

# Олимпиадная физика. 11 класс

## Задачник 11.2023

Данное пособие содержит задачи для одиннадцатиклассников, которые предлагались в последние годы на следующих олимпиадах:

1. [Всероссийская олимпиада школьников](#), ШЭ и МЭ в Москве (2020–2023)
2. [Физтех](#) (2022–2023)
3. [Росатом](#) (2021–2023)
4. [Курчатов](#) (2020–2023)
5. [Покори Воробьёвы горы!](#) (2020–2023)
6. [Шаг в будущее](#) (2021–2023)
7. [Инженерная олимпиада](#) (2021–2023)
8. [Всесибирская олимпиада](#) (2015–2023)
9. [Формула Единства / Третье тысячелетие](#) (2019–2023)
10. [Будущие исследователи — будущее науки](#) (2015–2023)
11. [Олимпиада КФУ](#) (2019–2023)
12. [Надежда энергетики](#) (2015–2023)

Годы, являющиеся левой границей промежутка дат для каждой олимпиады, выбраны из следующих соображений.

- Более ранние задачи олимпиад, имеющих номера 1–5 в приведённом списке, можно найти в [олимпиадных листках](#). Кстати, пункты оглавления задачника дублируют названия данных листков, и каждый раздел задачника начинается со ссылки на соответствующий листок.
- В остальных случаях нижняя граница определялась либо наличием соответствующих материалов на сайтах олимпиад, либо моими личными возможностями :-)

Данный задачник не охватывает все те олимпиады, в которых может участвовать одиннадцатиклассник. Например, сюда не включены задачи [Всеросса \(РЭ, ЗЭ\)](#), [МОШ](#), [Высшей пробы](#). Заинтересованный читатель может найти их в соответствующих таблицах по указанным ссылкам.

Распределение задач по темам зачастую сделано «на глаз»; в дальнейшем (по мере моего осмысления) некоторые задачи могут переместиться в другие темы. Актуальная версия задачника находится по адресу: <http://mathus.ru/phys/11phys2023.pdf>.

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Механика</b>	<b>5</b>
1.1	Равномерное движение	5
1.2	Равноускоренное движение	6
1.3	Вертикальное движение	7
1.4	Относительность движения	8
1.5	Баллистика	8
1.6	Движение по окружности	13
1.7	Масса и плотность	13
1.8	Законы Ньютона	14
1.9	Конический маятник	15
1.10	Гравитация	15
1.11	Сила упругости	16
1.12	Сила трения	16
1.13	Связанные тела	18
1.14	Наклонная плоскость	19
1.15	Движение со связями	20
1.16	Импульс	27
1.17	Центр масс	30
1.18	Движение с переменной массой	30
1.19	Работа, мощность, энергия	30
1.20	Консервативные системы	31
1.21	Динамика маятника	33
1.22	Мёртвая петля	34
1.23	Соскальзывание со сферы	34
1.24	Упругие взаимодействия	34
1.25	Неконсервативные системы	37
1.26	Неупругие взаимодействия	39
1.27	Рассеяние частиц	40
1.28	Ударные силы	40
1.29	Статика	41
1.30	Гидростатика	44
1.31	Горизонтальная сила Архимеда	45
1.32	Движение жидкости	46
1.33	Массивный канат	47
1.34	Массивная пружина	47
1.35	Вращение твёрдого тела	48
1.36	Соппротивление среды	48
1.37	Движение автомобиля	51
1.38	Механические колебания	53
1.39	Гармоническое движение	58

1.40	Механические волны	59
<b>2</b>	<b>Молекулярная физика и термодинамика</b>	<b>60</b>
2.1	Атомы и молекулы	60
2.2	Основное уравнение МКТ идеального газа	61
2.3	Уравнение состояния идеального газа	61
2.4	Воздушный шар	62
2.5	Газовые смеси	64
2.6	Изопроцессы	64
2.7	Трубка со ртутью	67
2.8	Полупрозрачные перегородки	67
2.9	Теплообмен	68
2.10	Внутренняя энергия	69
2.11	Работа газа	71
2.12	Первый закон термодинамики	72
2.13	Теплоёмкость газа	77
2.14	Тепловые машины	78
2.15	Насыщенный пар	84
2.16	Влажный воздух	86
2.17	Уравнение адиабаты	86
2.18	Теплопроводность	87
<b>3</b>	<b>Электричество и магнетизм</b>	<b>88</b>
3.1	Закон Кулона	88
3.2	Напряжённость электрического поля	89
3.3	Потенциал	91
3.4	Электрический диполь	93
3.5	Проводящие сферы	94
3.6	Заряженная пластина	94
3.7	Плоский конденсатор	95
3.8	Энергия зарядов	96
3.9	Конденсатор с диэлектриком	99
3.10	Сложный конденсатор	100
3.11	Электрическое давление	101
3.12	Электротермодинамика	101
3.13	Движение в электрическом поле	102
3.14	Постоянный ток. Правила Кирхгофа	103
3.15	Эквивалентный источник	111
3.16	Вычисление сопротивлений	112
3.17	Мощность тока	113
3.18	Электронагреватель	115
3.19	Локальный закон Ома	116
3.20	Нелинейные элементы	117
3.21	Цепи с конденсаторами	118
3.22	Соединения конденсаторов	119
3.23	Переходные процессы в RC-цепях	119
3.24	Подвижная пластина	122
3.25	Электрический ток в газах	123
3.26	Сила Лоренца	123
3.27	Сила Ампера	126

3.28	Эффект Холла	128
3.29	Вихревое электрическое поле	131
3.30	Самоиндукция	132
3.31	Электромагнитные колебания	133
3.32	Переходные процессы в RCL-цепях	134
3.33	Нелинейные элементы в RCL-цепях	134
3.34	Переменный ток	136
3.35	Электромагнитные волны	137
<b>4</b>	<b>Оптика</b>	<b>138</b>
4.1	Световые лучи. Фотометрия	138
4.2	Отражение света. Зеркало	139
4.3	Преломление света	142
4.4	Полное отражение	143
4.5	Преломление. Малые углы	144
4.6	Ход лучей в линзах	144
4.7	Формула линзы	144
4.8	Скорость изображения	145
4.9	Система двух линз	145
4.10	Линза и зеркало	147
4.11	Линза и жидкость	147
4.12	Линза и пластина	148
4.13	Общая формула линзы	149
4.14	Оптические приборы	149
4.15	Интерференция света	150
4.16	Дифракция света	150
4.17	Специальная теория относительности	151
<b>5</b>	<b>Атомы, ядра, кванты</b>	<b>152</b>
5.1	Давление света	152

# Глава 1

## Механика

### 1.1 Равномерное движение

Дополнительные задачи — в листке [Равномерное движение](#).

**1.1.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 11) Муравей бежит с постоянной скоростью  $v$  по горизонтальной поверхности. На его пути находится конический холм, вертикальное осевое сечение которого имеет вид равностороннего треугольника со стороной  $L$ . Как должен двигаться муравей, чтобы, преодолев холм, оказаться в противоположной точке основания холма за минимальное время? Определите это время  $t$ .

**Примечание.** Скорость муравья считайте неизменной.

$$a/\zeta^{\wedge}T = t$$

**1.1.2.** (*Всесиб.*, 2021, 11) На реке имеются две пристани, А и В, к каждой из которых пришвартован почтовый катер. Заправка катера №1 на пристани А позволяет ему только дойти до пристани В, затратив на это  $t_1 = 4$  часа, а заправки катера №2 на пристани В едва хватит, чтобы за  $t_2 = 8$  часов дойти до пристани А. Несмотря на дефицит горючего, катера без дополнительных заправок смогли доставить почту из А в В, и из В в А, причем, каждый катер вернулся на свою пристань своим ходом. Катер №1 отправился в  $t_A = 12$  часов. В какой самый поздний момент времени  $t_B$  должен был отправиться катер №2, чтобы такая доставка почты могла состояться? Скорость катеров относительно воды и расход топлива одинаковые. Перекачка горючего из одного катера в другой невозможна. Движение катера с выключенным двигателем не допускается.

$$\text{энь } 8 = \text{Я}t$$

**1.1.3.** («Надежда энергетики», 2019, 11) Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции — «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика  $N = 8$  одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 100 м, до второго 200 м, до следующих 300 м, 500 м, 800 м, 900 м, 1300 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в

начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению вагонов пренебречь.

Расстояние: 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м; скорости: 5,4; 9; 16,2; 21,6; 28,8; 32,4; 43,2; 54 км/ч

## 1.2 Равноускоренное движение

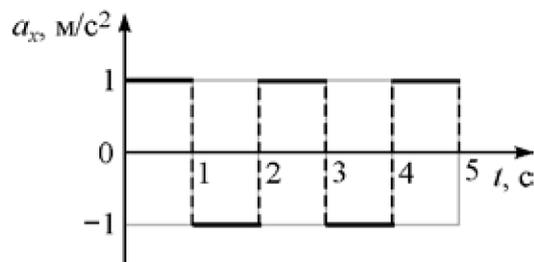
Дополнительные задачи — в листке [Равноускоренное движение](#).

**1.2.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) Вдоль оси  $OX$  движется точечное тело массой  $m = 3$  кг. Закон движения тела имеет вид  $x = 10 + 8t - 2t^2$ . Координата  $x$  измеряется в метрах, время  $t$  измеряется в секундах и отсчитывается от момента начала движения тела. Определите импульс этого тела через 2 с после начала его движения.

- А) 0
- Б) 12 кг · м/с
- В) 24 кг · м/с
- Г) 36 кг · м/с
- Д) 54 кг · м/с

В

**1.2.2.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 11) Материальная точка движется вдоль оси  $OX$ . На рисунке показан график зависимости проекции ускорения  $a_x$  этой точки на данную ось от времени  $t$ . Сколько раз останавливалась точка в течение первых пяти секунд движения, если её начальная скорость была равна нулю? Начало движения остановкой не считается.

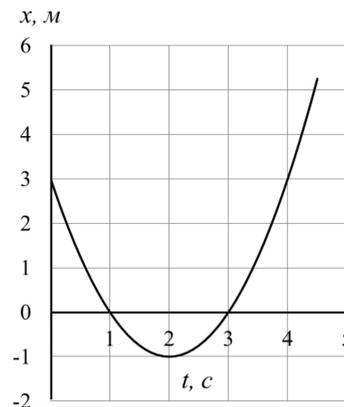


1. Один;
2. два;
3. три;
4. четыре;
5. ни разу.

Б

**1.2.3.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 11) Вдоль оси  $OX$  движется с постоянным ускорением точечное тело массой 2 кг. На графике представлена зависимость координаты  $x$  этого тела от времени  $t$ . Найдите кинетическую энергию тела в момент времени  $t = 3$  с.

1. 0 Дж;
2. 2 Дж;
3. 3 Дж;
4. 4 Дж.



□

**1.2.4.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) Вдоль оси  $OX$  движется точечное тело массой 1 кг. Зависимость координаты  $x$  этого тела от времени  $t$  выражается формулой  $x(t) = 5 - 2t + t^2$ . Координата  $x$  измеряется в метрах, время  $t$  измеряется в секундах и отсчитывается от момента начала движения тела. Найдите кинетическую энергию тела в момент времени  $t = 4$  с.

1. 9 Дж;
2. 20 Дж;
3. 18 Дж;
4. 15 Дж.

□

**1.2.5.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Пункты  $A$  и  $B$  расположены на расстоянии  $L = 4$  км друг от друга. Из пункта  $A$  по направлению к пункту  $B$  выехал мотоциклист, который двигался с постоянной скоростью в течение всего времени движения. Одновременно навстречу этому первому мотоциклисту из пункта  $B$  с начальной скоростью  $v_0 = 32$  м/с выехал второй мотоциклист, движущийся с постоянным ускорением  $a = 0,2$  м/с<sup>2</sup>, направленным всё время так же, как скорость первого мотоциклиста. Известно, что в пути мотоциклисты два раза обгоняли друг друга. В каких пределах лежит скорость первого мотоциклиста?

$$\frac{v_0}{2} > v > \frac{v_0}{2} - \frac{aL}{v} > \frac{v_0}{2} - \frac{aL}{v} > v > v_0 - \frac{aL}{v}$$

## 1.3 Вертикальное движение

Дополнительные задачи — в листке [Вертикальное движение](#).

**1.3.1.** («Росатом», 2022, 11) Экспериментируя с лунным камнем, Знайка сумел следующим образом изменить ускорение свободного падения в Цветочном городе: до высоты  $h = 10$  м ускорение свободного падения осталось равным  $g$ , выше стало  $g/3$ . На какую высоту сможет забросить теперь тело Незнайка, если раньше он мог его подбросить на высоту  $H = 20$  м?

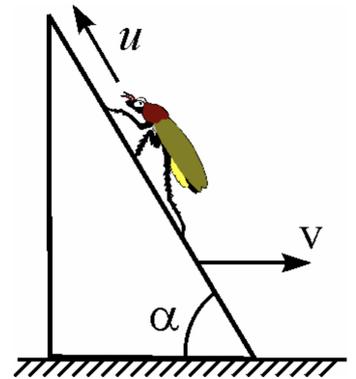
$$H = 40 \text{ м}$$

## 1.4 Относительность движения

Дополнительные задачи — в листке [Относительность движения](#).

**1.4.1.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 11*) Клин с углом  $\alpha = 60^\circ$  при основании двигают со скоростью  $v = 10$  см/с по горизонтальному полу. По наклонной поверхности клина ползёт вверх жук со скоростью  $\vec{u}$  относительно клина; при этом модуль скорости  $u$  не превышает 10 см/с.

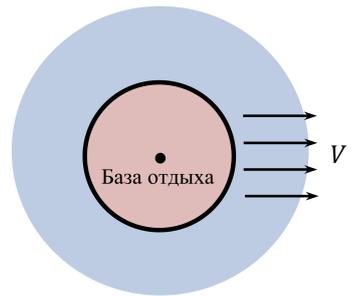
1. С какой максимальной по модулю скоростью относительно пола может двигаться жук? Ответ выразите в см/с, округлите до целого числа.
2. Чему равна по модулю минимальная скорость жука относительно пола? Ответ выразите в см/с, округлите до десятых долей.



898 (2) 01 (1)

**1.4.2.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) База отдыха находится в центре круглого острова, радиус которого равен 20 км. Параллельно поверхности Земли с запада на восток дует ветер со скоростью  $V = 14$  м/с. Вертолёт с группой отдыхающих отправляется с базы на побережье. Скорость вертолёта относительно неподвижного воздуха равна 50 м/с и остаётся постоянной во время всего перелёта.

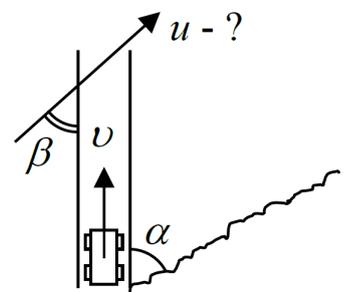
1. Найдите максимальное время перелёта вертолёта до побережья и обратно. Ответ выразите в секундах, округлите до целого числа.
2. Найдите минимальное время перелёта вертолёта до побережья и обратно. Ответ выразите в секундах, округлите до целого числа.



898 (2) 898 (1)

**1.4.3.** (*Всесиб., 2018, 11*) При движении автомобиля по проселочной дороге со скоростью  $v$  пылевой шлейф, уносимый ветром, ориентирован под углом  $\alpha$  к направлению движения автомобиля (если смотреть сверху). Определите скорость ветра  $u$ , если она направлена под углом  $\beta$  к скорости автомобиля.

$$\frac{(v-u)_{\text{шл}}}{v} \alpha = n$$



## 1.5 Баллистика

Дополнительные задачи — в листках

- [Баллистика. Координаты](#)

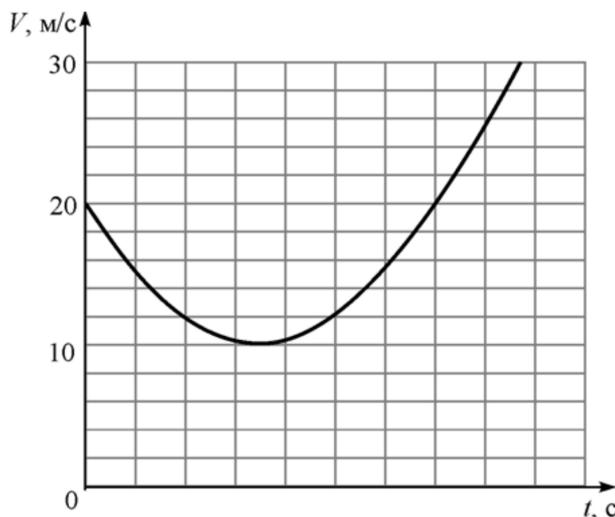


**1.5.4.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) Футбольный мяч лежит на горизонтальной площадке на расстоянии 60 м от высокой вертикальной стены. Мячу сообщили начальную скорость 15 м/с, направленную под углом  $30^\circ$  к горизонту. Ударяясь о горизонтальную площадку, мяч отскакивает от неё абсолютно упруго. Сопротивлением воздуха можно пренебречь; мяч движется в вертикальной плоскости, перпендикулярной стене. Ускорение свободного падения  $10 \text{ м/с}^2$ .

1. Сколько раз мяч ударится о горизонтальную площадку до удара о стену?
2. На какой высоте над площадкой произойдёт удар мяча о стену? Ответ выразите в сантиметрах и округлите до целого числа.

78 (2; 8) (1)

**1.5.5.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) Камень бросили под углом  $\alpha$  к горизонту с высоты  $h$  над горизонтальной поверхностью земли. На рисунке изображён график зависимости модуля скорости  $V$  этого камня от времени  $t$  (с момента броска до момента удара о землю). Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



1. Найдите угол  $\alpha$ . Ответ выразите в градусах, округлите до целого числа.
2. Найдите высоту  $h$ , с которой был брошен камень. Ответ выразите в метрах, округлите до целого числа.
3. Чему равно время полёта камня? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых долей.
4. Найдите дальность полёта камня (то есть проекцию перемещения камня на горизонтальную поверхность земли). Ответ выразите в метрах, округлите до целого числа.

(1) 60; 2) 25; 3) 4,55; 4) 45

**1.5.6.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) Камешек бросили с балкона дома. Может ли он за последовательные равные промежутки времени пройти пути, равные 1 м, 1 м, 3 м, 5 м? Сопротивление воздуха отсутствует.

1. Может, если его бросили в горизонтальном направлении.
2. Может, если его бросили вертикально вниз.
3. Может, если его бросили вертикально вверх.
4. Нет, такое невозможно.

