{л}} \approx N \cdot t_2 \approx 300 \text{ г}$$

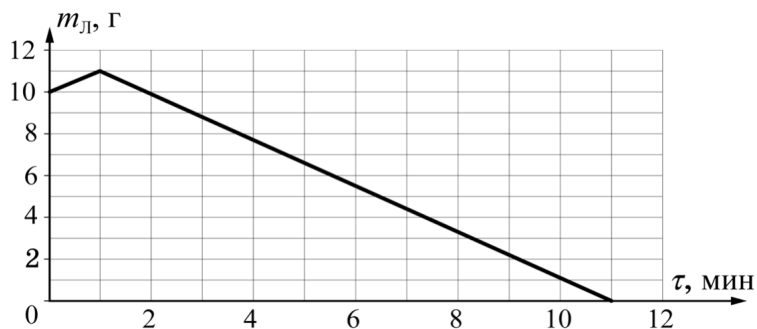
6.4.15. («Курчатов», 2023, 8) Вероника проводит эксперимент по исследованию удельной теплоты парообразования воды. Для этого Вероника набрала воду массой m в открытый сосуд с электрическим нагревателем. После закипания она оставила воду кипеть еще на 5 минут, после чего измерила массу воды в нагревателе и зарегистрировала уменьшение массы воды на 5%. Для того, чтобы удостовериться в полученных результатах, Вероника снова отмерила и вскипятила воду такой же массы m , после чего снова оставила её кипеть еще 5 минут и ушла в соседнюю комнату делать записи в лабораторном журнале. В это время к экспериментальной установке незаметно подошёл Александр и подбросил в нагреватель пару кубиков льда общей массой $0,03m$ и температурой 0°C . Когда Вероника вернулась к экспериментальной установке по прошествии пяти минут, вода снова кипела. И она измерила массу воды в нагревателе и рассчитала, на сколько процентов изменилась масса воды. Какой результат получила Вероника? Удельная теплота парообразования воды $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$, удельная теплоёмкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$. Мощность и КПД нагревателя постоянны на протяжении всех экспериментов.

$$\% \Delta m \approx 5\%$$

6.4.16. (МОШ, 2020, 8) В криогенном эксперименте поток газообразного азота, распространяющийся в вакуумной камере, направляется на охлаждаемую до низкой температуры $T_c = -243^\circ\text{C}$ поверхность (криопанель), на которой газ может превращаться в твёрдое тело (процесс десублимации). Скорость потока азота равна $v = 200 \text{ м}/\text{с}$ и направлена перпендикулярно криопанели, температура в потоке равна $T_0 = -173^\circ\text{C}$. Определите максимальное значение плотности газообразного азота, при котором на криопанели десублимируется весь натекающий газ. Холодильное оборудование может обеспечить отвод тепла в количестве не более чем $0,4 \text{ Дж}$ с 1 см^2 поверхности криопанели за 1 секунду. Удельная теплота сублимации азота равна $L = 225 \text{ кДж}/\text{кг}$. Удельная теплоёмкость азота (при данных условиях) равна $c = 1,0 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$. Площадь сечения потока на входе равна площади криопанели. Кинетической энергией натекающего газа можно пренебречь.

$$\rho_{\text{макс}} \approx 0,1 \cdot 8 \cdot 9 \approx 0,8 \text{ кг}/\text{м}^3$$

6.4.17. (Олимпиада Максвелла, 2020, РЭ, 8) В теплоизолированный стакан, ко дну которого приморожен столбик льда, начинают наливать воду с постоянным массовым расходом. Это делают столь медленно, что температура всего содержимого стакана в каждый момент времени остаётся одинаковой. График зависимости массы льда от времени приведён на рисунке:

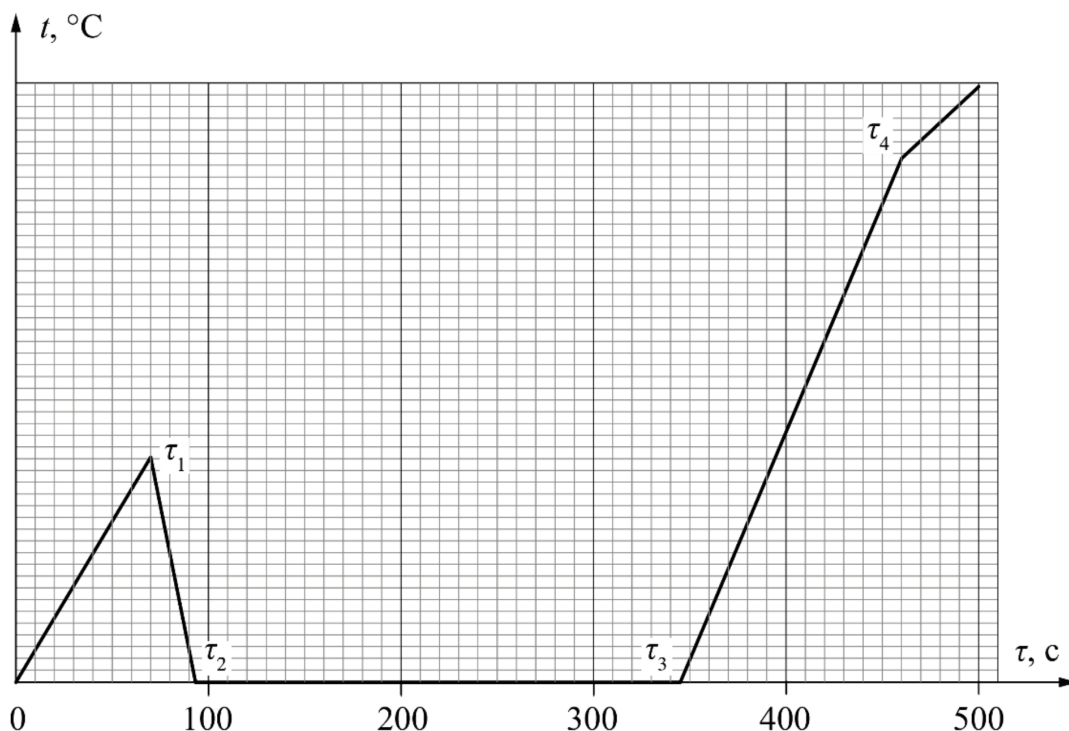


Пренебрегая тепловыми потерями, определите начальную температуру льда $t_{л}$ и температуру $t_{в}$ наливаемой воды. Постройте график зависимости массы жидкой воды от времени в интервале 0 – 12 минут. Вода из стакана не вытекает.