E

**1.5.7.** (*«Надежда энергетики», 2018, 11*) Петя и Катя, стоящие на расстоянии  $S$  друг от друга, одновременно бросили друг другу маленькие мячики одинаковой массы. Известно, что в процессе полёта минимальное расстояние между мячиками было равно  $l$ . Найдите начальную скорость любого из мячиков, если их начальные кинетические энергии одинаковы, а длительности полёта разные. Оба мячика бросаются с одной высоты и ловятся на одной высоте; точка броска «своего» мячика совпадает с точкой поимки «чужого»; сопротивлением воздуха можно пренебречь.

$$\frac{2l\sqrt{gS}}{gS} \sqrt{v} = 0.5$$

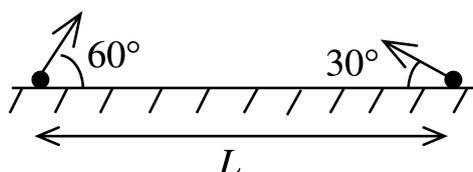
**1.5.8.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 11*) При каких значениях угла между начальной скоростью и горизонтом брошенное тело будет удаляться от точки броска в течение всего полета?

$$\frac{g}{2\sqrt{g}} > v \sin \alpha$$

**1.5.9.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 11*) При разрыве снаряда на поверхности земли осколки полетели во все стороны с одинаковой скоростью. В точку, находящуюся на расстоянии 250 м от места разрыва, упали два осколка с интервалом 10 с. Под какими углами к горизонту вылетели эти осколки? Чему равен радиус круга всех упавших осколков? Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

$$v \sin \alpha = \frac{g}{2} t$$

**1.5.10.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 11*) Два тела бросили одновременно из точек на поверхности земли, удаленных друг от друга на расстояние  $L$ . Векторы начальных скоростей тел лежат в одной вертикальной плоскости и составляют с горизонтом углы  $30^\circ$  и  $60^\circ$  (см. рис.). Какого минимального значения достигает расстояние между находящимися в полете телами, если дальности полета тел равны  $L$ ?



$$L \sin \alpha \approx L \frac{g}{2\sqrt{g}} = 0.5 L \sin \alpha$$

1.5.11. («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 11) Тело бросили под углом к горизонту в момент  $t = 0$  так, что вектор скорости составил с горизонтом угол  $45^\circ$  в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . Найти дальность полета тела. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$\frac{g}{(t_1^2 - t_2^2)^2}$$

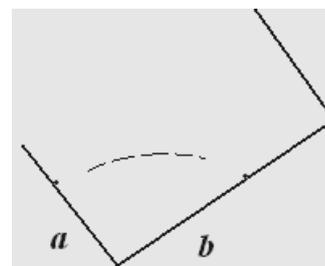
1.5.12. («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 11) Тело бросили с начальной скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Через время  $\tau$  бросили второе тело так, что оно полетело по той же траектории. Каким будет минимальное расстояние между телами во время их полета? Через какое время расстояние станет минимальным? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$\frac{b}{v \sin \alpha} + \frac{g}{2} \text{ время через которое расстояние минимально и } \alpha \text{ на } \tau \text{ минимальное расстояние}$$

1.5.13. («Росатом», 2022, 11) Два тела бросили из одной точки поверхности земли с одинаковыми начальными скоростями под разными углами к горизонту. Тела упали в одну и ту же точку через время  $t$  и  $2t$  после броска. Под каким углом к горизонту бросили первое тело?

$$\frac{g}{t} \sin \alpha = v$$

1.5.14. (Всесиб., 2017, 11) В прямоугольной коробке шарик прыгает туда и назад по одной и той же траектории, ударяясь о левую стенку и дно в точках на расстояниях  $a$  и  $b$  от нижнего угла коробки. Каково время между последовательными ударами шарика? Ускорение свободного падения  $g$ .

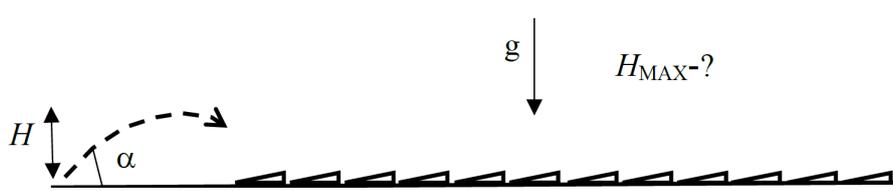


$$v / \sqrt{[2b^2 / (g + g^2 v)]} = t$$

1.5.15. («Росатом», 2023, 11) С движущейся со скоростью  $v$  тележки с такой же скоростью  $v$  под некоторым углом к горизонту бросают тело. Чему равна максимально возможная дальность полета тела (расстояние от точки бросания до точки падения тела на землю)? Под каким углом к горизонту (относительно тележки) нужно бросить тело, чтобы дальность его полета была максимальной? Под каким углом к горизонту (относительно земли) начнет в этом случае свое движение тело? Силой сопротивления воздуха пренебречь. Считать, что тележка очень маленькая, и бросок производится практически с поверхности земли.

$$S_{\max} = \frac{3\sqrt{3}v^2}{g}, \alpha_{\text{отн. земл.}} = 60^\circ, \alpha_{\text{отн. тел.}} = 30^\circ$$

1.5.16. (Всесиб., 2018, 11) На горизонтальную рифленую поверхность с тонким треугольным рельефом под углом  $\alpha$  бросают мяч. До первого удара о поверхность максимальная высота подъема мяча равна  $H$  (см. рисунок). Мяч  $11$  раз упруго отскакивает от наклонных поверхностей треугольников и возвращается в исходную точку по той же самой траектории. При этом мяч попадает только на наклонные части поверхности. Определите высоту наибольшего подъема мяча  $H_{\max}$ .



$$H_{\max} = H \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 20}$$

**1.5.17.** («Курчатов», 2020, 11) Пусть имеется пушка на поверхности земли, которая может выпускать снаряд со скоростью  $v_0$  под любым углом к горизонту. Определите границу «простреливаемой» области: получите уравнение кривой, которая разделяет вертикальную плоскость на точки, достижимые для попадания снарядом, и на те, в которые снаряд не попадёт ни в каком случае. Ускорение свободного падения равно  $g$ , сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\frac{g}{v_0^2} \cdot x^2 - \frac{g}{v_0^2} \cdot x = (x)h$$

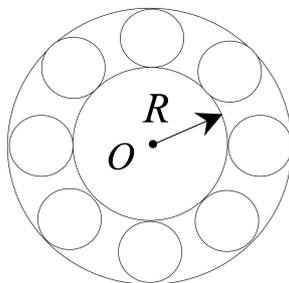
## 1.6 Движение по окружности

Дополнительные задачи — в листке [Движение по окружности](#).

**1.6.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) Колесо радиусом 15 см двигалось вдоль ровной дороги равномерно, но с проскальзыванием. Угловая скорость колеса не изменялась. Ось колеса переместилась на расстояние 2 м, при этом колесо совершило 5 полных оборотов. Пусть  $V_1$  и  $V_2$  — модули скорости верхней и нижней точек колеса соответственно, причём  $V_1 > V_2$ . Найдите отношение  $V_1/V_2$ . Ответ округлите до десятых долей.

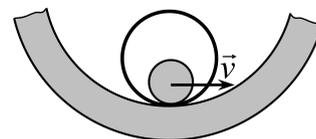
2,5

**1.6.2.** («Надежда энергетики», 2020, 11) Внутреннее кольцо шарикоподшипника радиусом  $R = 4$  см закреплено на оси  $O$  токарного станка. Внешнее кольцо подшипника закреплено неподвижно на корпусе станка. Шарики подшипника имеют радиус  $r = 1$  см и катятся по внутреннему и внешнему кольцам без проскальзывания. Сколько оборотов вокруг оси  $O$  сделают шарики за время одного оборота внутреннего кольца?



0,4 оборота

**1.6.3.** (Инженерная олимпиада, 2021, 11) По внутренней поверхности трубы с внутренним радиусом  $R$  катится диск радиуса  $r$ , прижимая к трубе тонкий обруч радиуса  $2R$  ( $R > 2r$ ). Линейная скорость центра диска равна  $v$ . Найти угловые скорости диска и обруча. Проскальзывания нет.



$$\frac{(R-r)\omega}{R-2r} = \omega; \frac{v}{R} = \omega$$

## 1.7 Масса и плотность

Дополнительные задачи — в листке [Масса и плотность](#).

**1.7.1.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 11*) Три одинаковых сосуда полностью заполнены тремя жидкостями. В одном из них содержится масса  $m$  жидкости 1, во втором — масса  $1,8m$  жидкости 2, а в третьем — масса  $1,6m$  смеси жидкостей 1 и 2. Найти массу жидкости 1 во всех трех сосудах.

$$m_1 = 1,6m$$

**1.7.2.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 11*) Если смешать некоторые количества растворов соли с массовой концентрацией соли  $\eta_1 = 0,3$  и  $\eta_2 = 0,7$  и добавить к смеси  $m = 5$  кг чистой воды, получится раствор соли с массовой концентрацией  $\eta_1$ . А если бы вместо воды к смеси добавить (и растворить) массу  $2m$  соли, получился бы раствор соли с массовой концентрацией  $\eta_2$ . Найти массы  $m_1$  и  $m_2$  первого и второго растворов.

$$m_1 = 1,5m; m_2 = 2m$$

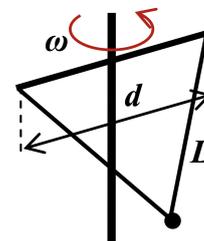
## 1.8 Законы Ньютона

Дополнительные задачи — в листке [Законы Ньютона](#).

**1.8.1.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) Автомобиль проходит поворот со скоростью  $30$  м/с по траектории с радиусом закругления  $40$  м в горизонтальной плоскости ( $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>). При какой минимальной величине угла наклона полотна трека он сможет это сделать, если коэффициент трения колёс о полотно  $\mu = 1$ ?

$$\alpha \approx \arctan \frac{v^2}{gr} \approx 45^\circ$$

**1.8.2.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) Маленький массивный шарик прикреплен двумя одинаковыми лёгкими жёсткими стержнями к шарнирам на концах горизонтальной штанги длиной  $d = 24$  см, симметрично закреплённой на вертикальной оси (см. рисунок). Ось вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 7$  с<sup>-1</sup>, длина каждого из стержней  $L = 37$  см. При этом сила натяжения каждого стержня равна  $T_1 = 49$  Н. Какой станет сила натяжения, если уменьшить скорость вращения до величин  $\omega_2 = 6$  с<sup>-1</sup> и  $\omega_3 = 5$  с<sup>-1</sup>? Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения в задаче принять равным  $g \approx 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

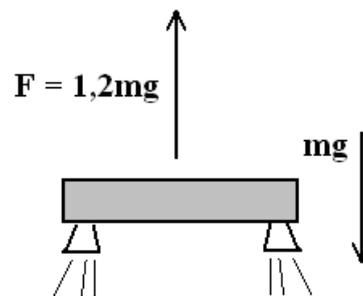


$$T = m \omega^2 L \left( \frac{d}{2} + L \right)$$

**1.8.3.** (*Всесиб., 2020, 11*) Ракета массой  $m$  стартует с горизонтальной поверхности земли. Ее двигатель создает постоянную по величине и направлению силу тяги и выключается через время  $\tau$  после старта на высоте  $H$  и на расстоянии  $S$  по горизонтали от точки старта. Определите силу тяги двигателя ракеты. Ускорение свободного падения  $g$ . Сопротивлением воздуха и изменением массы ракеты пренебречь.

$$F = \frac{m \sqrt{g^2 S^2 + H^2}}{\tau}$$

**1.8.4.** (*Всесиб., 2015, 11*) Масса платформы с ракетными двигателями равна  $m$ . Сила тяги двигателей  $F = 1,2mg$  направлена вверх ( $g$  — ускорение свободного падения). Двигатели периодически включают на некоторое время  $T$  и выключают на время  $\tau = 0,2$  с. При этом платформа, поднимаясь и опускаясь, остаётся в среднем на неизменной высоте. Каково тогда  $T$ ? На какую высоту  $h$  поднимается платформа от низшего до высшего положения?

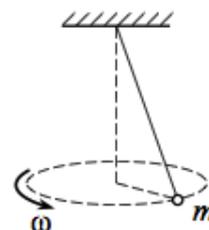


$$T = \frac{g}{a} = 1 \text{ с}; h \approx \frac{3g\tau^2}{4} \approx 30 \text{ см}$$

## 1.9 Конический маятник

Дополнительные задачи — в листке [Конический маятник](#).

**1.9.1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 11*) Шарик массой 500 г, подвешенный на невесомой растяжимой нити (резинке), равномерно вращается в горизонтальной плоскости, двигаясь по окружности, как показано на рисунке. Коэффициент жёсткости резинки 100 Н/м. Удлинение резинки подчиняется закону Гука.



1. До какой угловой скорости  $\omega$  нужно раскрутить данный маятник, чтобы длина нити возросла на 30% (по сравнению с длиной в нерастянутом состоянии)? Ответ укажите в рад/с, округлив до десятых долей.
2. Какой угол с вертикалью составляет резинка при вращении с такой угловой скоростью, если кинетическая энергия шарика в 1,5 раза больше чем потенциальная энергия упругой деформации резинки? Ответ укажите в градусах, округлив до целого числа.

$$T = 0,8 \text{ с}; \alpha = 7,9^\circ$$

## 1.10 Гравитация

Дополнительные задачи — в листке [Гравитация](#).

**1.10.1.** (*Олимпиада КФУ, 2020, 11*) Космический корабль вращается по круговой орбите вокруг Солнца на том же расстоянии  $R_3 = 1,5 \cdot 10^8$  км, что и Земля. Он переходит на другую круговую орбиту вокруг Солнца, радиус которой соответствует радиусу орбиты Марса  $R_M = 2,3 \cdot 10^8$  км (в данной задаче мы для простоты пренебрегаем эксцентриситетом орбит Земли и Марса). Совершая этот маневр, он кратковременно включает двигатели дважды: на расстоянии от Солнца  $R_3 = 1,5 \cdot 10^8$  км и  $R_M = 2,3 \cdot 10^8$  км, при этом направление тяги выбирается по касательной к соответствующей круговой орбите. Найдите модули изменения скорости корабля за время первого и второго интервала работы двигателей. Изобразите примерную траекторию движения корабля. При решении задачи следует пренебречь изменением массы корабля в процессе работы двигателя и гравитацией всех тел, кроме Солнца. Масса Солнца  $M_C = 2 \cdot 10^{30}$  кг, гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Н · м/кг. Ответ приведите в символьном и численном виде.

Указание. Можно воспользоваться законом сохранения момента импульса: момент импульса  $\vec{L} = \sum_i [\vec{r}_i, \vec{p}_i]$  относительно любой неподвижной точки для замкнутой системы тел сохраняется.

Здесь  $\vec{p}_i$  — импульс частицы,  $\vec{r}_i$  — радиус-вектор, проведенный из выбранной неподвижной точки.

$$\frac{d}{dt} \sum_i \vec{r}_i \cdot \vec{z} = \left( \frac{M_H + \varepsilon_H}{\varepsilon_H} \Lambda - 1 \right) \frac{M_H}{\varepsilon_H} \Lambda = \tau_a - \tau_n \quad \frac{d}{dt} \sum_i \vec{r}_i \cdot \vec{z} = \left( 1 - \frac{M_H + \varepsilon_H}{M_H} \Lambda \right) \frac{\varepsilon_H}{M_H} \Lambda = \tau_a - \tau_n$$

**1.10.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 11) Малоизвестная, но совершенно правдивая история, случившаяся с бароном Мюнхгаузеном. Однажды барон прокопал шахту от северного полюса до самого центра Земли. На всякий случай прихватил с собой пушку и ядро. Достигнув центра Земли, барон решил вернуться назад таким способом. Поджог запал, вскочил на ядро и вылетел на поверхность.

Какова была скорость ядра с бароном в момент старта, если Мюнхгаузен смог теперь поведать эту историю?

**Примечание.** Землю считайте однородным шаром, радиус Земли примите равным 6400 км, ускорение свободного падения у поверхности Земли —  $9,8 \text{ м/с}^2$ , силами сопротивления пренебрегите, в эту историю искренне верьте.

$$\frac{v}{g_0} = 6,2$$

**1.10.3.** («Росатом», 2021, 11) Ускорение свободного падения на некоторой планете зависит от высоты  $x$  от поверхности по закону

$$g(x) = \begin{cases} g_0 - \alpha x, & \text{если } 0 < x < g_0/\alpha; \\ 0, & \text{если } g_0/\alpha < x, \end{cases}$$

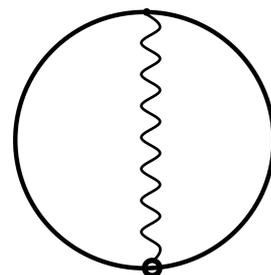
где  $g_0$  и  $\alpha$  — положительные постоянные. Найти вторую космическую скорость для данной планеты.

$$\frac{v}{g_0} = 0,2$$

## 1.11 Сила упругости

Дополнительные задачи — в листке [Сила упругости](#).

**1.11.1.** («Росатом», 2022, 11) Из проволоки сделали кольцо радиуса  $R$ , расположили в вертикальной плоскости и закрепили в таком положении. К верхней точке кольца прикреплен один конец невесомой пружины. Вторым концом пружины прикреплен к массивной бусинке, которая может без трения скользить по кольцу. Если поместить бусинку в нижнюю точку кольца (см. рисунок), она давит на кольцо с силой вдвое превышающей силу ее притяжения к земле. Из-за небольшого смещения бусинка начинает скользить по кольцу, причем ее скорость достигает максимума, когда она проходит по кольцу шестую часть его полной длины. Найти длину пружины в недеформированном состоянии.



$$l_0 = \frac{\sqrt{3}-1}{2} R \approx 1,37R$$

## 1.12 Сила трения

Дополнительные задачи — в листке [Сила трения](#).

**1.12.1.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) Тело массой  $m$  лежит на горизонтальной и очень шероховатой поверхности, такой, что коэффициент трения между телом и поверхностью  $\mu > 1$ . Модуль наименьшей силы  $F$ , которую нужно приложить к этому телу для того, чтобы сдвинуть его с места:

1.  $F < mg$ ;
2.  $F = mg$ ;
3.  $mg < F < \mu mg$ ;
4.  $F = \mu mg$ ;
5. ни один из ответов не является правильным.

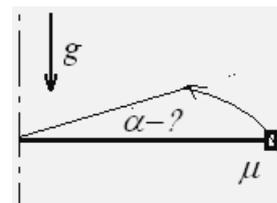
I

**1.12.2.** (Всеросс., 2022, МЭ, 11) На горизонтальную ленту транспортёра шириной 3 м, движущуюся с постоянной скоростью 3 м/с, попадает небольшая шайба, двигавшаяся перпендикулярно ленте со скоростью 4 м/с по гладкой горизонтальной поверхности, находящейся на таком же уровне, что и лента транспортёра. Между шайбой и лентой имеется (сухое) трение. В тот момент, когда шайба пересекала середину ленты, проекция её скорости на направление, перпендикулярное направлению движения ленты, была равна 2 м/с. Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ .

1. На каком расстоянии от середины ленты шайба перестанет скользить по ленте? Ответ выразите в м, округлите до целого числа.
2. Каков коэффициент трения шайбы о ленту? Ответ округлите до десятых долей.

I 1; 0,5; 2) 0,5

**1.12.3.** (Всесиб., 2016, 11) На конец спицы надето небольшое кольцо, коэффициент трения его со спицей  $\mu$ . Спицу начинают вращать в горизонтальной плоскости, так что скорость конца с кольцом растёт пропорционально времени:  $v = at$ ,  $a$  задано. На какой угол повернется спица к моменту срыва с нее кольца? Ускорение свободного падения  $g$ .

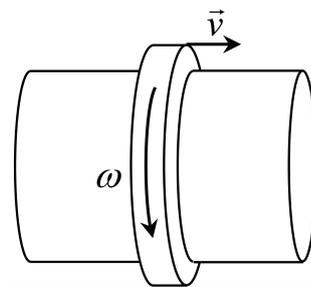


$$\boxed{1 + \frac{v}{g} \wedge \frac{g}{a} = \pi}$$

**1.12.4.** («Надежда энергетики», 2015, 11) На горизонтальном столе лежат кубик и чертежный треугольник. Треугольник своей гипотенузой касается одной из боковых граней кубика. Треугольник начинают двигать поступательно по столу с постоянной скоростью  $u$ , перпендикулярной катету, образующему с гипотенузой угол  $\alpha = 45^\circ$ , толкая кубик. Отношение скорости треугольника к скорости кубика  $u/v = \sqrt{3/2}$ . Найдите коэффициент трения между кубиком и треугольником.

$$\boxed{\frac{g}{1} = 1 - \frac{v \cos \alpha}{u} \wedge \frac{u}{v} = \pi}$$

**1.12.5.** («Росатом», 2021, 11) Тонкая массивная шайба надета без зазора на горизонтальный стержень радиуса  $R$  (см. рис.). Если шайбу закрутить с угловой скоростью  $\omega$ , она остановится через время  $t$ . Какой путь пройдет шайба вдоль стержня, если закрутить ее с угловой скоростью  $\omega$  и одновременно сообщить ей скорость  $\vec{v}$ , направленную вдоль стержня?