Справочные данные: удельная теплоёмкость воды $c_{в} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$; удельная теплоёмкость льда $c_{л} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$; удельная теплота плавления льда $\lambda = 320 \text{ кДж}/\text{кг}$.

$$\text{О} \circ \tau \text{Э} - = \tau \tau \text{ ; } \text{О} \circ \text{I} \text{8' } \text{Э} \text{8} \approx \text{ } \tau \tau$$

6.4.18. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) В два калориметра положили по куску льда и в течение $\tau_{к} = 10$ минут стали нагревать их содержимое с одинаковой мощностью. Известно, что первый кусок льда легче второго на $\Delta m = 100 \text{ г}$. На рисунке приведена зависимость разности температур t в калориметрах от времени τ .



К сожалению, шкала оси разности температур не сохранились, а изломам графика соответствуют времена $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$. Объясните, какие физические процессы соответствуют каждому линейному участку графика. Определите:

1. мощность P нагревателя;
2. массы m_1 и m_2 кусков льда;
3. начальные и конечные температуры кусков льда;
4. разность температур Δt в момент времени τ_1 .

Справочные данные: удельная теплоемкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ КДж/кг.

$$P = 360 \text{ Вт}; 2) m_1 \approx 0,3 \text{ кг}; m_2 \approx 0,4 \text{ кг}; 3) -40^\circ \text{C}, \text{ а в конце } 73^\circ \text{C и } 30^\circ \text{C}; 4) 10^\circ \text{C}$$

6.4.19. (Олимпиада Максвелла, 2021, РЭ, 8) Однажды экспериментатор Глюк решил отлить оловянного солдата. Для этого он положил в ковшик кусок оловянного сплава массой $m = 150$ г и поместил его на плитку постоянной мощности. Как только началось плавление металла, Глюк стал снимать зависимость его температуры t от времени τ (см. таблицу). Вскоре после перехода всего сплава в жидкую фазу экспериментатор выключил плитку.

По результатам измерений определите:

1. удельную теплоемкость c сплава;
2. мощность P плитки;
3. через какое время T , прошедшее после выключения плитки, сплав затвердел (полностью кристаллизовался).

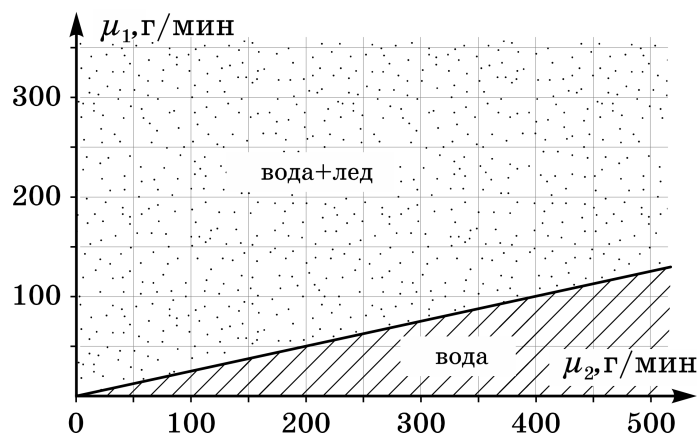
Теплоемкостью ковшика и плитки можно пренебречь. Известно, что удельная теплота плавления сплава равна $\lambda = 20$ кДж/кг.

$t, ^\circ\text{C}$	238,0	238,2	237,7	238,3	238,1	240,4	243,2	246,1	248,0
$\tau, \text{с}$	0	8	15	27	35	42	45	48	50

$t, ^\circ\text{C}$	246,9	244,7	242,0	239,1	238,0	238,2	237,8	238,0
$\tau, \text{с}$	53	59	68	77	80	84	89	95

$$c = 500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}); 2) P = 100 \text{ Вт}; 3) T = 150 \text{ с}$$

6.4.20. (Олимпиада Максвелла, 2022, РЭ, 8) **Обледенение.** В теплоизолированный сосуд по одной трубе с массовым расходом μ_1 поступает колотый лёд при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$, а по другой с массовым расходом μ_2 наливается вода при температуре t_2 . На осях $\mu_1(\mu_2)$ представлена диаграмма состояний содержимого сосуда.



1. Определите температуру t_2 поступающей воды.
2. Постройте на осях $\mu_1(\mu_2)$ диаграмму состояний содержимого сосуда для случая, когда температура поступающей воды остается прежней, а температура льда равна $t_3 = -40^\circ\text{C}$.

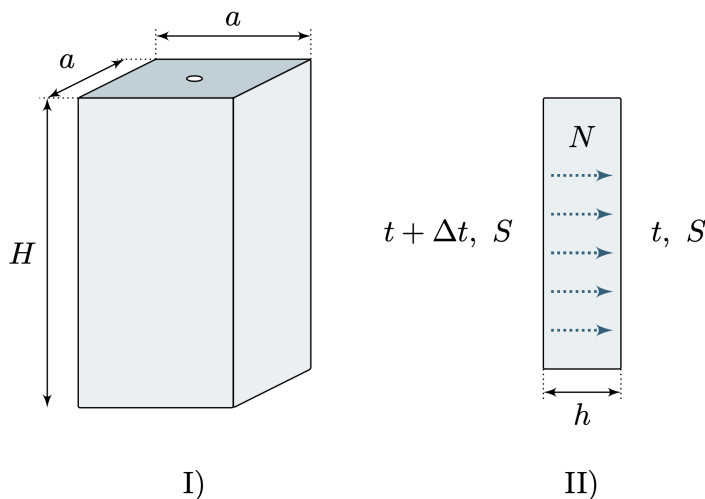
Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж}/\text{кг}$. Теплоёмкостью сосуда можно пренебречь.

$$t_2 = 20^\circ\text{C} \quad (1)$$

6.4.21. (Олимпиада Максвелла, 2022, 3Э, 8) **Сублимация.** При определённых условиях может наблюдаться интересное явление: твёрдое вещество, минуя фазу плавления, испаряется. Данный процесс называется **сублимацией**.

Диоксид углерода или «сухой лёд» — вещество, сублимация которого при атмосферном давлении происходит при температуре $t_c = -78^\circ\text{C}$. В лаборатории на весах стоит стакан, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда (см. рис. I) с длиной ребра $a = 6 \text{ см}$, толщиной стенок и дна $h = 1 \text{ мм}$ и высотой $H = 10 \text{ см}$, заполненный сухим льдом. Стакан закрыт не проводящей тепло крышкой (на рис. I закрашена темнее) с небольшим отверстием, через которое вытекает весь испарившийся диоксид. В установившемся режиме показания весов падают на $0,1 \text{ г}$ в секунду, а температура внешней поверхности сосуда $t_{\text{внеш}} = 22^\circ\text{C}$.

1. Определите удельную теплоту L_c сублимации «сухого льда», если коэффициент теплопроводности стенок сосуда равен $\kappa = 2,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$.
2. В некоторый момент времени отверстие в крышке стакана закрывают и обматывают стакан со всех сторон теплоизолирующим материалом, теплоёмкостью которой можно пренебречь. Какова масса Δm испарившегося «сухого льда» после теплоизоляции стакана? Удельная теплоёмкость материала стенок равна $c = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, а плотность $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$. Теплоёмкостью крышки тоже можно пренебречь.



Примечание. Тепловая мощность, передаваемая через плоскую пластину площадью S и толщиной h при разности температур Δt между её сторонами (см. рис. II), равна

$$N = \kappa \frac{S \Delta t}{h}.$$

$$N = \frac{\kappa S \Delta t}{h} = \kappa \frac{S \Delta t}{h} \approx \frac{\kappa S \Delta t}{h} = \kappa \frac{S \Delta t}{h} \quad (1)$$

6.5 Теплопроводность

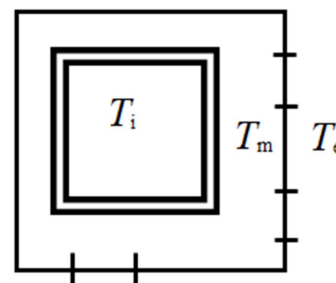
Дополнительные задачи — в листках

- Теплопроводность. 8
- Теплопроводность. 9–11 (если хочется задач покруче)

6.5.1. («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 8) Два стержня с высокой теплопроводностью приведены в тепловой контакт через торцы друг с другом и с двумя термостатами, температуры которых поддерживаются равными 500°C и 800°C (см. рис.). Считая, что поток тепла через каждый из трех контактов пропорционален (с одинаковым коэффициентом) разности температур контактирующих тел, найти установившиеся температуры стержней. Потерями тепла через боковые поверхности стержней пренебречь.

О0002 и О0009

6.5.2. (Олимпиада КФУ, 2023, 8) Сруб окружен со всех сторон остекленной верандой. Сруб отапливается батареей с постоянной температурой $T_r = 70^\circ\text{C}$ (батарея находится внутри сруба). При температуре на улице $T_e = -20^\circ\text{C}$, температура в срубе $T_i = 25^\circ\text{C}$. Температура на веранде при этом равна $T_m = -10^\circ\text{C}$. Какая температура установится в срубе, если открыть окна на веранде (температура на веранде выровнялась с улицей)? Теплообменом через пол и потолок для простоты пренебречь.



$$T_i = \frac{T_r + T_e}{2}$$

6.5.3. («Шаг в будущее», 2022, 8) **Ситуационная задача.** Энергонезависимая система отопления коттеджа состоит из домика с батареями отопления, подъемного аккумулятора тепловой энергии в виде бочки с водой, и солнечного коллектора для подогрева воды в теплое время года.

Площадь поверхности дома 100 м^2 . Тепловые потери через поверхности домика составляют $0,015\text{ кВт/м}^2$ (в среднем за отопительный сезон). Длительность отопительного сезона 6 месяцев (октябрь–март включительно). Длительность сезона накопления тепловой энергии 6 месяцев. Температура воды в конце отопительного сезона составляет 40°C . Максимальная температура воды в начале отопительного сезона 100°C . Удельная теплоемкость воды $4200\text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$.

Определить объём накопителя тепловой энергии (воды).

О0002 и О0009

6.5.4. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 8) Биолог разводит в своей комнате архей и холодолюбивых рыб. Они находятся в двух одинаковых закрытых аквариумах: в одном — архей при температуре 90°C , в другом — рыбы при температуре 10°C .

Чтобы поддерживать температуры неизменными, биолог соединил аквариумы тепловым насосом, который работает следующим образом: при получении от электрической сети энергии Q он передаёт $0,6Q$ от холодного тела горячему, и, дополнительно, сам нагревает горячее тело ещё на $0,6Q$ (оставшиеся $0,4Q$ рассеиваются). Однако для архей этого не хватает, поэтому он поместил в их аквариум ещё 7 низковольтных нагревателей. На улице неожиданно похолодало, и температура в комнате упала с 25°C до 20°C . На сколько процентов нужно изменить мощность насоса и сколько нагревателей добавить к археям?

Примечание. Мощность теплообмена между аквариумом и воздухом в комнате пропорциональна разности их температур. Теплоёмкость воздуха в комнате считайте много больше теплоёмкостей аквариумов.