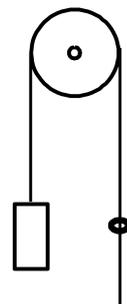


$$\frac{4\pi R^2 \omega t}{\pi R^2 + \pi (4\pi R^2) \omega^2 t^2}$$

## 1.13 Связанные тела

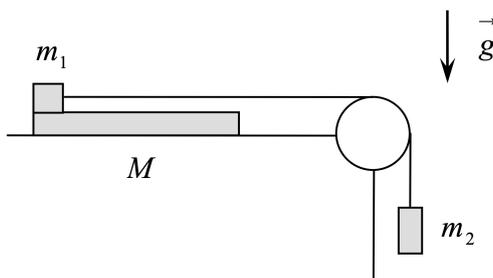
Дополнительные задачи — в листке [Связанные тела](#).

**1.13.1.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 11) К левому концу идеальной нити, переброшенной через невесомый блок, подвешен груз массы  $m$ , а по правой части нити скользит с постоянной относительно нити скоростью кольцо массы  $m/2$  (см. рис.). Найти ускорение груза и силу трения, действующую на кольцо. Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



$$g/6 \omega z = \frac{d^2 x}{dt^2} ; g/6 = v$$

**1.13.2.** («Курчатов», 2022, 11) На гладком горизонтальном столе лежит доска массой  $M = 3$  кг и длиной  $L = 0,8$  м. На краю доски стоит маленький брусок массой  $m_1 = 0,15$  кг. К бруску привязана длинная невесомая нерастяжимая нить, переброшенная через гладкую трубу, закрепленную на краю стола. К вертикальному концу нити подвешивают груз массой  $m_2 = 0,05$  кг и отпускают его без толчка. Найдите время  $\tau$ , за которое брусок соскользнет с доски. Коэффициент трения скольжения бруска по доске  $\mu = 0,25$ ; ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$\tau = \frac{(M + m_1 + m_2) \mu m_1 - m_2 M}{(m_1 + m_2) \mu} \frac{L}{g} = \dots$$

**1.13.3.** (*Всесиб., 2017, 11*) На горизонтальном столе лежат  $n$  бусин массой  $m$  каждая, нанизанные на нерастяжимую нить. Нить не провисает и угол между любыми соседними отрезками  $120^\circ$ . Первая и последняя бусины привязаны к нити, через остальные нить может свободно проскальзывать. Первую бусину стали тянуть с силой  $F$  вдоль первого отрезка нити. Найдите величину ускорения каждой из бусин и укажите их направления в начале движения. Трения со столом нет.



$$a = F/m; \text{ ускорение первой бусины } a = F/(1-n)m$$

## 1.14 Наклонная плоскость

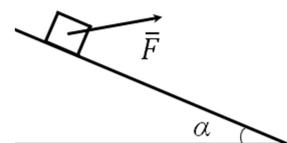
Дополнительные задачи — в листке [Наклонная плоскость](#).

**1.14.1.** (*Всеросс., 2023, ШЭ, 11*) Брусок массой 2 кг кладут на наклонную плоскость, которая составляет с горизонтом угол  $30^\circ$ . Чему равен модуль силы трения, действующей на брусок? Коэффициент трения между бруском и наклонной плоскостью равен 0,5, ускорение свободного падения  $10 \text{ м/с}^2$ . При вычислениях считайте, что  $\sqrt{3} \approx 1,73$ .

1. 5 Н;
2.  $\approx 8,7$  Н;
3. 10 Н;
4.  $\approx 17,3$  Н.

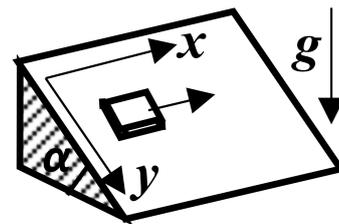
2

**1.14.2.** (*Олимпиада КФУ, 2023, 11*) Брусок массы  $m$  лежит на наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом. Какую минимальную силу  $F$  нужно приложить, чтобы тело сдвинулось с места, если можно приложить ее под оптимальным углом в плоскости рисунка. Коэффициент трения между бруском и плоскостью  $\mu$ . Внешняя сила приложена таким образом, что брусок движется поступательно.



$$F_{\text{min}} = \frac{m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{1 + \mu \tan \alpha}$$

**1.14.3.** (*Всесиб., 2020, 11*) Вдоль наклонной плоскости с углом  $\alpha$  при основании под действием постоянной горизонтальной силы, параллельной наклонной плоскости, с постоянной скоростью движется брусок. Коэффициент трения бруска о плоскость равен  $\mu$ , причем  $\mu > \operatorname{tg} \alpha$ . На какое расстояние  $y$  сместится брусок по склону наклонной плоскости, если в направлении силы он смещается на расстояние  $x$ ?



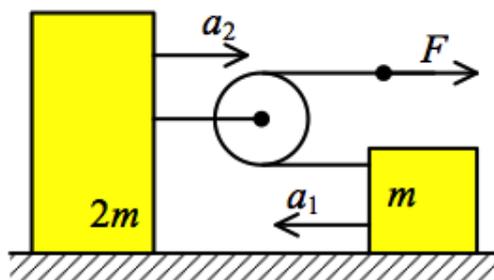
$$\frac{x \operatorname{tg} \alpha - y \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha}{x \operatorname{tg} \alpha}$$

## 1.15 Движение со связями

Дополнительные задачи — в листках

- Движение со связями. Кинематика
- Движение со связями. Динамика

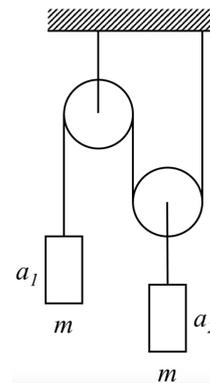
**1.15.1.** (*Всеросс., 2020, ШЭ, 11*) На горизонтальной поверхности находятся два тела массами  $m$  и  $2m$ , соединённые легкой нерастяжимой верёвкой, которая перекинута через невесомый блок. На свободный конец верёвки действует сила  $F$  (см. рисунок). Трение отсутствует. Найдите отношение модулей ускорений тел.



- А)  $a_1/a_2 = 4$
- Б)  $a_1/a_2 = 2$
- В)  $a_1/a_2 = 1$
- Г)  $a_1/a_2 = 0,5$
- Д)  $a_1/a_2 = 0,25$

8

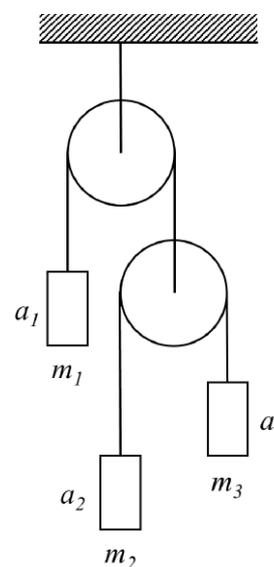
**1.15.2.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 11) На рисунке изображена система, состоящая из блоков, нитей и двух одинаковых грузов. Найдите отношение  $a_1/a_2$  модулей ускорений грузов 1 и 2. Трение отсутствует. Нить невесомая и нерастяжимая, блоки невесомые.



1. 1;
2. 2;
3. 0,5;
4. 0,25.

2

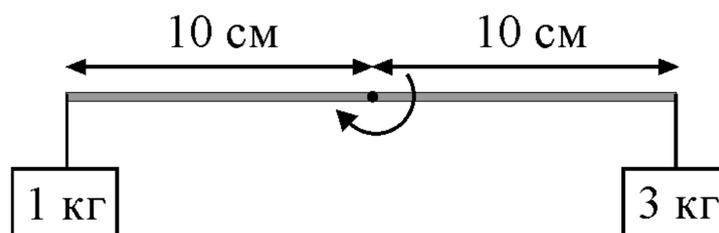
**1.15.3.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) В системе, чертёж которой изображён на рисунке, масса правого груза  $m_3 = 100$  г. Нити невесомы и нерастяжимы, блоки невесомы, трение отсутствует. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1. Определите массу груза  $m_2$ , если система находится в равновесии. Ответ выразите в граммах, округлив до целого числа.
2. Определите массу груза  $m_1$ , если система находится в равновесии. Ответ выразите в граммах, округлив до целого числа.
3. Найдите модуль ускорения  $a_1$  груза массой  $m_1$ , если массы грузов будут относиться как  $m_1 : m_2 : m_3 = 4 : 2 : 1$ . Ответ выразите в м/с<sup>2</sup>, округлив до целого числа.
4. При условиях предыдущего вопроса, найдите отношение модулей ускорений грузов  $a_3 : a_2$ . Ответ округлите до целого числа.

3 (1) 100; (2) 200; (3) 2; (4) 3

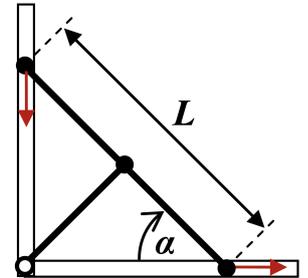
**1.15.4.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) К концам лёгкого стержня прикреплены два небольших груза массами 1 кг и 3 кг. Стержень может свободно вращаться вокруг закреплённой горизонтальной оси, которая перпендикулярна стержню и проходит через его середину. Стержень с грузами приводят в горизонтальное положение и отпускают без начальной скорости. Чему равен модуль силы реакции, действующей со стороны оси на стержень в течение очень малого промежутка времени после его отпускания — пока стержень ещё не повернулся? Ускорение свободного падения равно 10 м/с<sup>2</sup>. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целого числа.



03

**1.15.5.** («Покори Воробьёвы горы!», 2021, 10–11) Жёсткий стержень движется в плоскости. В некоторый момент времени скорость одного из его концов равна 0,5 м/с и направлена вдоль стержня. В тот же момент времени скорость другого конца стержня равна 1 м/с. Под каким углом к стержню направлена эта скорость?

**1.15.6.** («Покори Воробьёвы горы!», 2021, 10–11) Три одинаковых массивных шарика прикреплены к концам и к середине лёгкого жёсткого стержня длиной  $L = 80$  см. Крайние шарики могут скользить по вертикальной и горизонтальной направляющим (см. рис.). Средний шарик шарнирно соединен с лёгким жёстким стержнем вдвое меньшей длины, второй конец которого шарнирно прикреплен к перекрестью направляющих. Изначально стержень располагают вертикально, а затем отпускают без начальной скорости. Трения нигде нет, крайние шарики не отрываются от направляющих и не застревают в них. Найдите скорость и ускорение нижнего шарика в тот момент, когда длинный стержень будет наклонён под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Ускорение свободного падения  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$v \cos \alpha = 0,5 \text{ м/с} \Rightarrow v = 1 \text{ м/с} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

**1.15.7.** («Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11) Гантель из двух маленьких шариков, соединенных прямым жестким стержнем длиной  $L = 60$  см, скользит по ровной поверхности. В некоторый момент времени один из шариков движется со скоростью  $v = 1,5$  м/с под углом  $60^\circ$  к стержню, а скорость другого направлена под углом  $30^\circ$  к стержню. Найти угловую скорость вращения гантели в этот момент времени.

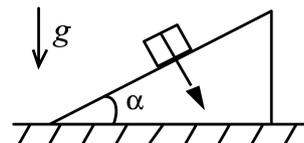


$$\omega = \frac{v \sin \alpha}{L} = \frac{1,5 \sin 60^\circ}{0,6} = 2,1 \text{ рад/с}$$

**1.15.8.** («Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11) Кот Леопольд добрался до середины длинной лестницы, один из концов которой опирался о горизонтальный пол, а другой — о стену, составляющую с полом прямой двугранный угол, и остановился передохнуть. В этот момент мыши потащили нижний конец лестницы от стены с постоянным ускорением  $a_0$ . Найти скорость  $\vec{v}$  и ускорение  $\vec{a}$  кота Леопольда в момент времени  $t = \sqrt{\frac{L}{2a_0}}$  (время отсчитывается от начала движения лестницы,  $L$  — длина лестницы), когда лестница проходила положение, в котором она составляла угол  $\alpha = 45^\circ$  с полом.

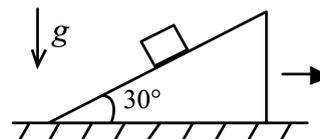
$$v = \frac{L}{2} \omega = \frac{L}{2} \sqrt{2a_0} = \frac{L}{\sqrt{2}} \sqrt{a_0}$$

**1.15.9.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 11) Клин массы  $m$  с углом  $\alpha$  при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально? С какой силой клин при этом давит на стол? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



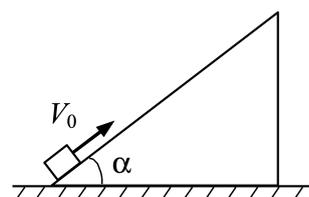
$$v_{\text{цис}}/b\omega = N : b = v$$

**1.15.10.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 11) На горизонтальном столе находится клин с углом  $30^\circ$  при основании, на наклонной грани которого лежит груз массы  $m$ . Коэффициент трения между грузом и клином равен  $0,8$ . После того, как клин привели в ускоренное движение вдоль стола (см. рис.), груз стал двигаться в направлении, перпендикулярном наклонной грани клина. С какой силой клин давит на груз? Чему равно ускорение клина? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



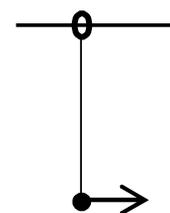
$$b(\sqrt{g/8} - \sqrt{g/8}) : b\omega g$$

**1.15.11.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 11) Кубику сообщили скорость  $V_0$  вверх вдоль наклонной грани клина с углом  $\alpha$  при основании (см. рис.). Масса кубика в два раза меньше массы клина, трение между кубиком и клином, клином и горизонтальной поверхностью стола отсутствует. Чему будет равна скорость кубика в момент, когда он вернется в исходную точку на поверхности клина?



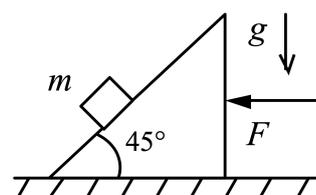
$$v_{\text{цис}} g + 1 \wedge \frac{g}{\omega \Lambda}$$

**1.15.12.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 11) Шарик висит на идеальной нити, прикрепленной к кольцу, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице. Массы шарика и кольца равны. После того, как шарика сообщили некоторую начальную скорость вдоль спицы (см. рисунок), максимальный угол отклонения нити от вертикали составил  $45^\circ$ . Найти отношение ускорений шарика и кольца в момент максимального отклонения нити.



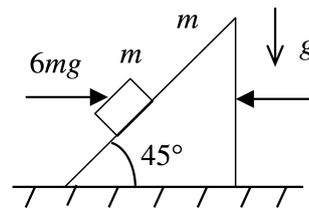
$$\text{Ускорения шарика в } \sqrt{g} \text{ раз больше ускорения кольца}$$

**1.15.13.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 11) Брусок массы  $m$  положили на гладкую наклонную грань клина пренебрежимо малой массы, расположенного на гладком горизонтальном столе. Какую горизонтальную силу  $F$  следует приложить к клину (см. рис.), чтобы ускорение бруска было направлено под углом  $30^\circ$  к вертикали? Угол при основании клина  $45^\circ$ , ускорение свободного падения равно  $g$ .



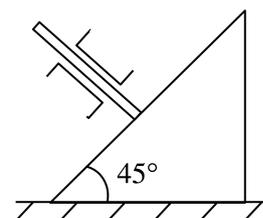
$$\frac{g \wedge + 1}{b\omega} = \mathcal{J}$$

**1.15.14.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 11) Брусок массы  $m$  находится на наклонной грани клина той же массы с углом  $45^\circ$  при основании, расположенного на горизонтальном столе. Коэффициент трения между бруском и телом равен 0,5, трение между клином и столом отсутствует. К бруску и клину во встречных направлениях приложены горизонтальные силы, величина одной из которых равна  $6mg$ , где  $g$  — ускорение свободного падения (см. рис.). Чему равна величина другой силы, если ускорение бруска направлено вертикально?



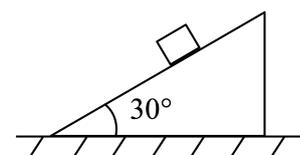
бш<sub>⊥</sub>

**1.15.15.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 11) На гладком горизонтальном столе находится клин с углом  $45^\circ$  при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень, который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. Масса стержня равна массе клина. Найти ускорение клина. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



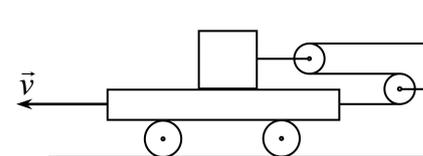
ε/6

**1.15.16.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 11) На гладкую наклонную грань клина, находящегося на гладком горизонтальном столе, положили брусок (см. рис.). При каком соотношении масс бруска и клина ускорения этих тел будут равны по величине? Угол при основании клина равен  $30^\circ$ .



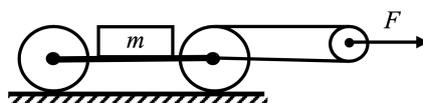
ζ

**1.15.17.** («Росатом», 2021, 11) На тележке установлен груз, который с помощью веревки через систему блоков связан со стенкой. Тележку начинают перемещать со скоростью  $v$  (см. рис.). Найти скорость груза относительно тележки. Нить нерастяжима.



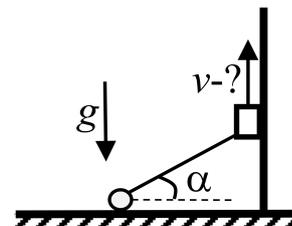
ζ/a

**1.15.18.** (Всесиб., 2022, 11) Легкая тележка на двух катках без проскальзывания катится по горизонтальной поверхности. На ней находится груз массой  $m$ . На передний каток по часовой стрелке намотана нить (см. рис.). Она переброшена через подвижный блок с радиусом, равным половине радиуса катка, а ее свободный конец закреплен на оси катка. Какое ускорение имеет тележка, если к подвижному блоку приложена сила  $F$ ? Блок и тележка невесомые, а нить не растягивается и не проскальзывает по катку.



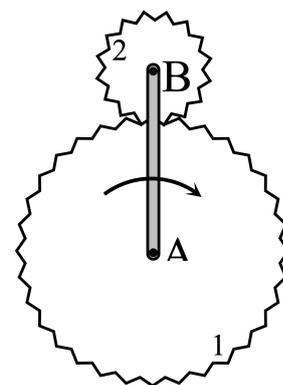
ш<sub>2</sub>  
Fε

**1.15.19.** (*Всесиб., 2023, 11*) Шарик нитью длины  $l$  привязан к кабине лифта. Кабина поднимается с некоторой неизвестной скоростью, а шарик скользит по горизонтальной поверхности. При угле  $\alpha$  нити к горизонтали шарик отрывается от плоскости. Определите скорость лифта. Нить невесомая и нерастяжимая, трения нет, ускорение свободного падения  $g$ .