нужно изменить мощность насоса на 33% и добавить 3 нагревателя

6.5.5. (Олимпиада Максвелла, 2022, РЭ, 8) **Тёплый пол.** Отопление кухни организовано с помощью системы электрического тёплого пола. Сначала он работал в базовом режиме, и на кухне установилась температура $t_1 = 18^\circ\text{C}$. Затем его мощность увеличили в 4 раза, и температура на кухне возросла до $t_2 = 21^\circ\text{C}$.

1. Какая температура t_x установится на кухне, если базовую мощность увеличить в 9 раз?
2. Определите температуру t_0 воздуха на улице.

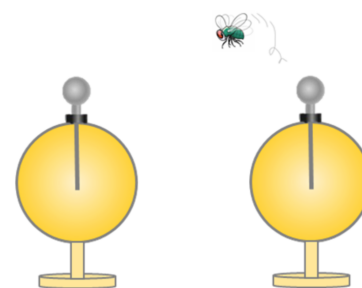
$$Q_{\text{от}} = \frac{\kappa}{t_1 - t_0} = 4Q_{\text{от}} = \frac{\kappa}{t_2 - t_0} \Rightarrow t_0 = 11^\circ\text{C}$$

Глава 7

Электрические явления

7.1 Электростатика

7.1.1. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 8) В лаборатории стоит два одинаковых электрометра (по сути — два металлических шарика с приделанной к каждому стрелкой-индикатором количества заряда в условных единицах). Стрелка 1-го электрометра показывала 45 единиц заряда, 2-го — ноль. На 1-й электрометр села незаряженная, но электропроводящая муха, потом перелетела на 2-й электрометр, а затем взлетела, после чего 2-й электрометр показал 10 единиц заряда.



1. Какой заряд при этом мог остаться у мухи?
2. Какой заряд может быть у мухи, если она очень много раз будет летать с одного электрометра на другой?

Примечание. Считайте, что заряд не стекает ни в воздух, ни куда-либо вовне.

(1) 5 единиц, 2) 9 единиц, 1) 20 единиц, 2) 22,5 единиц

7.1.2. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 8) Электрометр представляет собой проводящий шар, соединённый со стрелкой. Стрелка отклоняется на число делений, пропорциональное заряду на шаре. У Вани были одинаковые заряженные металлические кубики. Он берёт их (изолирующими перчатками для чистоты эксперимента) и по очереди по одному прикладывает к электрометру, а затем отбрасывает в сторону. Исходно электрометр показывал ноль. Когда Ваня приложил и отбросил 1 кубик, электрометр показал $Q_1 = 18$ единиц заряда. А в момент, когда приложил и отбросил 3 кубика — показал $Q_3 = 38$ единиц.

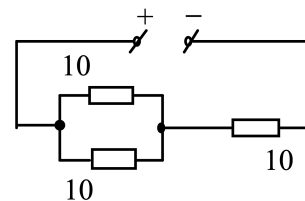
Чему равнялся (в этих единицах) исходный заряд одного кубика?

27

7.2 Электрические цепи

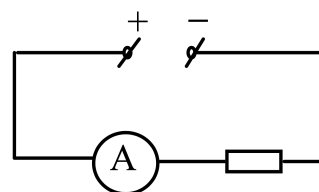
Дополнительные задачи — в листке [Электрические цепи](#).

7.2.1. («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 8) Цепь собрана из трех одинаковых сопротивлений по 10 Ом каждое и подключена к источнику постоянного напряжения (см. рис.). После того, как при неизменном напряжении источника одно из сопротивлений увеличили, ток в одном из участков цепи возрос в 1,2 раза. На сколько Ом увеличили сопротивление?



№0 01

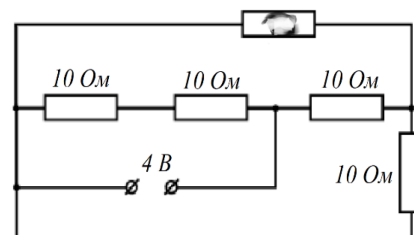
7.2.2. («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 8) Подключенный к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором амперметр (см. рис.) показывает ток 5 А. После того, как в цепь последовательно включили еще один резистор, ток стал равным 3 А. Какой ток покажет амперметр, если дополнительный резистор заменить на другой с сопротивлением в шесть раз большим?



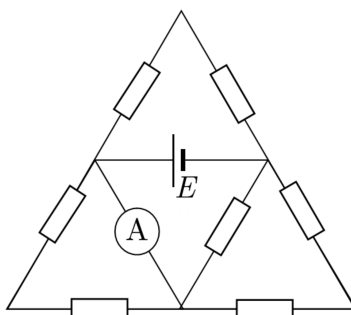
№1 1

7.2.3. («Шаг в будущее», 2021, 8) На кружке радиотехники у ученика оказалось затерто значение одного из резисторов. Собрав схему, он замерил значение силы тока, проходящего через неизвестный резистор и получил 0,1 А. Определите величину затертого резистора.

$$R_x = \frac{U}{I} = \frac{4 \text{ В}}{0,1 \text{ А}} = 40 \text{ Ом}$$

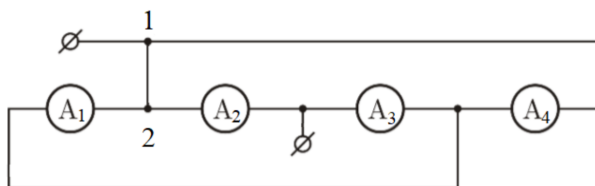


7.2.4. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 8) Из одинаковых сопротивлений $R = 3 \text{ Ом}$ каждое, идеального источника с ЭДС $E = 2 \text{ В}$ и идеального амперметра собрали треугольную схему (см. рис.). Найдите показание амперметра.