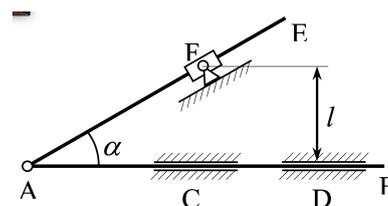
$$\frac{v_{\text{лифта}}}{g l} \sqrt{v_{\text{шара}}^2}$$

**1.15.20.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 11*) В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи — планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип  $AB$  (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси  $A$  неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет  $N$  зубьев, колесо 1 —  $3N$  зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип  $AB$  совершит  $n$  оборотов вокруг оси  $A$ ?



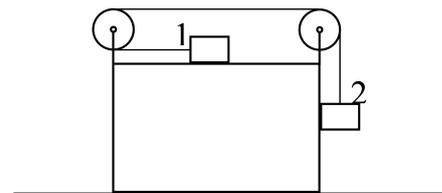
$$n \cdot \frac{3N}{N}$$

**1.15.21.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 11*) Шток  $AB$  плоского механизма движется в направляющих  $C$  и  $D$  со скоростью  $v$ . К штоку шарнирно прикреплен стержень  $AE$ . Стержень при своем движении проходит через поворотную втулку  $F$ , находящуюся на расстоянии  $l$  от штока (см. рисунок). Найти угловую скорость стержня  $AE$  в тот момент, когда угол между штоком и стержнем составляет  $\alpha$ .



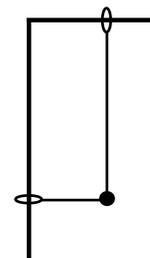
$$\frac{l}{v} \frac{v_{\text{шара}}}{a} = \omega$$

**1.15.22.** (*«Росатом», 2021, 11*) Имеется два тела одинаковой массы  $m$  и куб вдвое большей массы. Тела связывают нитью, которую пропускают через систему блоков, установленных на кубе. Найти ускорение тела 2. Трения нет ни на каких поверхностях, нить невесома и нерастяжима. Массой блоков можно пренебречь. «Геометрия» системы такова, что при вертикальном расположении участка нити, прикрепленного к телу 2, оно касается боковой грани куба, а нить, прикрепленная к телу 1 горизонтальна.



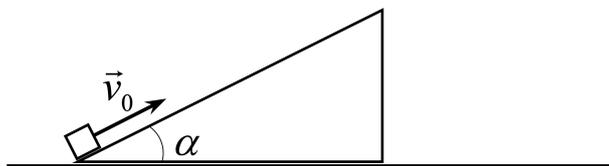
$$a_2 = \frac{1}{2} g \sqrt{\frac{2}{3}}, \text{ направлено по вертикали, } \alpha = \arctg \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ к горизонту}$$

**1.15.23.** («Росатом», 2021, 11) Два стержня соединены в форме буквы «Г». Один из стержней расположен горизонтально, другой вертикально. На стержнях надеты маленькие невесомые колечки, которые могут без трения перемещаться по стержням. К колечкам прикреплена невесомая нить. На нить надета массивная бусинка, которая может без трения перемещаться по нити. В начальный момент бусинку удерживают так, что нить натянута, длина ее горизонтального участка  $l$ , вертикального  $2l$ . Бусинку отпускают. Найти ее ускорение. Через какое время бусинка достигнет вертикального стержня?



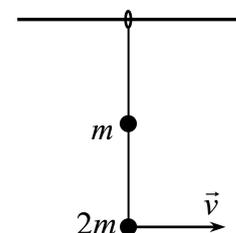
$$\frac{6}{7} \sqrt{g} = t$$

**1.15.24.** («Росатом», 2022, 11) На горизонтальной поверхности покоится незакрепленная горка массой  $m$  с углом наклона одной грани к горизонту  $\alpha$ . У основания горки на ее наклонной грани находится точечное тело массой  $m$ . В некоторый момент времени тело толкают вверх вдоль наклонной грани горки. Известно, что тело не «переваливает» через верхушку горки, а после подъема возвращается обратно по наклонной грани. По какой траектории движется тело? Чему равна и как направлена скорость тела (относительно земли), когда оно возвращается на первоначальную высоту? Трение между всеми поверхностями отсутствует. Ответ обосновать.



парабола,  $v_0 \sin \alpha$  (вертикально вниз)

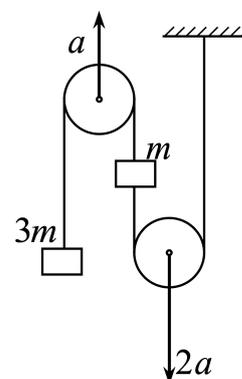
**1.15.25.** («Росатом», 2022, 11) Очень легкое колечко может без трения скользить по горизонтальному стержню. К колечку с помощью двух невесомых нерастяжимых нитей длиной  $l$  прикреплены два тела массами  $m$  и  $2m$  (см. рисунок). Какую минимальную горизонтальную скорость  $v$  нужно сообщить нижнему телу, чтобы в процессе последующего движения тела могли оказаться на одной и той же высоте?



$$\sqrt{6g} = v$$

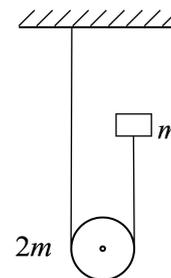
**1.15.26.** («Росатом», 2023, 11) В системе двух тел массой  $m$  и  $3m$  и двух невесомых блоков все тела сначала удерживали в покое. В некоторый момент времени блоки начали тянуть с вертикальными ускорениями  $a$  и  $2a$  (см. рис.). Какими силами нужно действовать для этого на блоки? Нити невесомы и нерастяжимы, все не касающиеся блоков участки нитей вертикальны.

$$F_a = 6m(6a + g), F_{2a} = 4m(11a + g)$$

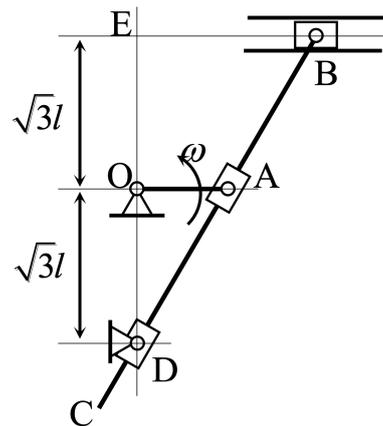


**1.15.27.** («Росатом», 2023, 11) Невесомая и нерастяжимая веревка привязана одним концом к горизонтальному потолку, другим — к телу массой  $m$ . Веревка охватывает подвижный блок массой  $2m$ , вся масса которого сосредоточена в его оси. Блок и тело удерживают так, что веревка натянута (см. рис.). В некоторый момент тело и блок отпускают. Найти ускорение блока и ускорение тела.

$$\frac{\xi}{\delta v} = \text{вспомог} ; \frac{\xi}{\delta z} = \text{тг} \varphi$$



**1.15.28.** (Инженерная олимпиада, 2023, 11) Кривошипно-кулисный механизм состоит из кривошипа  $OA$  — рычага, который может вращаться вокруг неподвижной оси  $O$ , ползуна  $B$  — детали, которая может двигаться вдоль направляющих, кулисы  $BC$  — стержня, шарнирно соединенного с ползуном  $B$ , и двух поворотных втулок  $A$  и  $D$ , в которых кулиса может скользить без трения (см. рисунок). Кривошип  $OA$  вращается (в некоторых пределах) с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси  $O$ . Найти мгновенную скорость и мгновенное ускорение ползуна  $B$  в тот момент времени, когда кривошип перпендикулярен отрезку  $OD$ . Длина кривошипа  $OA$  равна  $l$ ,  $OE = OD = \sqrt{3}l$  (см. рисунок).



$$l\omega \frac{\xi}{\delta z} = v ; \frac{\xi}{\delta z} = \sin \alpha$$

## 1.16 Импульс

Дополнительные задачи — в листках

- Импульс
- Системы материальных точек

**1.16.1.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 11) На скейтборде массой 2 кг, движущемся равномерно со скоростью 2 м/с, едет кошка массой 3 кг. Сопротивлением движению можно пренебречь. Кошка прыгнула со скейтборда в горизонтальном направлении вперёд по ходу движения. После её прыжка скейтборд стал двигаться назад со скоростью 1 м/с.

1. Найдите скорость кошки относительно земли сразу после прыжка. Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.
2. Чему равна скорость кошки относительно скейтборда сразу после прыжка? Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.

$$\boxed{1) 4; 2) 5}$$



**1.16.7.** («Шаг в будущее», 2022, 11) **Ситуационная задача.** Устройство для развлекательных полетов представляет собой ранец с двумя управляемыми соплами круглого сечения, через которые с высокой скоростью выбрасывается вода, подающаяся по шлангу с плавучего насоса, следующего за пилотом посредством данного шланга.

Определите массовый расход воды (в кг/с), если взлетная масса

пилот + ранец + шланг с водой

составляет 150 кг, а скорость истечения воды 100 м/с. Определите диаметр сопла для выброса воды.

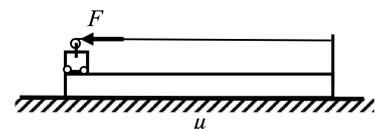
$$m \text{ кг} \approx \frac{\mu}{15^4} \sqrt{V} = p \text{ кг/с} \quad ; \quad 14715 \text{ кг} = \frac{\mu}{8^4} \sqrt{V} = \mu$$

**1.16.8.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 11) Говорят, что капля камень точит. Рассчитайте силу, с которой капля массой  $m_k = 5$  грамм, упавшая с высоты  $H = 10$  м, действует на горизонтальную поверхность. Для простоты представьте каплю в виде цилиндра с высотой, равной диаметру.

Н 9999

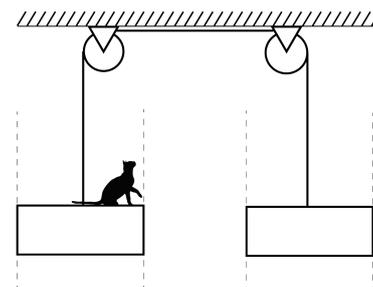
**1.16.9.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Абсолютно гибкая однородная цепочка висит вертикально над поверхностью стола, подвешенная за верхний конец. Нижний конец цепочки касается стола. Верхний конец цепочки отпускают. Докажите, что в любой момент времени падения цепочки сила её давления на стол равна утроенному весу лежащей на столе части цепочки.

**1.16.10.** (Всесиб., 2021, 11) Тележка массой  $m$  находится на левом краю гладкой платформы массой  $2m$  и перемещает себя к правому краю платформы с помощью лебедки, которая натягивает горизонтальную веревку с силой  $F$ . Другой конец веревки зафиксирован на правом краю платформы. Длина платформы  $L$ . Платформа лежит на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между платформой и поверхностью  $\mu$ . Тележка катится по платформе без трения и, достигнув правого края платформы, резко прекращает катиться, удерживаемая механическими захватами, смонтированными на платформе. Найти смещение платформы после окончания движения, если в начальный момент тележка и платформа покоились. Тележка не переворачивается, а платформа не отрывается от основания.  $F > 3\mu mg$ .



$$\frac{(b \mu m - d) \mu}{d - b \mu m} T$$

**1.16.11.** («Курчатов», 2021, 11) Кот Фотон прыгает с одной платформы на другую, которые соединены между собой натянутой невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через идеальные блоки. Платформы могут скользить без трения вдоль вертикальных направляющих. Масса каждой платформы  $M$ . Известно, что Фотон умеет перепрыгивать пятикратное расстояние между платформами прыгая с твердой горизонтальной поверхности земли. Какую максимальную массу может иметь Фотон, чтобы допрыгнуть до второй платформы? Под каким углом к горизонту в этом случае ему надо прыгнуть? Перед прыжком платформы покоятся и удерживаются на одном уровне. Смещением платформ в процессе отталкивания пренебречь.

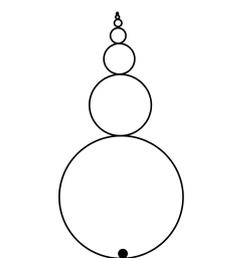


$$m \frac{v}{4} = v, \quad M \frac{v}{4} = mv$$

## 1.17 Центр масс

Дополнительные задачи — в листке [Центр масс](#).

**1.17.1.** (Инженерная олимпиада, 2022, 11) Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются вдвое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 2 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара  $m$ .



$$m \frac{5\pi}{8} \leq \pi$$

## 1.18 Движение с переменной массой

Дополнительные задачи — в листке [Движение с переменной массой](#).

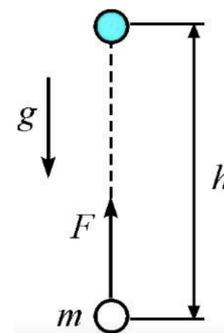
**1.18.1.** («Росатом», 2021, 11) Ракета движется с работающим двигателем так, что массовый расход топлива постоянен, а скорость выброшенных газов относительно ракеты равна  $v_0$ . При какой скорости ракеты ее кинетическая энергия максимальна?

$$2v_0$$

## 1.19 Работа, мощность, энергия

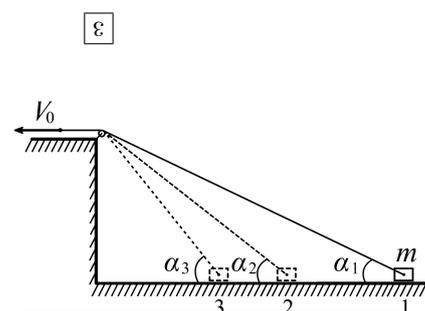
Дополнительные задачи — в листке [Работа и энергия](#).

**1.19.1.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) На горизонтальном столе покоится в однородном поле силы тяжести тело массой  $m$ . На него начинает действовать постоянная вертикальная сила  $F > mg$ . Какую работу  $A_F$  совершит эта сила к тому моменту, когда тело поднимется на высоту  $h$ ?



1.  $A_F = mgh$ ;
2.  $A_F = -mgh$ ;
3.  $A_F = Fh$ ;
4.  $A_F = (F - mg)h$ ;
5.  $A_F = (F + mg)h$ .

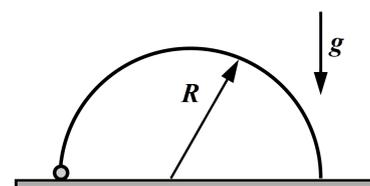
**1.19.2.** (*«Физтех», 2022, 11*) Груз массой  $m$  подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью  $V_0$ . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых  $\sin \alpha_1 = 1/3$ ,  $\sin \alpha_2 = 1/2$ ,  $\sin \alpha_3 = 3/4$ . От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время  $t_{12}$ .



1. Найти скорость  $V_1$  груза при прохождении точки 1.
2. Найти работу лебедки  $A_{12}$  при перемещении груза из точки 1 в точку 2.
3. Найти время  $t_{23}$  перемещения груза из точки 2 в точку 3.

$$V_1 = \frac{V_0 \sin \alpha_3}{\sin \alpha_1} = \frac{V_0 \cdot 3/4}{1/3} = \frac{9}{4} V_0$$

**1.19.3.** (*Всесиб., 2018, 11*) На столе закреплено проволочное полукольцо радиуса  $R$ , плоскость которого вертикальна. На полукольцо надета небольшая бусинка массой  $m$ , которая вначале покоится, опираясь на стол. Бусинку начинают двигать с постоянной скоростью  $V = \sqrt{gR/\sqrt{2}}$  ( $g$  — ускорение свободного падения) внешней силой, которая все время направлена по касательной к полукольцу. Какую работу совершит эта внешняя сила при подъеме бусинки от стола до вершины полукольца? Коэффициент трения бусинки о проволоку полукольца  $\mu$ .

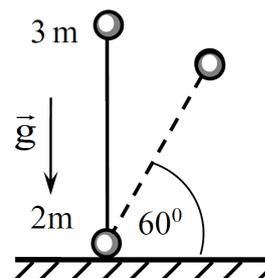


$$A = \frac{1}{2} m g R \sqrt{2}$$

## 1.20 Консервативные системы

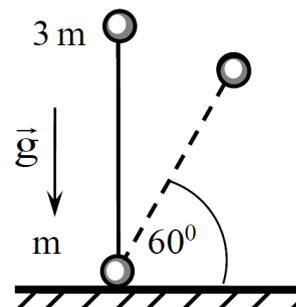
Дополнительные задачи — в листке [Консервативные системы](#).

**1.20.1.** («Шаг в будущее», 2021, 11) На шероховатую горизонтальную поверхность вертикально поставили гантель длины  $\ell$ , состоящую из двух маленьких шариков массами  $m_1 = 3m$  и  $m_2 = 2m$ , соединённых невесомым жёстким стержнем. Гантель отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Определите величину коэффициента трения между гантелью и плоскостью, если нижний шарик начинает скользить по плоскости, когда угол наклона стержня с плоскостью достигнет  $\alpha = 60^\circ$ .



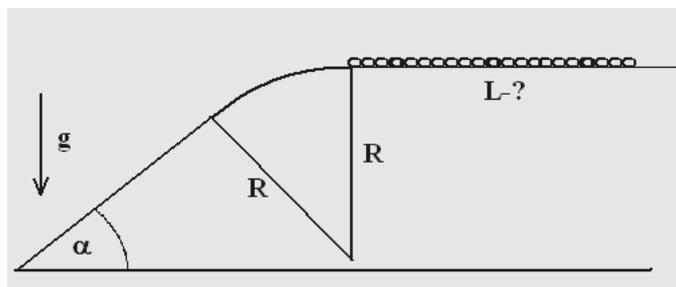
$$\mu = \frac{v \sin \alpha + \frac{(2 - v \sin \alpha) \Gamma m}{\cos \alpha}}{v \cos \alpha} = \mu$$

**1.20.2.** («Шаг в будущее», 2022, 11) На шероховатую горизонтальную поверхность вертикально поставили гантель, состоящую из двух маленьких шариков массами  $m_1 = 3m$  и  $m_2 = m$ , соединённых невесомым жёстким стержнем. Гантель отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Определите величину коэффициента трения между гантелью и плоскостью, если нижний шарик начинает скользить по плоскости, когда угол наклона стержня с плоскостью достигнет  $\alpha = 60^\circ$ .



$$\mu = \frac{v \sin \alpha + \frac{(3 - v \sin \alpha) \Gamma m}{\cos \alpha}}{v \cos \alpha} = \mu$$

**1.20.3.** (Всесиб., 2015, 11) Стол сопряжён цилиндрической поверхностью радиуса  $R$  с наклонной плоскостью, угол наклона  $\alpha$ . Первоначально покоящаяся цепочка начинает соскальзывать со стола. При какой длине цепочки  $L$  её «хвост» не оторвётся от поверхности? Трения нет.

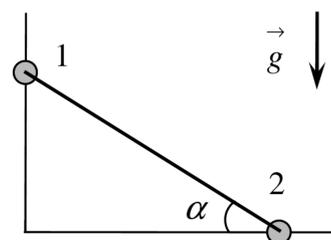


$$L = R(3 \cos \alpha - 2) / \sin \alpha$$

**1.20.4.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 11) С резко остановившегося грузовика скатывается незакреплённое колодезное кольцо со скоростью 1 м/с. Определите, с какой скоростью оно ударится о поверхность дороги, если внешний диаметр кольца 90 см, высота кузова грузовика 1,5 м, ускорение свободного падения 9,8 м/с<sup>2</sup>.

$$v = 1,7 \text{ м/с}$$

**1.20.5.** («Курчатов», 2020, 11) Из тонкой проволоки согнут прямой угол, неподвижно закреплённый так, что одна из его сторон вертикальна. По сторонам угла могут скользить без трения маленькие бусинки 1 и 2 одинаковой массы. Бусинки соединены жёстким невесомым стержнем длины  $L = 0,75$  м. При движении стержень может свободно поворачиваться вокруг точек крепления к бусинкам. В начальном положении бусинки неподвижны, стержень наклонён к горизонту под углом  $\alpha = 30^\circ$ . Стержень с бусинками отпускают без толчка. Найдите максимальную скорость  $V$ , до которой разгонится бусинка 2 при движении бусинки 1 вниз. Бусинки считайте материальными точками. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ выразите в м/с и округлите до сотых.