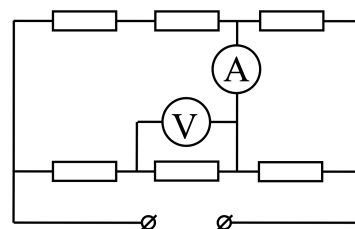
№1 1

7.2.5. («Курчатов», 2020, 8) В электрическую цепь включено несколько амперметров так, как показано на рисунке. Найдите ток, текущий через участок провода 1 – 2, если показания амперметров в сумме дают 25 мА. Сопротивления амперметров A_1, A_2, A_3, A_4 относятся соответственно как 1 : 2 : 3 : 1.



15 мА

7.2.6. («Росатом», 2023, 8) Имеется электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. В цепи все резисторы одинаковы и равны $R = 1$ кОм, сопротивление амперметра пренебрежимо мало. Когда к цепи прикладывают напряжение $U = 120$ В, амперметр показывает силу тока $I_A = 3$ мА. Найти показания вольтметра.

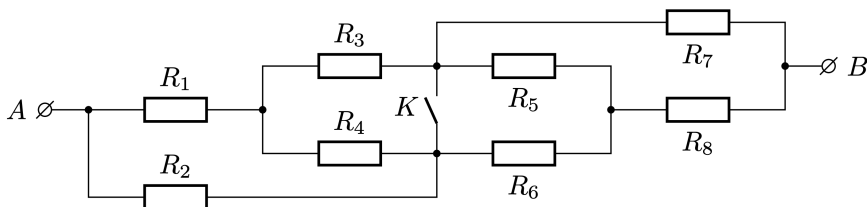


$$U \text{ В} = \frac{\varepsilon}{R} \frac{\varepsilon}{I_A} - \frac{\varepsilon}{R}$$

7.2.7. («Курчатов», 2022, 8) В черном ящике находится электрическая схема из трех резисторов и идеального амперметра, показания которого известны в любой момент времени. Кроме того, черный ящик имеет три выходных провода A, B и C . Если между выводами A и B приложено напряжение $U = 12$ В, то показания амперметра $I_{AB} = 2$ А. Если такое же напряжение приложить к выводам A и C , то показания $I_{AC} = 4$ А, а если к выводам B и C приложить тоже $U = 12$ В, то $I_{BC} = 6$ А. Установите вид электрической схемы в черном ящике и найдите сопротивления резисторов.

4 Ом, 2 Ом, 1 Ом

7.2.8. (Олимпиада Максвелла, 2021, 3Э, 8) В электрической цепи, представленной на рисунке, сопротивление резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, а $R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 2R$. Определите сопротивление между клеммами A и B при замкнутом и разомкнутом ключе K . Определите силу тока через замкнутый ключ при подключении к клеммам A и B идеального источника с напряжением U .

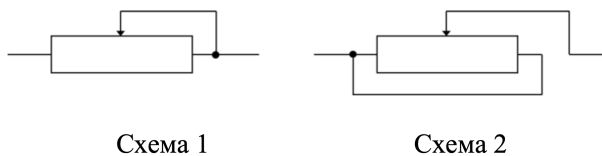


$$R_{AB} = \frac{9R}{11}; I_K = \frac{3U}{11R}; R_2 = \frac{2R}{11}$$

7.3 Вычисление сопротивлений

Дополнительные задачи — в листке [Вычисление сопротивлений](#).

7.3.1. («Надежда энергетики», 2023, 8) Переменный резистор, включенный по схеме 1, позволяет изменять сопротивление участка цепи в пределах от 0 до 4 кОм. Определите в каких пределах будет изменяться сопротивление участка цепи, если тот же переменный резистор подключить как показано на схеме 2.



10 Ом

7.3.2. («Надежда энергетики», 2016, 8) В деревянную доску забито 2016 гвоздей. Каждый гвоздь соединён с каждым из оставшихся 2015 гвоздей проводниками с одинаковыми сопротивлениями R_0 . Определите сопротивление R_0 , если сопротивление между любыми двумя гвоздями равно 1 Ом. Сопротивление гвоздей не учитывать.

1 Ом

7.3.3. («Шаг в будущее», 2023, 8) На одном и том же станке производят проволоки из разных металлов. Настроив станок на диаметр проволоки в $0,5 \text{ мм}^2$, работник его запускает. Чтобы контролировать длину наматываемой проволоки, по ней пропускают небольшой ток. Когда сопротивление всей проволоки достигает необходимого значения, проволока обрывается. Станок завершил работу и обрезал проволоку. Работник увидел, что намотанная на бобышку проволока оказалась слишком длинной. После проверки он обнаружил, что вместо вольфрама с удельным сопротивлением $5,6 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, он использовал медь, удельное сопротивление которой $1,68 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Определите длину получившейся медной проволоки, если длина вольфрамовой должна была равняться трем километрам.

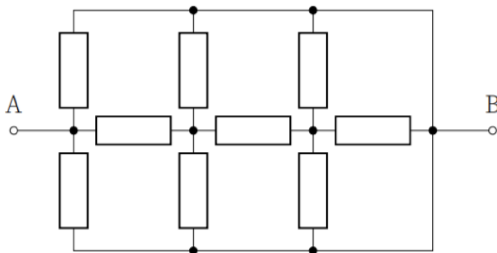
10 километров

7.3.4. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 8) На крышке маленького чёрного ящичка находятся три клеммы A , B , C , а внутри — схема, собранная из трёх резисторов сопротивлением 10 Ом, 20 Ом и 40 Ом. Сопротивление между клеммами A и B равно $R_{AB} = 30 \text{ Ом}$, между клеммами B и C — $R_{BC} = 50 \text{ Ом}$.

Чему равно сопротивление между клеммами A и C ? Нарисуйте схему соединения резисторов в чёрном ящичке.

10 Ом; соединение «звездочка»

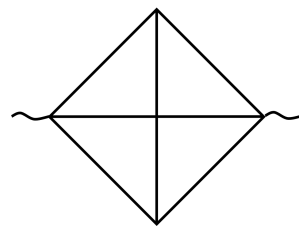
7.3.5. («Курчатов», 2021, 8) Найдите полное сопротивление участка AB электрической цепи, изображенной на рисунке, если сопротивление каждого резистора равно 3 Ом.



$R_{AB} \approx 1,1 \text{ Ом}$

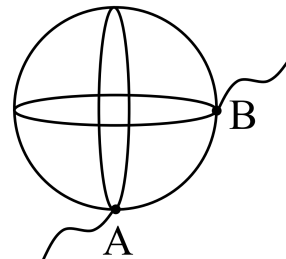
7.3.6. («Росатом», 2021, 8) Из проволоки, сопротивление единицы длины которой равно λ , изготовили квадрат со стороной a с двумя диагоналями. Найти его сопротивление, если он включается в цепь между двумя противоположными вершинами (см. рис.). В точке пересечения диагоналей между ними есть электрический контакт.

$$\frac{a^2 + 1}{5\lambda a} = \eta$$

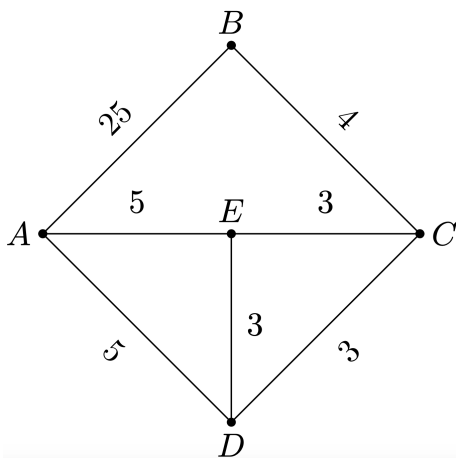


7.3.7. («Росатом», 2022, 8) Спаяли три проволочных окружности одинакового радиуса, сделанных из одинакового провода, расположив их под прямыми углами друг к другу (см. рисунок). Сопротивление провода, из которого сделана каждая окружность, равно R . Окружности включили в электрическую цепь за две соседних точки пересечения окружностей (точки A и B на рисунке). Найти сопротивление этой цепи. В точках пересечения проводов между ними есть электрические контакты.

$$\frac{8R}{5R}$$

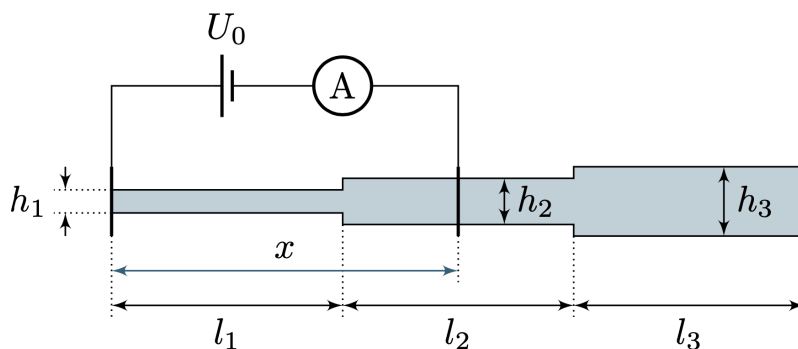


7.3.8. (Олимпиада Максвелла, 2022, 3Э, 8) Симметрия есть или нет? Определите эквивалентное сопротивление R_{ED} между узлами E и D и сопротивление R_{BD} между узлами B и D электрической цепи, сопротивления отдельных ветвей которой, выраженные в омах, указаны на рисунке.



$$\frac{10}{9}$$

7.3.9. (Олимпиада Максвелла, 2023, 3Э, 8) Экспериментатор Глюк исследовал проводник необычной формы — кусок нихромовой ленты постоянной толщины d , из которого вырезана фигура, изображённая на рисунке. Для этого он взял соединённые последовательно амперметр и идеальную батарейку с напряжением $U_0 = 1,5$ В. Один контакт получившейся системы он подключил к левому краю фигуры, второй контакт — на расстоянии x от первого контакта и стал снимать зависимость показаний амперметра I от x , заносая результаты измерений в таблицу.



x , см	20	60	100	140	180	220	260
I , мА	818	455	315	241	204	182	167
x , см	300	340	380	420	460	500	
I , мА	150	138	130	124	119	114	

Со временем Глюк забыл все размеры фигуры, кроме $h_3 = 8$ мм. Определите значения l_1 , l_2 , l_3 , h_1 , h_2 и d , если известно, что последнее измерение экспериментатор проводил, подключив второй контакт к правому краю фигуры ($x_{\max} = l_1 + l_2 + l_3$). Удельное сопротивление нихрома $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м. При решении задачи можно считать, что $d \ll l_j$, $h_i \ll l_j$ (для любых i и j). Погрешности значений искомых величин оценивать не требуется.

$$l_1 \approx 155 \text{ см}, l_2 \approx 195 \text{ см}, l_3 \approx 150 \text{ см}, d \approx 0,1 \text{ мм}, h_1 \approx 3 \text{ мм}, h_2 \approx 1,1 \text{ мм}, h_3 \approx 8 \text{ мм}$$

7.4 Мощность тока

Дополнительные задачи — в листке [Мощность тока](#).

7.4.1. («Надежда энергетики», 2021, 8) Однородный металлический стержень постоянного поперечного сечения подключен за торцы к источнику напряжения. Во сколько раз изменится скорость нагрева стержня при протекании постоянного тока, если его длину уменьшить в 3 раза? Все выделяющееся в проводнике количество теплоты полностью расходуется на увеличение его температуры. Торцы проводника перпендикулярны его боковой поверхности.

$$\text{скорость нагрева стержня увеличится в 9 раз}$$

7.4.2. («Шаг в будущее», 2022, 8) На боковую поверхность непроводящего электрический ток цилиндра нанесли слой электропроводящего вещества, затем тонкий слой изоляции и снова слой проводящего вещества и т. д. — всего пять проводящих слоев. К торцам цилиндра прижали параллельные металлические пластины, на которые подали постоянное электрическое напряжение. Определите тепловую мощность P_5 тока в самом внешнем (пятом) слое проводящего вещества, если в самом внутреннем (первом) слое она равна $P_1 = 21$ Вт. Радиус цилиндра 10 мм, толщина каждого проводящего слоя равна 1 мм, а изоляции — пренебрежимо мала. Примечание: площадь круга $S = \pi r^2$, где r — радиус круга, $\pi = 3,14$.

$$P_5 = P_1 \frac{(2r+9h)^2}{(2r+h)^2} = 29 \text{ Вт}$$

7.4.3. (*Олимпиада КФУ, 2021, 8*) Ученик Вася взял медную проволоку при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и замкнул её через батарейку. Через некоторое время ее объем увеличился в χ раз, причем $\chi - 1 \ll 1$. Найдите, насколько была нагрета проволока, если коэффициент линейного теплового расширения меди α . Коэффициент линейного теплового расширения — это относительное (относительно исходных линейных размеров тела) изменение линейных размеров тела, происходящее в результате изменения его температуры на 1°C при постоянном давлении.