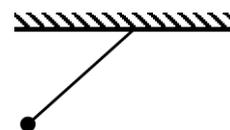


$$\frac{v}{m} g \Delta t = \frac{v}{g} \left( \frac{g}{\sin \alpha} \right) \Delta t \wedge = L$$

## 1.21 Динамика маятника

Дополнительные задачи — в листке [Динамика маятника](#).

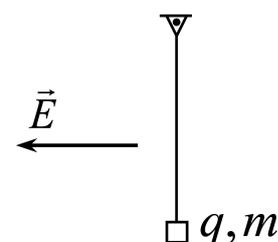
**1.21.1.** (Всеросс., 2023, МЭ, 11) Маленький шарик на нити отклоняют от вертикали на угол  $45^\circ$ , как показано на рисунке, и отпускают без начальной скорости. Каким образом направлен вектор ускорения шарика в начальный момент времени (сразу после отпускания)?



1.  $a$ ;
2.  $a$ ;
3.  $a$  ;
4.  $a$  ;
5.  $a = 0$ .

2

**1.21.2.** («Росатом», 2022, 11) На невесомой нерастяжимой нити длиной  $l$  подвешено маленькое тело массой  $m$  с зарядом  $q$ . На очень короткое время  $\tau$  включается горизонтальное электрическое поле. При какой минимальной напряжённости электрического поля  $\vec{E}$  тело совершит полный оборот, двигаясь в вертикальной плоскости по окружности с центром в точке крепления нити? Конструкция крепления нити не мешает телу вращаться в вертикальной плоскости вокруг точки крепления нити.

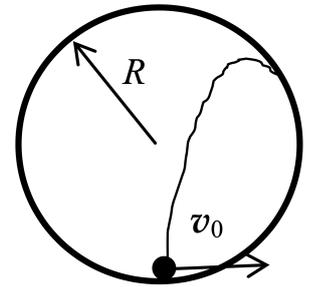


$$E_{\min} = \frac{m \sqrt{5} g l}{q \Delta t}$$

## 1.22 Мёртвая петля

Дополнительные задачи — в листке [Мёртвая петля](#).

**1.22.1.** («Надежда энергетики», 2016, 11) В гладком кольцеобразном жёлобе, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарик, находящемуся в положении равновесия, сообщили такую горизонтальную скорость, что после отрыва от жёлоба в некоторой точке он упал на жёлоб в точке старта (см. рис.). Найдите угол между скоростью шарика и вертикалью в момент отрыва от поверхности жёлоба.

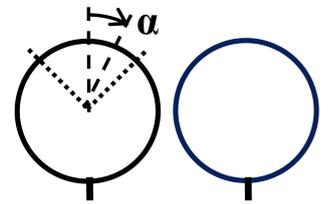


$$v_0 = v$$

## 1.23 Соскальзывание со сферы

Дополнительные задачи — в листке [Соскальзывание со сферы](#).

**1.23.1.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Два тонких кольца одинакового радиуса установили так, что их плоскости вертикальны. Одно кольцо гладкое, а у второго в верхней трети коэффициент трения изменяется по закону  $\mu = \operatorname{tg} \alpha$ , где  $\alpha$  — угол поворота от верхней точки кольца, а на остальной части кольца  $\mu = 1$ . Маленькая муфта с отверстием, диаметр которого чуть больше диаметра кольца, поочерёдно запускается из верхних точек колец с одинаковой начальной скоростью  $v_0 = \sqrt{\frac{gR}{3}}$  (где  $R$  — радиус кольца, а  $g$  — ускорение свободного падения). При каком одинаковом значении угла поворота сила, с которой муфта давит на кольцо, окажется одинакова для обоих колец (по величине и направлению)?



$$v_0 = v$$

## 1.24 Упругие взаимодействия

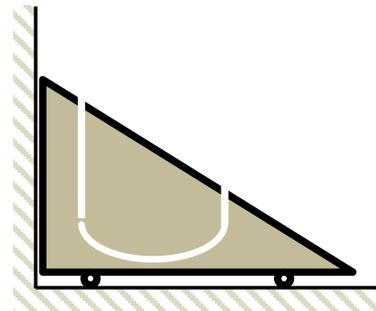
Дополнительные задачи — в листке [Упругие взаимодействия](#).

**1.24.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) Между двумя телами различной массы, движущимися с одинаковыми по модулю скоростями, происходит абсолютно упругий лобовой удар. После этого соударения изменение механической энергии более тяжёлого тела оказывается максимально возможным.

1. Чему равно отношение массы более тяжёлого тела к массе более лёгкого тела? Ответ округлите до целого числа.
2. Во сколько раз в результате такого соударения увеличился модуль скорости меньшего по массе тела? Ответ округлите до целого числа.

$$v_0 = v$$

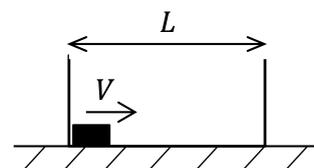
**1.24.2.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) На горизонтальной поверхности стоит на колёсиках клин массой 2 кг, прислонённый к вертикальной стене. Внутри клина сделан канал с гладкими стенками. В этот канал влетает небольшой шарик массой 500 г, скорость которого в момент попадания в канал направлена вертикально и равна 3 м/с. Входной и выходной участки канала вертикальны. Горизонтальный участок канала расположен на 30 см ниже уровня входного отверстия. С какой скоростью будет двигаться клин после вылета шарика из выходного отверстия канала? Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ . Ответ выразите в м/с и округлите до десятых долей.



8'0

**1.24.3.** (*«Надежда энергетики», 2021, 11*) Кафедра Атомных электростанций НИУ «МЭИ» первой в мире начала подготовку инженеров для атомной энергетики в 1954 году. Известно, что для осуществления управляемой цепной реакции в ядерном реакторе на «тепловых» нейтронах требуется замедление нейтронов, возникающих при делении ядерного топлива. В качестве замедлителей в реакторе используют вещества, содержащие атомы лёгких элементов: вода, графит, бериллий и др. Объясните, с чем связан такой выбор и постройте график зависимости относительной потери энергии нейтрона  $\Delta W/W_0$  от  $M/m$ . Столкновение нейтрона массой  $m$  и энергией  $W_0$  с неподвижным ядром вещества замедлителя массой  $M$  можно считать абсолютно упругим центральным ударом.

**1.24.4.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 11*) На горизонтальном столе лежит коробка длины  $L$  и массы  $m$ , в которой у одной из стенок находится шайба той же массы. Шайбе сообщают скорость  $V$  в направлении противоположной стенки (см. рис.). Считая, что соударения шайбы со стенками упругие, трение между шайбой и коробкой отсутствует, а коэффициент трения между коробкой и столом равен  $\mu$ , найти пройденные коробкой и шайбой пути. Ускорение свободного падения равно  $g$ . Диаметр шайбы мал по сравнению с  $L$ .

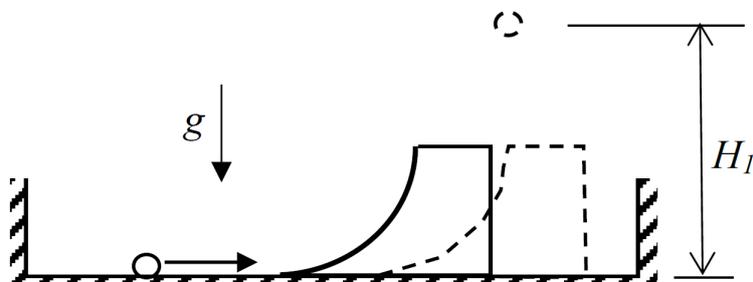


$$\left[ \frac{(\text{трт})}{\text{сЛ}} \right] = u \text{ этл } \text{т}(u + \text{т}) : (\text{брт}) / \text{сЛ}$$

**1.24.5.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 11*) Массивное тело падает с высоты  $h$  на легкий упругий мячик, лежащий на полу. Происходит абсолютно упругое столкновение. Оцените, на какую высоту подпрыгнет мячик после этого. Масса тела много-много больше массы мячика. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Размеры мячика и тела — малы.

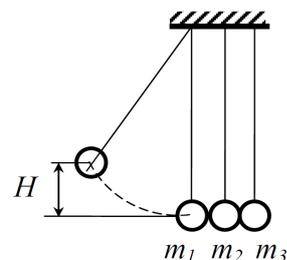
9'4

**1.24.6.** (*Всесиб., 2019, 11*) Внутри горизонтально расположенного массивного ящика поместили маленький шарик и трамплин. Левая поверхность трамплина начинается горизонтально, а заканчивается вертикально. Шарик с некоторой скоростью толкнули навстречу неподвижному трамплину, в результате чего, двигаясь по левой стороне трамплина, он поднялся на максимальную высоту  $H_1$ . После приземления шарика трамплин и шарик имели противоположные скорости. Это привело их к упругому столкновению с вертикальными стенками ящика и к последующему сближению. На какую высоту  $H_2$  шарик поднимется во второй раз? Трения нет.



Шарик поднимется на прежнюю высоту,  $H_2 = H_1$

**1.24.7.** (*«Шаг в будущее», 2021, 11*) Три шара одинакового размера, но различных масс подвешены рядом на нитях одинаковой длины и соприкасаются. Шар массы  $m_1 = 1,2$  кг отклоняют так, что он поднимается на высоту  $H = 9$  см, и отпускают. На какую высоту  $h_2$  поднимется шар  $m_2$ , если после соударения первого шара со вторым, а второго с третьим, все три шара будут иметь одинаковые импульсы? Все соударения считать абсолютно упругими.



$h_2 = 0,4 \text{ м} = \frac{6}{4} H = \frac{6}{4} \cdot 9 \text{ см} = 13,5 \text{ см}$

**1.24.8.** (*«Шаг в будущее», 2022, 11*) Маленькая шайба массы  $m = 0,86$  кг лежит неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности. В момент времени  $t = 0$  на неё начинает действовать горизонтальная сила  $F_x(t)$ , график которой представляет собой четверть окружности (рис. 1). Максимальное значение силы  $F_{x \max} = 10$  Н. Время действия силы  $\Delta t = 4$  с. После прекращения действия силы шайба продолжает двигаться по горизонтальной поверхности и въезжает на незакреплённую горку массы  $M = 1,14$  кг с плавно меняющимся углом наклона (рис. 2). Шайба поднимается по поверхности горки на некоторую высоту, а затем, не достигнув вершины, соскальзывает вниз. Найдите модуль скорости шайбы после её соскальзывания. Трением пренебречь.

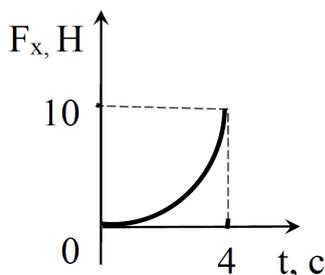


Рис. 1



Рис. 2

$v = \frac{m+M}{m-M} \cdot a = \frac{0,86+1,14}{0,86-1,14} \cdot 10 = 100 \text{ м/с}$

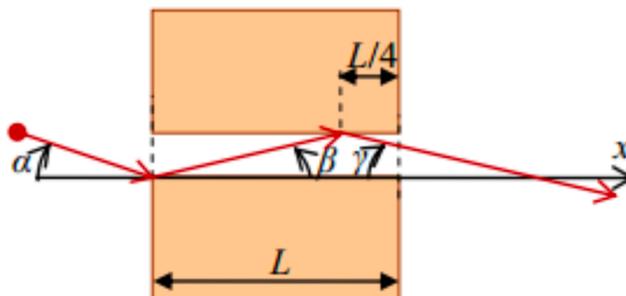
**1.24.9.** («Шаг в будущее», 2023, 11) Атмосфера некоторой планеты состоит из плотного облака неподвижной, относительно планеты, звездной пыли. Для исследования данной планеты был отправлен надежный космический аппарат «шарик», массой  $M$ , и имеющий форму сферы, радиусом  $R$ . Опускаясь на поверхность планеты «шарик» двигался равномерно со скоростью  $v$  с выключенными двигателями. Забирая небольшие порции «звездной пыли» из атмосферы планеты, «шарик» установил, что плотность пыли зависит от расстояния до центра планеты  $r$  по закону  $\rho = \frac{\alpha}{r^2}$ ,  $\alpha$  — известная константа. Найдите по данным собранным «шариком» массу планеты. Считать удары пылинок о космический аппарат абсолютно упругими.

$$\frac{M\alpha}{\epsilon^2} = u$$

**1.24.10.** («Росатом», 2022, 11) Во льду сделали очень длинный прямой желоб и на равных расстояниях  $l = 40$  см расположили цепочкой одинаковые тела. Первому телу цепочки сообщили скорость  $v_0 = 1,3$  м/с в направлении всех остальных тел. Сколько тел сдвинется с места, если коэффициент трения между телами и льдом равен  $\mu = 0,02$ ? Столкновения тел абсолютно упругие, размеры тел очень малы. Считать, что количество тел в цепочке очень велико, и  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ обосновать.

$$01 = \left[ \frac{16\pi\epsilon}{\epsilon^2} \right] = u$$

**1.24.11.** («Покори Воробьёвы горы!», 2023, 11) Два одинаковых гладких однородных бруска, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, лежат на гладкой горизонтальной поверхности строго «напротив» друг друга так, что их боковые грани параллельны. Масса каждого из брусков  $M = 280$  г, их толщина (размер по вертикали) мала по сравнению с горизонтальными размерами.



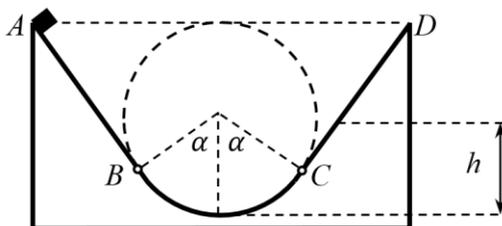
Маленькая однородная цилиндрическая шайба такой же высоты попадает в зазор между брусками (см. рис.), скользя без вращения по поверхности в направлении под углом  $\alpha = 2,6^\circ$  к соседним граням брусков (к оси  $x$ ). Шайба ударяется о край одного бруска, отскакивает под углом  $\beta = 2,2^\circ$  к его поверхности, ударяется о второй брусок в точке, расположенной на расстоянии четверти длины брусков от другого края и успевает, не коснувшись более ни одного из брусков, вылететь из зазора под углом  $\gamma = 2,0^\circ$  к оси  $x$ . Найдите массу шайбы. Все соударения можно считать практически мгновенными и упругими.

$$01 = \left( \frac{g+v}{g-v} - \frac{\kappa+g}{\kappa-g} \right) \frac{\epsilon}{M} \approx \left( \frac{(g+v)_{\text{uis}}}{(g-v)_{\text{uis}}} - \frac{(\kappa+g)_{\text{uis}}}{(\kappa-g)_{\text{uis}}} \right) \frac{\epsilon}{M} = u$$

## 1.25 Неконсервативные системы

Дополнительные задачи — в листке [Неконсервативные системы](#).

**1.25.1.** (Всеросс., 2023, МЭ, 11) Маленькое тело массой 500 г отпускают без начальной скорости в точке  $A$  закреплённой горки, профиль которой изображён на рисунке. Сначала тело скользит без трения по прямому участку  $AB$  и по участку окружности  $BC$  радиусом 50 см. Угол  $\alpha = 60^\circ$ . Прямой участок  $CD$  шероховатый, причём коэффициент трения равен  $\mu = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$ . Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха отсутствует.



1. Найдите модуль силы, с которой тело действует на горку в самой нижней точке траектории. Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.
2. Найдите модуль скорости тела в точке  $C$ . Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.
3. На какую максимальную высоту  $h$  поднимется тело? Ответ выразите в см, округлите до целого числа.

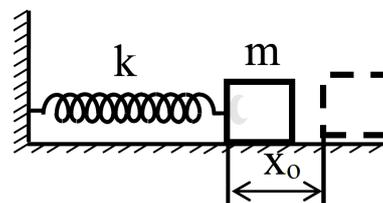
(1) 25; (2) 3,9; (3) 75

**1.25.2.** (Всесиб., 2017, 11) Груз веса  $P$  стоит на горизонтальной опоре и связан со стенкой недеформированной пружины жёсткости  $k$ . Его начинают тянуть вправо с силой, медленно растущей от 0 до  $F$ . Затем эту силу, не меняя направления, медленно уменьшают до 0. Найдите выделившееся тепло в зависимости от коэффициента трения  $\mu$  груза с опорой. При каком  $\mu$  выделится наибольшее тепло и чему оно равно?



$Q = P^2 \mu (2F/P - 3\mu)/k$ ; при  $\mu = F/3P$   $Q_{\max} = F^2/3k$

**1.25.3.** («Шаг в будущее», 2022, 11) На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения  $\mu$  лежит брусок массы  $m$ , соединённый горизонтальной недеформированной невесомой пружиной жёсткости  $k$  с вертикальной стенкой. Брусок сместили так, что пружина растянулась на  $x_0$ , а затем отпустили. Определите число колебаний  $N$ , которое совершит брусок до остановки.



$\frac{\text{брутто}}{\text{брутто} - 0x_0} = N$

**1.25.4.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Кубик с ребром  $l$  начинает скользить по горизонтальной доске с некоторой начальной скоростью. Коэффициент трения кубика о доску равен  $\mu$ . На расстоянии  $S$  от точки начала скольжения из доски выступает маленький гвоздик. Какой должна быть минимальная начальная скорость кубика, чтобы при ударе о гвоздик кубик перевернулся? Кинетическая энергия кубика перед ударом о гвоздик в  $n$  раз больше механической энергии, потерянной кубиком при ударе.

$u \sqrt{\frac{1-u}{1-u^2}} \sqrt{6} + s \mu n \sqrt{g} \sqrt{l} = 0a$

## 1.26 Неупругие взаимодействия

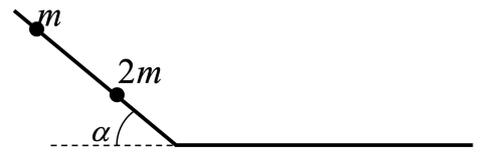
Дополнительные задачи — в листке [Неупругие взаимодействия](#).

**1.26.1.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 11*) Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу ему по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны 15 м/с и 5 м/с соответственно. После соударения брусок движется поступательно. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом 0,17. Пластилин стола не касается.

1. Какая доля начальной кинетической энергии системы перешла в тепловую энергию при столкновении пластилина и бруска? Ответ дайте в процентах, округлив до десятых долей.
2. На какое расстояние от места соударения переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30%? Ответ выразите в сантиметрах, округлив до целого числа.
3. Через какое время после соударения брусок с прилипшим к нему пластилином остановятся? Ответ дайте в секундах, округлив до десятых долей.

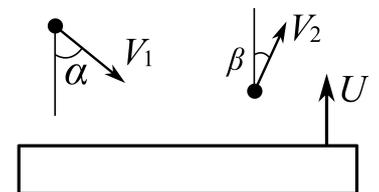
9'0 (8 :5:1 (2 :5:86 (1

**1.26.2.** (*«Росатом», 2023, 11*) Длинная проволока изогнута и расположена в пространстве так, что один ее конец наклонен под углом  $\alpha$  к горизонту, второй — горизонтален (см. рис.). На наклонный участок проволоки надеты две маленькие бусинки массой  $2m$  и  $m$  (см. рис.). Расстояние от бусинок до изгиба проволоки —  $l$  и  $3l$ . Бусинки одновременно отпускают, и они начинают двигаться без начальной скорости. Через некоторое время бусинки сталкиваются, и происходит абсолютно неупругое столкновение. Найти количество теплоты, выделившееся при столкновении. Трение отсутствует.



0 uis 7bu 255'0 = 0

**1.26.3.** (*«Физтех», 2022, 11*) Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 8$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = 3/4$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = 1/2$ ) с вертикалью.

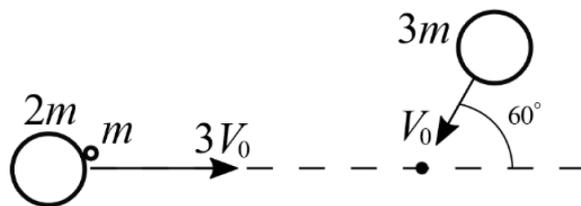


1. Найти скорость  $V_2$ .
2. Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

0/м 8^9 > 1 > 0/м (2^ - 8^8) (2 :0/м 21 = 1/2/8 = 21 (1

**1.26.4.** («Физтех», 2023, 11) Две небольшие шайбы скользят по гладкой горизонтальной поверхности так, как показано на рисунке, после чего происходит их столкновение. Масса первой шайбы  $2m$ , скорость  $3V_0$ , масса второй шайбы  $3m$ , скорость  $V_0$ . Угол между направлениями скоростей  $60^\circ$ . К первой шайбе прикреплен кусочек пластилина массы  $m$ .



1. Найдите скорость шайб, если после столкновения они приклеились друг к другу.
2. На какую величину  $E_0$  увеличится внутренняя энергия системы после такого столкновения?
3. Известно, что произошел такой удар, что шайбы не слиплись, а пластилин полностью прилип к правой шайбе. При этом внутренняя энергия системы увеличилась на величину  $E_0/2$  (см. предыдущий пункт задачи). Найдите модуль скорости одной шайбы относительно другой после такого удара.

Движения шайб до и после удара поступательные. В ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

$$\frac{01}{\frac{p}{\frac{E}{\Gamma} \wedge \frac{E}{\Gamma}}} = \text{HLO} \wedge (\frac{g}{\frac{0}{\Gamma} \wedge \frac{p}{\frac{E}{\Gamma}}} = \frac{0}{\Gamma} (\frac{0}{\Gamma} \wedge \frac{\frac{z}{\Gamma}}{\frac{z}{\Gamma}} = \wedge (\Gamma$$

## 1.27 Рассеяние частиц

Дополнительные задачи — в листке [Рассеяние частиц](#).

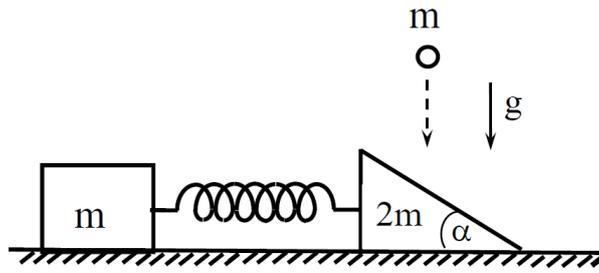
**1.27.1.** («Курчатов», 2023, 11) Возбуждённое ядро  $N_1^*$  сталкивается с первоначально покоящимся ядром  $N_2$  и переходит в невозбуждённое состояние:  $N_1^* + N_2 \rightarrow N_1 + N_2$ . При этом внутренняя энергия ядра  $N_1$  уменьшается на положительную величину  $\Delta E$ . Максимально возможное значение угла между импульсами ядер  $N_1^*$  и  $N_1$ , совместимое с законами сохранения импульса и энергии, равно  $\vartheta = 45^\circ$ . Отношение масс ядер  $N_1$  и  $N_2$  равно  $n = m_1/m_2 = 4$ . Найдите отношение  $x$  величины  $\Delta E$  к начальной кинетической энергии  $K_0$  ядра  $N_1^*$ :  $x = \Delta E/K_0$ .

$$\frac{v}{\Gamma} = \frac{1+u}{1-u \frac{u}{\Gamma} \frac{u}{\Gamma}} = x$$

## 1.28 Ударные силы

Дополнительные задачи — в листке [Ударные силы](#).

**1.28.1.** («Шаг в будущее», 2022, 11) На гладкой горизонтальной поверхности расположена треугольная призма массы  $2m$  с углом  $\alpha = 60^\circ$ , соединённая невесомой недеформированной пружиной жёсткости  $k$  с бруском массы  $m$ . Шар массы  $m$  падает вертикально вниз и ударяется в призму со скоростью  $v$ . Определите величину максимальной деформации пружины при дальнейшем движении тел. Силами трения пренебречь.

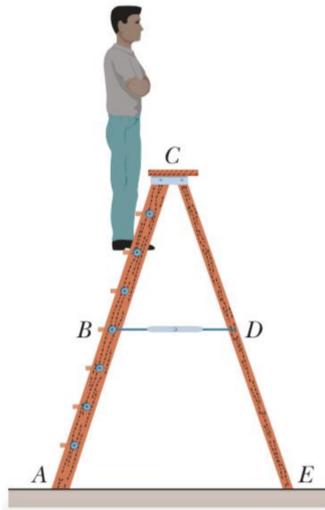


$$\frac{y}{uz} \wedge \frac{II}{az} = V$$

## 1.29 Статика

Дополнительные задачи — в листке [Статика](#).

**1.29.1.** (Всеросс., 2022, МЭ, 11) У стремянки, показанной на рисунке, опорные стороны  $AC$  и  $CE$  шарнирно скреплены в точке  $C$  и имеют одинаковую длину. Две лёгкие нити, которые связывают опорные стороны стремянки расположены на высоте вдвое меньшей, чем точка  $C$ , и имеют длину  $0,76$  м. Одна из нитей  $BD$  изображена на рисунке. Мужчина массой  $85,4$  кг стоит на стремянке, располагаясь вертикально. Ступни его ног находятся на шестой ступеньке на высоте  $1,8$  м от пола (см. рисунок). Считайте, что пол гладкий, а лестница лёгкая. Ускорение свободного падения  $10$  м/с<sup>2</sup>.

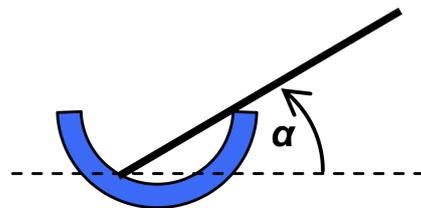


1. Чему равна суммарная сила реакции пола, действующая на левую опорную сторону стремянки? Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.
2. Чему равна суммарная сила реакции пола, действующая на правую опорную сторону стремянки? Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.
3. Найдите модуль силы натяжения нити  $BD$ . Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.

$$(1) \ 534; (2) \ 320; (3) \ [101; 102]$$

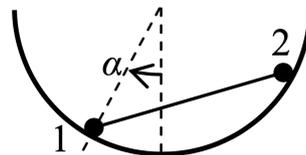
**1.29.2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) На твёрдое тело действуют три силы. Две из них приложены в одной точке ( $A$ ) и взаимно перпендикулярны. Третья приложена в другой точке ( $B$ ). Как проходит линия действия третьей силы, если тело находится в равновесии?

**1.29.3.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Однородный стержень покоится, опираясь одним концом на внутреннюю поверхность гладкой полусферы радиуса  $R = 30$  см, а другим — на её край (см. рисунок). При этом стержень составляет с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Чему равна длина стержня?



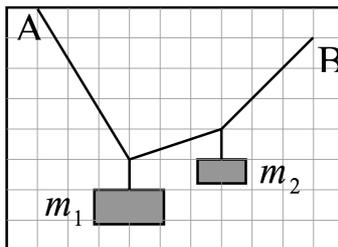
$$l \approx 4R \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = 7$$

**1.29.4.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) «Гантель» из лёгкого жёсткого стержня и двух массивных маленьких шариков одинакового радиуса положили в гладкую полусферическую «ямку». Длина стержня в  $\sqrt{2}$  раз больше радиуса ямки. Оказалось, что гантель находится в равновесии, если радиус, проведённый к первому шару, составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с вертикалью. Найти отношение масс шариков.



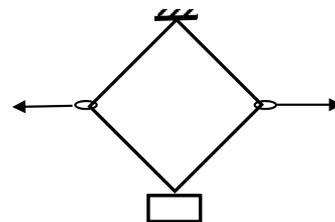
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = \frac{7}{11}$$

**1.29.5.** (Инженерная олимпиада, 2022, 11) Концы невесомой веревки закреплены в точках  $A$  и  $B$  (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами  $m_1$  и  $m_2$ . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов  $m_1/m_2$ .



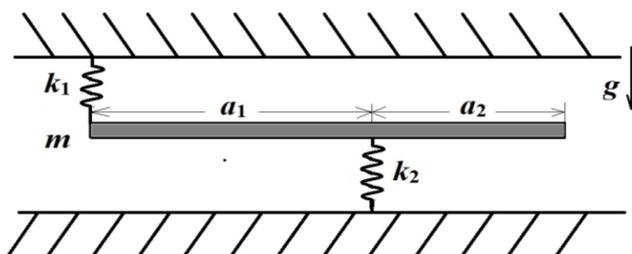
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = 3$$

**1.29.6.** (Всесиб., 2023, 11) Когда груз подвесили на две одинаковых резинки с недеформированной длиной  $l$ , он их растянул почти в два раза и пришел в равновесие на некоторой высоте. На резинки через надетые на них легкие колечки подействовали двумя одинаковыми горизонтальными силами, в результате чего в новом равновесном положении резинки приняли форму квадрата. На какую высоту поднялся груз в новом положении равновесия относительно прежнего? Трения нет, резинки невесомые.



$$\frac{h}{l} = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

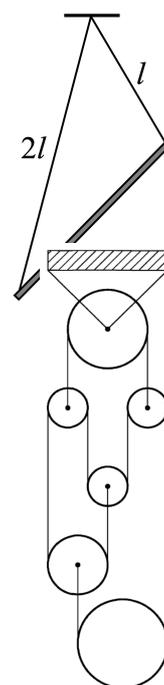
**1.29.7.** (*Олимпиада КФУ, 2020, 11*) Прямой однородный брусок, находящийся внутри ящика, прикрепили к пружинам жесткостью  $k_1$  и  $k_2$  ( $k_1 < k_2$ ) как показано на рисунке и так, что в состоянии свободного падения ящика пружины не напряжены и брусок расположен строго параллельно стенкам ящика. Расстояние между креплениями пружин к бруску равно  $a_1$  и длина свободного конца бруска равна  $a_2$ , как показано на рисунке. Найти соотношение длин  $a_1$  и  $a_2$  при заданных  $k_1$  и  $k_2$ , чтобы при нахождении системы в покое брусок массы  $m$  оставался по-прежнему строго параллельно стенкам ящика в поле силы тяжести  $g$ .



$$\frac{\tau_y - \tau_y}{\tau_y + \tau_y} = \frac{\tau_D}{\tau_D}$$

**1.29.8.** (*«Росатом», 2022, 11*) Тонкий однородный массивный стержень массой  $m$  и длиной  $3l/2$  подвешен на двух невесомых нерастяжимых нитях длиной  $l$  и  $2l$ , которые прикреплены к концам стержня и к одной точке горизонтального потолка (см. рисунок). Найти силы натяжения нитей.

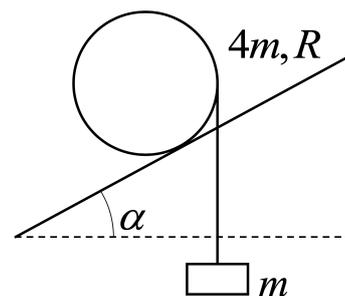
$$6m \frac{1g}{c} = \tau_L, 6m \frac{1g}{v} = \tau_L$$



**1.29.9.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 11*) Система, схематически (без соблюдения масштаба) изображённая на рисунке, находится в равновесии. Обе нити невесомые, все их свободные участки вертикальны. Все блоки являются однородными дисками одинаковой толщины и могут вращаться без трения. Найдите отношение массы нижнего блока к массе верхнего блока при условии одинаковой плотности всех блоков, кроме нижнего.

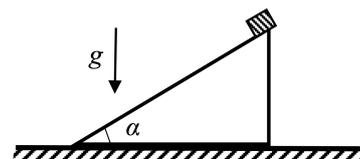
$$6/8$$

**1.29.10.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 11*) На однородный цилиндр радиуса  $R$  и массы  $4m$  намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы  $m$ . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости  $\alpha$  цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?



$$\frac{m + 4m}{m} \geq v \text{ cis}$$

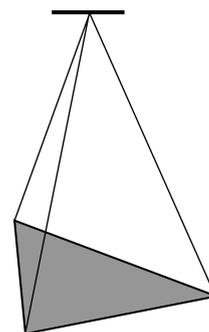
**1.29.11.** (*Всесиб., 2021, 11*) На горизонтальной поверхности покоится однородный прямоугольный клин. Угол при основании клина равен  $\alpha = 30^\circ$ , как показано на рисунке. На вершину клина аккуратно кладут брусок. При каком максимальном отношении массы бруска к массе клина клин не начнёт переворачиваться? Трения между бруском и клином нет. Коэффициент трения между клином и горизонтальной поверхностью большой и не позволяет клину скользить. Размером бруска пренебречь.



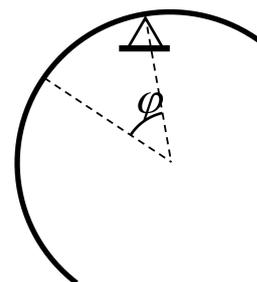
4/3

**1.29.12.** (*«Росатом», 2023, 11*) Вырезанный из листа фанеры равнобедренный треугольник подвешен за три нити, которые одними своими концами прикреплены к вершинам треугольника, а вторыми — к одной точке на потолке. Длины нитей равны  $l$ ,  $l$  и  $1,2l$ . Размер стороны треугольника  $a$ . Сила натяжения самой короткой нити известна и равна  $T$ . Найдите силу натяжения нити, имеющей длину  $1,2l$ . Все нити натянуты.

$$\frac{(\sqrt{2}-1)T}{1,2ml} = \varepsilon L$$



**1.29.13.** (*«Росатом», 2021, 11*) Из тонкой проволоки изготовили полуокружность и разместили ее на точечной опоре так, как показано на рисунке (здесь  $\varphi$  — угол между направлением на середину полуокружности и точку контакта с опорой; см. рис.). При каком минимальном коэффициенте трения полуокружность сможет находиться в равновесии? При каком угле  $\varphi$  минимальное значение коэффициента трения, обеспечивающее равновесие, является наибольшим? Найти наибольшее значение минимального коэффициента трения, удерживающего полуокружность в равновесии.



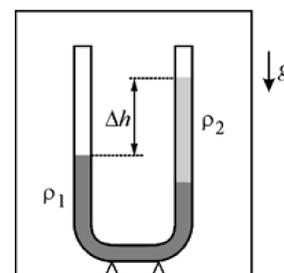
$$\mu_{\min} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$$

## 1.30 Гидростатика

Дополнительные задачи — в листке [Гидростатика](#).

**1.30.1.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 11*) В неподвижном лифте находится вертикально расположенная U-образная трубка, в которую налиты две жидкости (см. рис.). Как изменится установившаяся разность уровней жидкостей  $\Delta h$  в трубке, если лифт будет равноускоренно двигаться вверх?

1. Увеличится;
2. не изменится;
3. уменьшится;
4. зависит от модуля ускорения лифта.



9

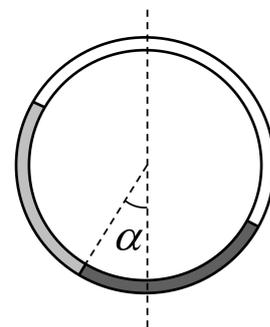
**1.30.2.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Корпус подводной лаборатории состоит из двух полусфер — верхней и нижней. Определите силу давления на внешнюю поверхность нижней полусферы, если её радиус равен  $R$ , а самая верхняя точка лаборатории расположена на глубине  $2R$  метров. Плотность морской воды в районе лаборатории равна  $\rho$ , атмосферное давление нормальное.

$$\left( (H + \frac{g}{2}) 6d + 0d \right) \frac{g}{2} = \rho$$

**1.30.3.** («Росатом», 2021, 11) В цилиндрический сосуд радиуса  $R$  налито синтетическое масло, в котором плавает кусочек «водяного» льда, не касаясь дна и стенок. Объем кусочка  $V$ . Изменится ли уровень масла в сосуде, когда кусочек льда растает, и если да, то на сколько? Известно, что плотность воды  $\rho_v$  больше плотности масла  $\rho_m$ . Плотность льда  $\rho_l$ .

$$\frac{\rho_l V \rho_m d \rho_v}{\rho_v (\rho_m - \rho_l) V} = \rho_v$$

**1.30.4.** («Росатом», 2021, 11) Кольцо изготовлено из длинной и тонкой трубки. В трубку залили равные объемы двух несмешивающихся жидкостей, которые в сумме занимают половину объема трубки. Кольцо расположили в вертикальной плоскости. При этом оказалось что угол, который составляет с вертикалью отрезок, соединяющий центр кольца и границу раздела жидкостей, равен  $\alpha$  (см. рис.). Найти плотность более тяжелой жидкости, если плотность более легкой равна  $\rho$ .

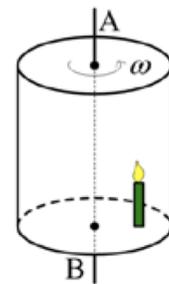


$$\rho \frac{\sin \alpha - \rho \cos \alpha}{\sin \alpha + \rho \cos \alpha}$$

## 1.31 Горизонтальная сила Архимеда

Дополнительные задачи — в листке [Горизонтальная сила Архимеда](#).

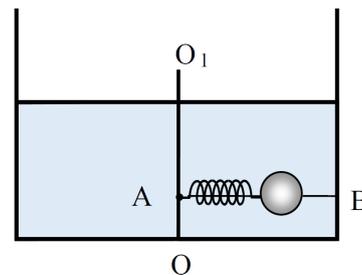
**1.31.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) В закрытом цилиндрическом сосуде, который долгое время вращается вокруг вертикальной оси  $AB$ , зажгли свечу. В верхней и в нижней крышках цилиндра есть небольшие отверстия, благодаря которым свеча не гаснет. В каком направлении отклонится пламя свечи?



- А) в сторону оси
- Б) от оси
- В) вперёд, по направлению движения
- Г) назад, против направления движения
- Д) никуда не отклонится

V

**1.31.2.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Внутри неподвижного цилиндрического сосуда с жидкостью плотности  $\rho$  закреплена ось  $OO_1$ , к которой в точке  $A$  прикреплен тонкий горизонтальный стержень  $AB$ . По стержню без трения может скользить муфта в виде шара радиуса  $r$ . Шар связан с концом стержня в точке  $A$  пружиной жесткости  $k$ , длина которой в нерастянутом состоянии равна  $L_0$ . Сосуд приводят во вращение с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси  $OO_1$ . Определите расстояние центра шара от оси вращения, если плотность материала шара в четыре раза больше плотности жидкости. В процессе вращения жидкость не выливается из сосуда и шарик не касается боковой стенки.



$$\frac{d \tau \tau \tau \tau \tau \tau - \eta}{(x + 0 \tau) \eta} = x$$

## 1.32 Движение жидкости

Дополнительные задачи — в листке [Движение жидкости](#).