Указание. Проволоку можно считать для определенности цилиндрической. Объем цилиндра $V = \pi l R^2$, где R — радиус основания цилиндра, l — высота.

$$\frac{\Delta V}{V} = \chi \Delta T$$

7.5 Электронагреватель

Дополнительные задачи — в листке [Электронагреватель](#).

7.5.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 8*) В однокомнатном домике Незнайки не было отопления, в нём стало холодно, и тогда Незнайка купил три одинаковых электро-обогревательных элемента. Когда на улице была температура $T_0 = -10^\circ\text{C}$, Незнайка соединил последовательно свои элементы, включил их в сеть постоянного напряжения, подождал и получил температуру в комнате $T_1 = -5^\circ\text{C}$. Тогда Незнайка соединил эти же элементы параллельно.

1. Какую примерно температуру T_2 он получит, если подождёт достаточно долго?
2. Подскажите Незнайке какой-нибудь способ, как бы он мог использовать свои элементы, чтобы получить в комнате температуру около $T_3 = +20^\circ\text{C}$.

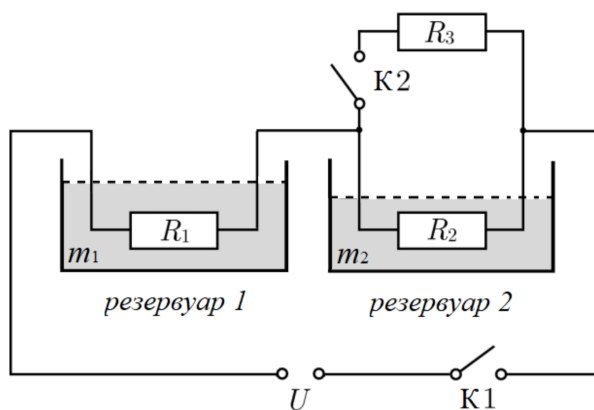
Примечание. Считайте, что сам Незнайка собой подогревает комнату гораздо слабее обогревательного элемента, а сопротивление этих элементов не зависит от температуры.

$$T_2 = T_0 + \frac{2(T_1 - T_0)}{3}$$

7.5.2. (*«Курчатов», 2023, 8*) Нагревательные элементы погружены в два резервуара с водой, соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения $U = 15\text{ В}$, как показано на рисунке. Сопротивление первого нагревательного элемента $R_1 = 4,0\text{ Ом}$, сопротивление второго нагревательного элемента $R_2 = 6,0\text{ Ом}$. Резистор с сопротивлением $R_3 = 3,0\text{ Ом}$ подключен параллельно ко второму нагревательному элементу. В начальный момент времени ключи K_1 и K_2 разомкнуты. В первом калориметре находится вода массой $m_1 = 150\text{ г}$, во втором вода массой $m_2 = 110\text{ г}$. Вода в обоих калориметрах имеет одинаковую начальную температуру. Ключ K_1 замыкают и через $\tau_0 = 90$ секунд также замыкают ключ K_2 .

1. Определить время τ , на которое должен быть замкнут ключ K_2 , чтобы температура воды в обоих резервуарах стала одинаковой. В момент времени τ ключи K_1 и K_2 размыкают. Считать, что по прошествии времени τ в обоих резервуарах установилось тепловое равновесие.
2. Определить, на сколько градусов изменится температура воды с момента начала нагревания до установления теплового равновесия.

Удельная теплоёмкость воды $c = 4200\text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$. Теплоёмкостью резервуаров и сопротивлением соединительных проводов пренебречь. Систему следует считать теплоизолированной.



$$Q_{\text{от}} = \nabla(z) \cdot \tau = \tau (I)$$

7.5.3. («Росатом», 2023, 8) Источник постоянного электрического напряжения приложили к прямому цилиндрическому проводнику и пропустили через проводник электрический ток. В результате температура проводника увеличилась на $\Delta t = 10^\circ\text{C}$ и далее не возрастала. На сколько еще увеличится температура проводника, если его укоротить на одну четверть и приложить к нему тот же самый источник постоянного напряжения? Изменением удельного сопротивления материала проводника при нагревании пренебречь.

Указание. Мощность теплотерь пропорциональна разности температур тела и окружающей среды, площади контакта между телом и средой, и зависит от геометрии тела, наличия теплоизоляции и т.д. (закон Ньютона–Рихмана).