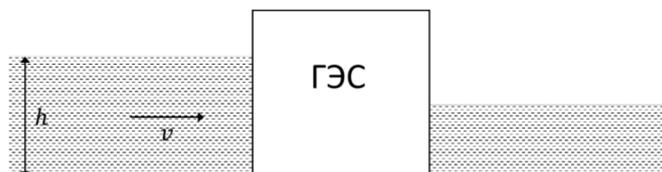
**1.32.1.** («Надежда энергетики», 2015, 11) По наклонной плоскости берегового водосброса на гидроэлектростанции стекает широкий поток воды. На расстоянии  $L$  от начала водосброса глубина потока уменьшается в 4 раза. Определите, на каком расстоянии от начала водосброса глубина потока была в 2 раза больше. Трением воды о стенки и дно водосброса можно пренебречь.

$$\xi / T = 1$$

**1.32.2.** («Надежда энергетики», 2019, 11) Плотины многих ГЭС имеют в своей конструкции береговой водосброс, через который отводится избыточная вода из водохранилища во время экстремальных паводков. Такой водосброс представляет собой несколько наклонных бетонных желобов, чередующихся горизонтальными участками с устройствами гашения скорости потока воды. Скорость потока воды перед первым наклонным желобом равна  $V_1 = 20$  м/с, а глубина потока  $h_1 = 3$  м. Желоб, имеющий постоянное по длине прямоугольное сечение, наклонен под углом  $30^\circ$  к горизонту и имеет длину  $L = 50$  м. Определите глубину потока  $h_2$  в конце желоба. Воду считать идеальной жидкостью.

$$v \tau = \frac{v \text{ и } \tau \tau \tau \tau + \frac{1}{\tau} \Lambda}{\frac{1}{\tau} \Lambda} \sqrt{v \tau} = \tau \eta$$

**1.32.3.** («Надежда энергетики», 2023, 11) На малых реках иногда устанавливают бесплотинные гидроэлектростанции, которые представляют собой ряд водяных колес или турбин, опущенных в воду и соединенных с генератором электрического тока. Такая электростанция не изменяет параметров потока выше по течению, но, безусловно, меняет параметры потока ниже по течению. Определите максимальную теоретическую мощность электростанции, если русло реки имеет постоянную ширину  $L$ , постоянную глубину и прямоугольную форму. Скорость течения реки перед электростанцией равна  $v$ , а глубина воды  $h$ . Воду считать несжимаемой жидкостью.



$$\frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} \frac{g}{\lambda} - \frac{g}{\lambda} + 1 \right) \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d^2 \lambda}{dt^2} \frac{1}{\lambda^2}$$

### 1.33 Массивный канат

Дополнительные задачи — в листке [Массивный канат](#).

**1.33.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 11) Через неподвижный блок переброшен канат длины  $L$ , его концы находятся на одной высоте. На правый конец каната подвесили груз массы  $m$ . В момент, когда левый конец прошёл половину пути до блока, скорость груза равнялась  $v$ .

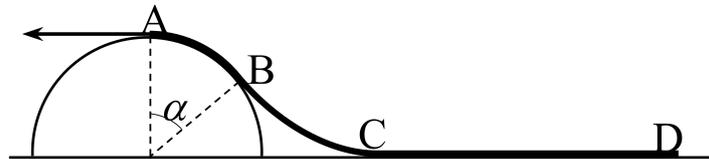


Какой будет его скорость, когда левый конец каната достигнет блока?

**Примечание.** Канат однороден; размерами и массой блока, а также силой трения можно пренебречь.

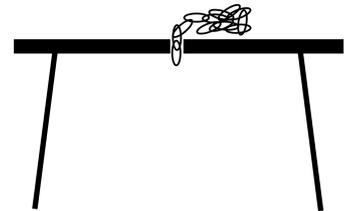
$$\frac{g}{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = \frac{g}{\lambda}$$

**1.33.2.** («Росатом», 2022, 11) Однородную нерастяжимую веревку, лежащую на горизонтальной поверхности, медленно втягивают на гладкий полушар, закрепленный на поверхности, действуя на ее конец некоторой силой. Когда конец веревки  $A$  оказывается в верхней точке полушара, веревка касается полушара участком  $AB$ , опирающимся на угол  $\alpha$ , а длина «висящего» участка веревки  $BC$  вдвое меньше ее участка  $CD$ , лежащего на поверхности (см. рисунок). Найти коэффициент трения между веревкой и поверхностью. Какой горизонтальной силой нужно в этот момент действовать на конец веревки  $A$ , если масса веревки  $m$ , масса куска  $CD$  —  $m_{CD}$ ?



$$\frac{d\lambda}{dt} \frac{g}{\lambda} + \frac{d\lambda}{dt} \frac{g}{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt} \frac{g}{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt} \frac{g}{\lambda}$$

**1.33.3.** («Росатом», 2021, 11) В центре горизонтального гладкого стола, расположенного на высоте  $h$  от пола сделано отверстие. Около отверстия лежит свернутая в бухту цепочка с мелкими звеньями длиной  $l = h$ . Один конец цепочки тихонько сталкивают в отверстие, и цепочка начинает падать. Через какое время цепочка коснется пола? Ответ обосновать.



$$\frac{g}{\lambda}$$

### 1.34 Массивная пружина

Дополнительные задачи — в листке [Массивная пружина](#).

**1.34.1.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) Коэффициент жёсткости резинового стержня массой  $m$  равен  $k$ . На какую величину  $\Delta L$  изменится длина этого стержня, если поместить его на гладкую горизонтальную поверхность и подействовать на конец стержня постоянной силой  $F$ , направленной вдоль оси стержня?

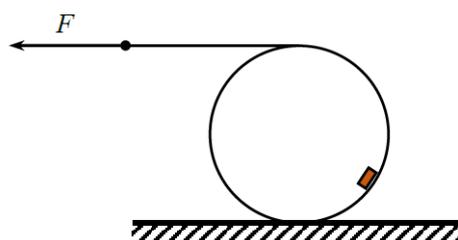
1.  $\Delta L < \frac{F}{2k}$ ;
2.  $\Delta L = \frac{F}{2k}$ ;
3.  $\frac{F}{2k} < \Delta L < \frac{F}{k}$ ;
4.  $\Delta L = \frac{F}{k}$ ;
5.  $\Delta L > \frac{F}{k}$ .

2

## 1.35 Вращение твёрдого тела

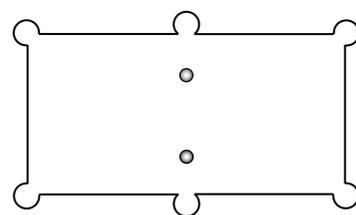
Дополнительные задачи — в листке [Вращение твёрдого тела](#).

**1.35.1.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) Идеальная нить намотана на тонкостенную однородную цилиндрическую трубу массой 500 г, лежащую на горизонтальной поверхности. Нить начинают тянуть вдоль этой поверхности таким образом, что труба катится без проскальзывания, причём скорость её оси постоянна (см. рис.). По внутренней поверхности трубы скользит небольшое тело массой 100 г, находясь на одной и той же высоте над поверхностью. Коэффициент трения тела о трубу равен 0,3. С какой силой  $F$  необходимо действовать на нить, чтобы поддерживать такое движение системы? Ответ выразите в Н, округлите до сотых долей. Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха отсутствует.



0.14

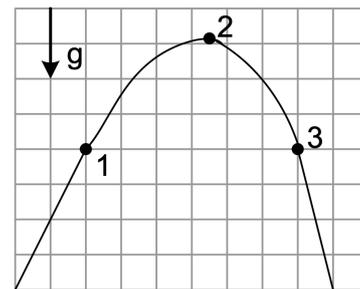
**1.35.2.** (*Инженерная олимпиада, 2022, 11*) Если два бильярдных шара встают напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом — один вперед, один назад. Ответ обосновать.



## 1.36 Сопротивление среды

Дополнительные задачи — в листке [Сопротивление среды](#).

**1.36.1.** (*Всеросс., 2020, МЭ, 11*) На рисунке показана траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту. Будем считать, что на летящее тело действует постоянная по модулю сила сопротивления воздуха. Сравните модули ускорений тела в точках 1, 2 и 3.



- А)  $a_1 > a_2 > a_3$
- Б)  $a_1 < a_2 < a_3$
- В)  $a_1 > a_3 > a_2$
- Г)  $a_1 > a_3 > a_2$
- Д)  $a_1 = a_2 = a_3$

□

**1.36.2.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 11*) Посередине запаянной с двух концов горизонтальной трубки длиной 10 см, заполненной глицерином, находится сферический воздушный пузырёк. Если повернуть трубку в вертикальное положение, то пузырёк практически сразу начнёт двигаться вдоль оси трубки равномерно со скоростью 1 см/с. Сила вязкого трения зависит от скорости движения пузырька  $V$ , и для трубки достаточно большого радиуса можно считать, что эта сила подчиняется закону Стокса:  $\vec{F}_{\text{тр}} = -6\pi\eta r\vec{V}$ , где  $r$  — радиус пузырька,  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости. Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ , плотность глицерина  $1260 \text{ кг/м}^3$ , масса пузырька пренебрежимо мала.

1. Чему равен радиус пузырька? Динамическая вязкость глицерина при комнатной температуре равна  $\eta = 1,5 \text{ Па} \cdot \text{с}$ . Ответ выразите в миллиметрах, округлите до десятых долей.

Через 2 секунды после того, как трубку привели в вертикальное положение, её начинают двигать вверх с постоянным ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ .

2. Найдите модуль скорости трубки в тот момент, когда пузырёк достигнет одного из её торцов. Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.

□

**1.36.3.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 11*) На боевых учениях два морских пехотинца сидят на плоту из пробкового дерева. Один из них стреляет с кормы из автомата, делая по 2 выстрела в секунду. У плота устанавливается средняя скорость  $0,6 \text{ м/с}$ . С берега на плот прыгает их товарищ. Он прыгает, когда до плота остаётся  $1,12 \text{ м}$ , прыжок занимает  $0,2 \text{ с}$ . Скорость плота становится равной  $0,8 \text{ м/с}$ . После этого стрельба прекращается. Какое расстояние пройдёт плот, прежде чем остановится?

**Примечание.** Масса третьего пехотинца —  $80 \text{ кг}$ , масса пули —  $5 \text{ г}$ , скорость пули —  $600 \text{ м/с}$ . Сила сопротивления воды пропорциональна скорости лодки.

□

**1.36.4.** (*«Шаг в будущее», 2021, 11*) **Ситуационная задача.** Электромобиль — автомобиль, приводимый в движение одним или несколькими электродвигателями с питанием от аккумулятора.

Определите максимальное расстояние, проходимое электромобилем без подзарядки при движении с постоянной скоростью равной 108 км/ч, если масса аккумуляторов 2425 кг, а суммарный КПД системы аккумулятор-двигатель-колеса составляет 0,75. Вся энергия аккумулятора затрачивается на работу двигателя. Энергоемкость аккумуляторов составляет 50 (Вт · ч)/кг.

Коэффициент аэродинамического сопротивления электромобиля равен 0,3, площадь его поперечного сечения 2,5 м<sup>2</sup>, масса без аккумулятора 800 кг. Удельная сила трения при качении колёс электромобиля 0,1 Н/кг.

Сила сопротивления воздуха определяется соотношением

$$F_{\text{сопр}} = C_x \rho_{\text{в}} \frac{v^2}{2} S,$$

где  $C_x$  — коэффициент аэродинамического сопротивления,  $\rho_{\text{в}}$  — плотность воздуха (1,2 кг/м<sup>3</sup>),  $v$  — скорость движения автомобиля,  $S$  — площадь поперечного сечения автомобиля.

Максимальное расстояние равно 450 км

**1.36.5.** («Шаг в будущее», 2021, 11) **Ситуационная задача.** Электромобиль — автомобиль, приводимый в движение одним или несколькими электродвигателями с питанием от аккумулятора.

Определите массу аккумуляторов, обеспечивающих электромобилю дальность хода без подзарядки, равную 400 км при постоянной скорости 108 км/ч, если суммарный КПД системы аккумулятор-двигатель-колеса составляет 0,75. Вся энергия аккумулятора затрачивается на работу двигателя электромобиля. Энергоемкость аккумуляторов составляет 50 (Вт · ч)/кг.

Коэффициент аэродинамического сопротивления электромобиля равен 0,3, площадь его поперечного сечения 2,5 м<sup>2</sup>, масса без аккумулятора 800 кг. Удельная сила трения при качении колёс электромобиля 0,1 Н/кг.

Сила сопротивления воздуха определяется соотношением

$$F_{\text{сопр}} = C_x \rho_{\text{в}} \frac{v^2}{2} S,$$

где  $C_x$  — коэффициент аэродинамического сопротивления,  $\rho_{\text{в}}$  — плотность воздуха (1,2 кг/м<sup>3</sup>),  $v$  — скорость движения автомобиля,  $S$  — площадь поперечного сечения автомобиля.

Масса аккумуляторов 2042 кг

**1.36.6.** («Шаг в будущее», 2023, 11) **Ситуационная задача.**

В медицине часто используются суспензии — вещества, представляющие собой взвесь твердых частиц в жидкости. В лаборатории проводится исследование суспензии, полученной на основе воды. Для опыта взяли суспензию, высота столба которой равна 0,2 м. В начальный момент времени частицы сферической формы распределены в жидкости равномерно. Плотность материала частиц 2800 кг/м<sup>3</sup>. В таблице приведены диаметральные размеры частиц и массовые доли фракций, полученные в начальный момент времени.

$d$ , мм	$q$ , %
0,1	25
0,01	35
0,001	40

В течение какого времени после встряхивания можно набрать суспензию шприцом, не касаясь дна сосуда, чтобы в шприце оказались частицы всех имеющихся размеров? Каким должен стать дисперсный состав (массовые доли частиц каждого размера) осадка через 5 секунд после начала сепарации суспензии методом отстаивания, если принять, что в данном опыте все частицы находятся в равновесном состоянии?

**Дополнительные сведения:** коэффициент гидродинамического сопротивления движущейся

в жидкости сферической частицы  $C_y$  равен 0,4. Сила сопротивления  $Y = SC_y\rho\frac{v^2}{2}$ , где  $S$  — площадь поперечного сечения частицы,  $C_y$  — коэффициент лобового сопротивления,  $\rho$  — плотность жидкости,  $v$  — скорость оседания частицы.

2,9,2

## 1.37 Движение автомобиля

Дополнительные задачи — в листке [Движение автомобиля](#).

**1.37.1.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 11*) Автомобиль массой 1300 кг постоянно находится на прямой горизонтальной дороге. За время 6 с машина разогналась из неподвижного состояния до скорости 50 км/ч. За следующие 9 с она увеличила скорость с 50 км/ч до 90 км/ч.

1. Чему равна средняя мощность, развиваемая двигателем автомобиля, за первые 6 с? Ответ выразите в киловаттах, округлите до целого числа.
2. Чему равна средняя мощность, развиваемая двигателем автомобиля, за последующие 9 с? Ответ выразите в киловаттах, округлите до целого числа.
3. Чему равна средняя мощность, развиваемая двигателем автомобиля, за все 15 с разгона? Ответ выразите в киловаттах, округлите до целого числа.

Этот же автомобиль, едущий со скоростью 60 км/ч, начинает обгон другого транспортного средства, развивая при этом постоянную мощность 55 кВт.

4. Определите скорость автомобиля через 5 с после момента начала обгона. Ответ выразите в км/ч, округлите до целого числа.
5. Найдите величину мгновенного ускорения автомобиля в тот момент, когда он начал обгон. Ответ выразите в  $\text{м/с}^2$ , округлите до десятых долей.

1) 21; 2) 31; 3) 27; 4) 95; 5) 2,5

**1.37.2.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) Локомотив, равномерно двигаясь по железнодорожному пути, тянет три одинаковых полностью загруженных вагона в гору с постоянным уклоном в течение времени 220 с. Масса локомотива 73 т, масса каждого вагона 45 т. Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ .

1. Пренебрегая силами сопротивления движению, определите максимальное количество таких вагонов, которое данный локомотив сможет тянуть в гору по этому пути при той же мощности, проделав тот же путь за 365 с.
2. Пусть модуль силы сопротивления движению, действующей на весь состав, не зависит от величины уклона и от скорости движения и составляет 0,2% от модуля силы тяжести, действующей на состав. Найдите мощность локомотива, равномерно тянущего три таких вагона, если рассматриваемый участок пути имеет длину 4 км, а разность высот начала участка и его конца составляет 96 м. Ответ выразите в МВт, округлите до сотых долей.

1) 9,8; 2) 7,8; 3) 8,6

**1.37.3.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется равномерно по скользкой дороге со скоростью  $V$ . Водитель нажимает педаль акселератора, при этом скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в  $k$  раз ( $k > 1$ ) и далее остаётся постоянной. Количество теплоты, выделившееся из-за трения шин о дорогу при разгоне автомобиля, равно  $Q$ . Найдите массу автомобиля. Сопротивлением воздуха пренебрегите. Коэффициент трения между шинами и дорогой считайте постоянным.

$$\frac{z(1-y)z^a}{\partial z} = u$$

**1.37.4.** («Надежда энергетики», 2017, 11) Автомобиль массой  $m$  едет по горизонтальной дороге, затем дорога идёт в гору, потом — на спуск, и снова становится горизонтальной. Уклон дороги один и тот же как для подъёма, так и для спуска. На каждом участке движения скорость автомобиля постоянна, причём на подъёме она равна  $v_2$ , а на спуске —  $v_3$ . Сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна квадрату его скорости. Определите импульс автомобиля на горизонтальном участке, если мощность двигателя все время остаётся неизменной.

$$\frac{\varepsilon_a + \tau_a}{(\frac{\varepsilon_a}{c} + \frac{\tau_a}{c}) \varepsilon_a \tau_a} \int \varepsilon u$$

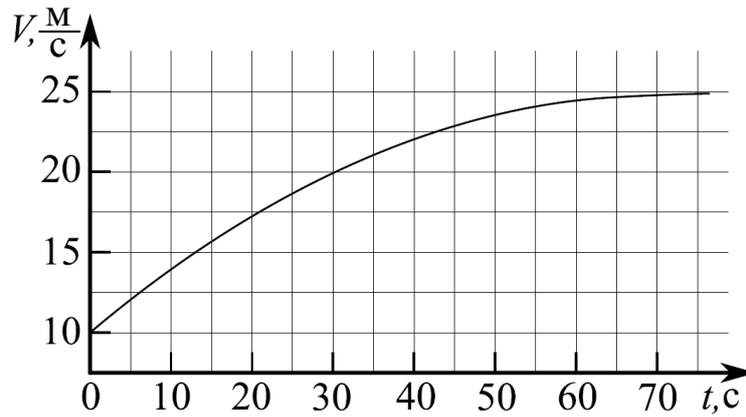
**1.37.5.** («Надежда энергетики», 2019, 11) Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется прямолинейно с постоянной скоростью. Водитель, желая увеличить скорость, резко нажимает педаль газа и удерживает её в новом положении. Скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в  $k$  раз и через некоторое время автомобиль снова движется равномерно со скоростью, в  $k$  раз больше начальной. Найдите отношение количества теплоты, выделившейся между шинами и дорогой при разгоне автомобиля, к приращению кинетической энергии автомобиля. Коэффициент трения между шинами и дорогой не изменяется, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

$$\frac{1+y}{1-y} = \frac{(1-z^y)}{z(1-y)} = \frac{yM \nabla}{\partial}$$

**1.37.6.** (Всесиб., 2020, 11) Автомобиль массой  $m$  трогается с места. Обе оси автомобиля ведущие. Его колеса вращаются синхронно и имеют радиус  $R$ . Двигатель автомобиля выдает постоянную механическую мощность  $P$ . Сколько оборотов  $N$  сделают колеса автомобиля до момента, когда прекратится их проскальзывание относительно дороги? Коэффициент трения колес о дорогу равен  $\mu$ . Ускорение свободного падения  $g$ .

$$\frac{y \cdot z \cdot \mu \cdot g \cdot (b \cdot t)}{z^d} = N$$

**1.37.7.** («Физтех», 2023, 11) Автомобиль массой  $m = 1800$  кг движется с постоянной скоростью и затем разгоняется на прямолинейном горизонтальном участке дороги. График зависимости скорости от времени при разгоне показан на рисунке. В конце разгона сила тяги двигателя равна  $F_k = 500$  Н. Считать, что при разгоне сила сопротивления движению пропорциональна скорости. Колёса считать лёгкими.