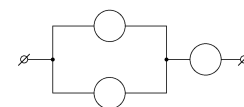
$$Q_{\text{от}} = \frac{6}{4\Delta t} = L\Delta t$$

7.6 Нелинейные элементы

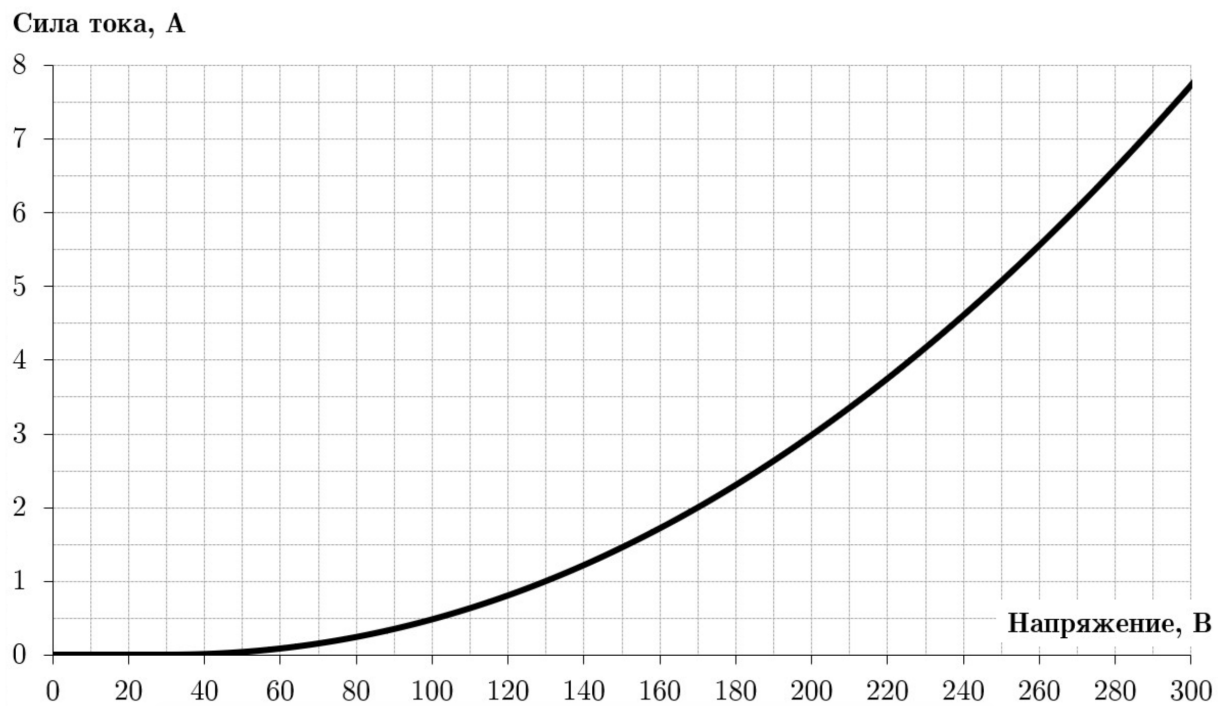
Дополнительные задачи — в листках

- [Вольт-амперная характеристика](#)
- [Нелинейные элементы](#)

7.6.1. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 8) Юный электрик использует в цепях вместо обычных резисторов нелинейные элементы. На графике (см. ниже) показана зависимость силы тока от напряжения для такого элемента.



Однажды он собрал из трёх таких элементов схему, показанную на рисунке справа, и подключил её к идеальному источнику тока напряжением 300 В.



Какая тепловая мощность будет выделяться на каждом из нелинейных элементов?

$$P_1 = 130 \text{ Вт}, P_2 = 340 \text{ Вт}, P_3 = 130 \text{ Вт}$$

Глава 8

Оптика

8.1 Отражение света. Плоское зеркало

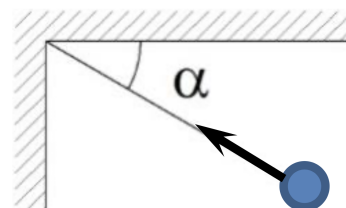
Дополнительные задачи — в листке [Плоское зеркало](#).

8.1.1. («Надежда энергетики», 2015, 8) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ выступали на научной конференции школьников с докладом о результатах своей работы. Они исследовали отражательные свойства белого материала, из которого изготавливаются экраны в кинотеатрах. Учащиеся обнаружили, что свойства материала оптимизированы для минимизации потерь при отражении света. После доклада председатель жюри конференции задал лицеистам вопрос: «Что мешает сделать экран зеркальным, ведь при этом потери света будут заведомо меньше?». Учащиеся получили диплом 1 степени, потому что ответили на вопрос совершенно правильно. Что ответили школьники председателю жюри? Как вы объясните их ответ?

8.1.2. («Надежда энергетики», 2020, 8) Через небольшое окно в южной стене в темную комнату проходит пучок солнечного света, параллельный восточной и западной стенам, и попадает на большое горизонтальное плоское зеркало, лежащее на столе. На зеркале вертикально укреплен непрозрачный квадрат, который отбрасывает тень на северную стену. Определите площадь тени, если длина стороны квадрата 8 см.

128 см²

8.1.3. («Надежда энергетики», 2018, 8) Два плоских зеркала, расположенных вертикально, образуют прямой угол. Муха летит горизонтально так, что ее скорость v направлена в ребро угла и образует угол $\alpha = 30^\circ$ с одним из зеркал. Сколько своих отражений видит муха и с какими скоростями относительно неё они движутся?



3 изображения; $v_1 = v$; $v_2 = v$; $v_3 = v$; $v_4 = v$

8.1.4. («Надежда энергетики», 2022, 8) Человек, рост которого равен a , смотрит в плоское вертикальное зеркало, стоящее на полу, находясь от него на расстоянии l . За спиной человека на стене висит картина, верхний край которой расположен на высоте H от пола, причем $H > a$. Расстояние между зеркалом и стеной равно L . Какой минимальной высоты h должно быть зеркало, чтобы человек смог увидеть верхний край картины?

$\frac{L+1}{L^2+1H} = \eta$

8.1.5. («Надежда энергетики», 2021, 8) Каждый год студенты НИУ «МЭИ», участники тури-

стическо-поискового клуба «Горизонт», отправляются в походы по разным местам нашей страны. Свои фоторепортажи они показывают на выставках в фойе главного учебного корпуса. На этом снимке изображена горная вершина, сфотографированная с берега озера. Как определить, где расположено отражение горы в воде: на верхней или на нижней части фотоснимка? Объясните свой ответ при помощи графических построений световых лучей. Яркость, четкость и контрастность верхней и нижней половины фотографии одинаковы.