1. Используя график, найти ускорение автомобиля при скорости  $V_1 = 20$  м/с.
2. Найти силу тяги  $F_1$  при скорости  $V_1$ .
3. Какая мощность  $P_1$  передается от двигателя на ведущие колеса при скорости  $V_1$ ?

Требуемая точность численного ответа на первый вопрос ориентировочно 10%.

$$1) a_1 = 0,25 \text{ м/с}^2; 2) F_1 = 850 \text{ Н}; 3) P_1 = 17 \text{ кВт}$$

## 1.38 Механические колебания

Дополнительные задачи — в листках

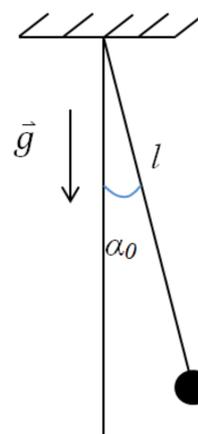
- [Уравнение колебаний. 1](#)
- [Уравнение колебаний. 2](#)

**1.38.1.** («Надежда энергетики», 2016, 11) Заключительный этап олимпиады «Надежда энергетики» проходит в Главном учебном корпусе НИУ «МЭИ», который был построен в 1946 году. На входе в здание установлены массивные двустворчатые дубовые двери (каждая створка высотой 3,5 м, шириной 0,7 м и массой 100 кг). Двери открываются в обе стороны и возвращаются в положение равновесия пружинами. Минимальная сила, которой можно удержать дверь в открытом положении, составляет  $F_1 = 80$  Н. Сможет ли девушка войти в здание без посторонней помощи, если она способна приложить к двери максимальную силу  $F_2 = 40$  Н? Трением в петлях дверей пренебречь. Объясните свой ответ.

**1.38.2.** (Олимпиада КФУ, 2019, 11) Груз массы  $m$  опускается с постоянной скоростью  $v$  на невесомом тросе с жёсткостью  $k$ , сматываемом с барабана. Какова будет максимальная сила натяжения троса, если барабан внезапно остановится? Каково соотношение между максимальным растяжением троса и амплитудой свободных упругих колебаний этого груза на тросе?

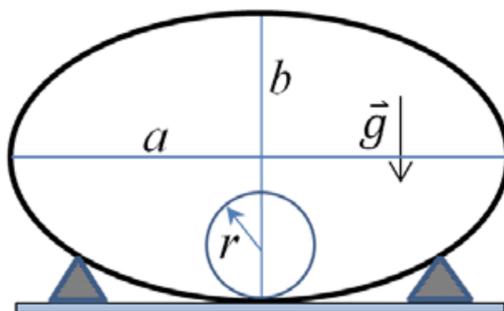
$$z = 0,5 \text{ мкс}^2; 2) z = 0,5 \text{ мкс}^2$$

**1.38.3.** (Олимпиада КФУ, 2021, 11) Маленький шарик с зарядом  $q$  и массой  $m$  закреплен на невесомом непроводящем жестком стержне таким образом, что он может свободно отклоняться на любой угол в плоскости рисунка. Вертикально, перпендикулярно плоскости рисунка, расположена бесконечная проводящая плоскость (заземленная) с очень высокой проводимостью. В состоянии равновесия стержень отклоняется от вертикали на угол  $\alpha_0$ . Найти период малых колебаний (в плоскости рисунка) вблизи точки равновесия, если таковые имеют место. Длина стержня  $l$ . Достаточно учесть электростатическое взаимодействие шарика только с проводящей плоскостью. Электромагнитным излучением и сопутствующими явлениями можно пренебречь. Возможно, Вам будет полезна формула  $(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$  при  $x \ll 1$ .



$$\frac{b \sin \varphi}{0,0 \bar{b} \bar{c} \bar{z} \bar{b} \bar{q}} \sqrt{\phantom{x}} = q \text{ эл.п.} \left( \frac{r \bar{c}}{0,0 \bar{z} \text{ ил.} \bar{c}} - 0,0 \bar{c} \frac{q}{\bar{c} \cos \bar{z}} \right) \frac{\bar{z} q \text{ ил.} \bar{c}}{\bar{z} \bar{b} \bar{q}} - 0,0 \bar{c} \frac{l}{\bar{c} \cos \bar{b}} \sqrt{\phantom{x}} = J$$

**1.38.4.** (Олимпиада КФУ, 2022, 11) Найти период малых колебаний тонкостенного цилиндра радиуса  $r$ , который может кататься без проскальзывания по неподвижной трубе эллиптического сечения с полуосями  $a$  и  $b$  ( $a, b \gg r$ ). Положение трубы относительно вертикали показано на рисунке.

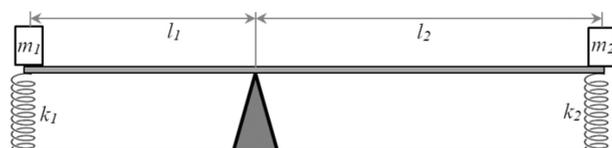


**Указание:**  $(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$  при  $x \ll 1$ .

**Теорема Кенига.** Кинетическая энергия системы материальных точек равна сумме кинетической энергии всей массы системы, мысленно сосредоточенной в её центре масс и движущейся вместе с ним, и кинетической энергии системы в системе отчета центра масс.

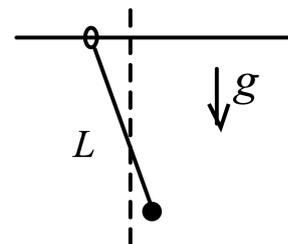
$$\frac{\left(x - \frac{q}{\bar{z} \bar{b}}\right) \bar{c}}{\bar{b}} \sqrt{\phantom{x}} = \bar{c}$$

**1.38.5.** (Олимпиада КФУ, 2023, 11) На концах невесомого рычага расположены точечные массы  $m_1$  и  $m_2$  и прикреплены невесомые пружины жесткостью  $k_1$  и  $k_2$ . Расстояния от концов рычага до точки опоры равны  $l_1$  и  $l_2$  соответственно. Длины пружин в недеформированном состоянии подобраны таким образом, чтобы рычаг находился в равновесии в горизонтальном положении. Найти частоту малых колебаний рычага после небольшого отклонения его от горизонтали. Рычаг в процессе колебаний не отрывается от точки опоры. Длины пружин много больше амплитуды колебаний.



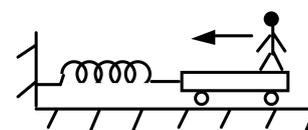
$$\sqrt{\frac{2I_1 \tau_{11} + I_2 \tau_{22}}{2I_1 \tau_{11} + I_2 \tau_{22} + k l^2}} \sqrt{\frac{2I_1 \tau_{11} + I_2 \tau_{22}}{2I_1 \tau_{11} + I_2 \tau_{22}}} = \omega$$

**1.38.6.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 11) Идеальная нить длины  $L$  связывает кольцо, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице, и точечный груз, масса которого вдвое больше массы кольца. Вначале кольцо и груз удерживают в положении, когда нить образует малый угол с вертикалью (см. рис.), и затем освобождают. Найти период гармонических колебаний, которые будут происходить в системе. Учесть, что при малых колебаниях движением груза по вертикали можно пренебречь. Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



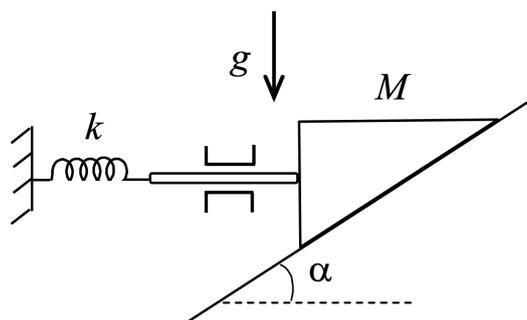
$$\frac{6g}{L} \sqrt{\frac{2}{L}}$$

**1.38.7.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 11) Человек массы  $m$  стоит на краю тележки, скрепленной со стенкой пружиной жесткости  $k$  (см. рис.). Масса тележки равна массе человека. В некоторый момент человек начинает идти по тележке к стенке с постоянной скоростью  $V$  относительно тележки. При какой длине тележки скорость человека относительно земли достигнет максимального значения? Чему равна эта максимальная скорость? Трением между тележкой и столом пренебречь.



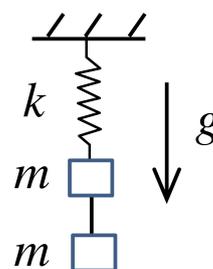
$$L > \pi V \sqrt{2m/k}; V_{\max} = 3V/2$$

**1.38.8.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 11) На наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом, находится призма массы  $M$ , в вертикальную грань которой упирается шток пренебрежимо малой массы (см. рис.). Шток скреплен со стенкой пружиной жесткости  $k$  и из-за направляющих может двигаться только по горизонтали. Пренебрегая трением между призмой и наклонной плоскостью, призмой и штоком, штоком и направляющими, найти период колебаний призмы. Найти упругую энергию пружины в момент прохождения призмой положения равновесия.



$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{M} \cos^2 \alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{M \cos^2 \alpha}{k}}$$

**1.38.9.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 11) На пружине жесткости  $k$  висит груз массы  $m$ , к которому прикрепляют висящий на нити груз той же массы (см. рис.) и отпускают без толчка. Считая, что предельное натяжение нити равно  $5mg/4$ , где  $g$  — ускорение свободного падения, найти время, через которое нить оборвется, и максимальное удлинение пружины.



$$\frac{y}{b\omega} \left( \frac{s}{1\tau} \wedge + 1 \right) = \text{vishx}\nabla : \frac{y}{m\tau} \wedge \frac{\varepsilon}{x\tau} = 1$$

**1.38.10.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 11) Груз массы  $m$ , подвешенный к потолку на пружине жесткости  $k$ , совершает колебания с амплитудой  $mg/(2k)$ , где  $g$  — ускорение свободного падения. В момент, когда растяжение пружины минимально, ее середину закрепляют. Найти амплитуду последующих колебаний груза.

$$\frac{y}{b\omega}$$

**1.38.11.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 11) К вбитому в стену гвоздю привязали на нитях длиной  $L$  два груза так, чтобы получившиеся маятники могли совершать колебания в одной параллельной стене плоскости. Для возбуждения колебаний один маятник отклонили на небольшой угол  $\theta_0$  от вертикали и отпустили, а другой в этот момент толкнули навстречу первому с некоторой скоростью. Какой была эта скорость, если столкновение маятников произошло при угле  $\theta_0/2$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$\frac{\varepsilon}{1\tau} \wedge \theta$$

**1.38.12.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 11) К вбитому в потолок гвоздю привязали на нитях длиной  $L$  два груза так, чтобы получившиеся маятники могли совершать колебания во взаимно перпендикулярных плоскостях. Для возбуждения колебаний оба маятника отклонили на небольшой угол  $\theta_0$  от вертикали, затем отпустили один из них, а когда тот достиг угла  $\theta_0/2$ , отпустили и второй. Каким будет минимальное расстояние между грузами в процессе колебаний? Через какое время после начала движения это расстояние будет достигнуто в первый раз? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$\frac{b}{1} \wedge \frac{\varepsilon}{x} = 1 \text{ время } \varepsilon \text{дэ} \text{ колэвиллор } \varepsilon \text{д } \text{дичэв } \text{я } \text{и } \frac{\varepsilon}{\theta\tau} \text{ аиннэсэсд } \text{эончгеминии}$$

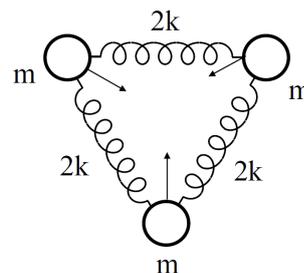
**1.38.13.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 11) Кубик с ребром 10 см и плотностью  $1,5 \text{ г/см}^3$  плавает на границе двух жидкостей с плотностями  $1 \text{ г/см}^3$  и  $2 \text{ г/см}^3$ . Сверху к кубику прикреплена пружина жёсткостью  $500 \text{ Н/м}$ , при этом в недеформированном состоянии её конец находится на  $5 \text{ см}$  выше границы сред.

Каков период малых колебаний кубика вокруг положения равновесия?

**Примечание.** Размеры тела значительно меньше толщины слоёв жидкостей.

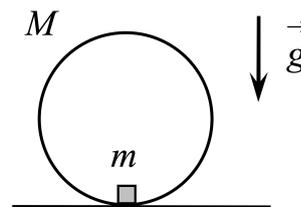
$$\frac{b}{1} \wedge \frac{\varepsilon}{x} = 1$$

**1.38.14.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Три одинаковых шарика массы  $m$  каждый, соединенные одинаковыми пружинами жесткости  $2k$ , образуют равносторонний треугольник. Одновременно все три шарика толкнули, сообщив им одинаковые по модулю скорости, направленные к центру треугольника. Через какое минимальное время после этого пружины будут сильнее всего растянуты? Массу пружин и гравитационное взаимодействие не учитывать.



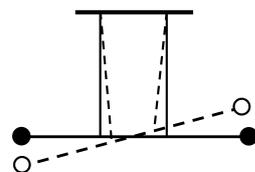
$$\frac{4\pi}{\omega} \sqrt{\frac{g}{l}} = T$$

**1.38.15.** («Курчатов», 2022, 11) На горизонтальном столе стоит тонкий обруч массой  $M = 50$  г и радиусом  $R = 0,1$  м. Масса обруча равномерно распределена по его длине. К внутренней стороне обруча прикреплен точечный груз массой  $m = 4$  г. В положении равновесия груз находится в самой нижней точке обруча. Найдите период  $T$  малых колебаний обруча около этого положения. Считайте, что обруч катается по столу без проскальзывания. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



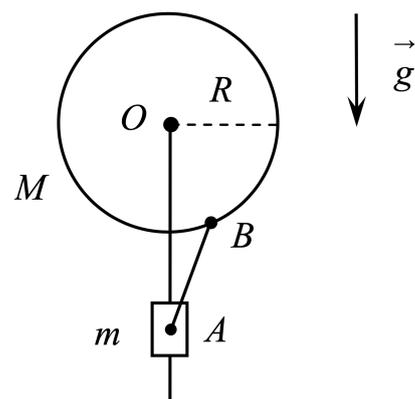
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2MR}{g}} = 3,14 \text{ с}$$

**1.38.16.** («Росатом», 2021, 11) Стержень длиной  $l$ , на концах которого закреплены два одинаковых маленьких тела массой  $m$ , подвешен на двух вертикальных нитях длиной  $h$ . Расстояние между нитями  $2l/3$ , нити прикреплены симметрично относительно центра тяжести стержня, стержень горизонтален. Стержень поворачивают на малый угол вокруг вертикальной оси и отпускают. Найти частоту малых колебаний стержня.



$$\omega = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{g}{h}}$$

**1.38.17.** («Курчатов», 2023, 11) Груз массой  $m = 10$  г может скользить по неподвижному вертикальному стержню. На верхнем конце стержня, в точке  $O$ , закреплена горизонтальная ось, вокруг которой может вращаться тонкий обруч с невесомыми спицами. Масса обруча  $M = 90$  г равномерно распределена по его длине, радиус обруча  $R = 20$  см. Обруч и груз соединены невесомым жёстким стержнем  $AB$ , который может свободно поворачиваться вокруг точек крепления  $A$  и  $B$ . Длина стержня  $L = AB = 16$  см. В положении равновесия обруч расположен так, что стержень  $AB$  вертикален. Найдите период  $T$  колебаний системы, возникающих при малых отклонениях обруча от этого положения. Груз считайте материальной точкой, трение не учитывайте. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

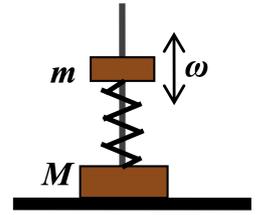


$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(M+m)l}{Mg}}$$

## 1.39 Гармоническое движение

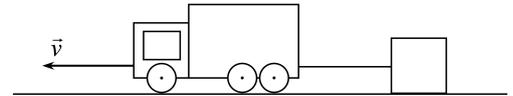
Дополнительные задачи — в листке [Гармоническое движение](#).

**1.39.1.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Две шайбы с массами  $m$  и  $M = 2m$  насажены на гладкий закреплённый вертикально стержень и соединены пружиной, как показано на рисунке. Тело массы  $M$  опирается на горизонтальную поверхность, а тело массы  $m$  совершает гармонические колебания по вертикали с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . Пружина невесома. Найдите отношение наибольшей  $F_{\max}$  и наименьшей  $F_{\min}$  сил давления системы на плоскость стола. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



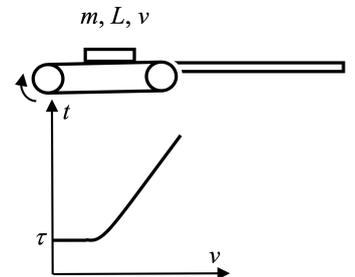
$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{3g + \omega^2 A}{3g - \omega^2 A} \text{ или } \frac{3g}{\omega^2 A} < 3 \text{ или } \frac{3g}{\omega^2 A} > 3 \text{ или } \frac{3g}{\omega^2 A} = 3$$

**1.39.2.** («Росатом», 2021, 11) К грузовику с помощью упругого шнура привязан груз. В начальный момент времени шнур натянут, но не растянут. Грузовик начинает двигаться со скоростью  $v$  от груза, растягивая шнур. Через какое время после начала движения груз догонит грузовик? Какую скорость он будет при этом иметь? Масса груза  $m$ , жесткость шнура  $k$ , длина недеформированного шнура  $l_0$ . Закон Гука справедлив для любых растяжений шнура. При «сминании» шнур никакого воздействия не оказывает. На груз сила трения не действует. Скорость грузовика постоянна.



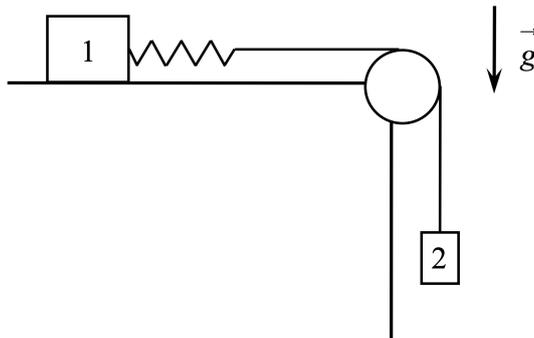
$$\frac{a}{v_1} + \frac{v}{u_1} \lambda = t$$

**1.39.3.** (Всесиб., 2022, 11) Движущийся на ленте транспортера гибкий лист фанеры длиной  $L$  выталкивается на прилегающую к транспортеру горизонтальную приемную площадку. На графике приведена зависимость времени торможения листа от скорости движения ленты. Время отсчитывается от начала торможения. Коэффициент трения фанеры о ленту и о поверхность площадки одинаковый. Определите этот коэффициент из параметров приведенного графика зависимости времени торможения листа от скорости ленты транспортера. Площадка и лента транспортера находятся в одной горизонтальной плоскости. Лист фанеры до встречи с площадкой не проскальзывает по ленте. Промежуток между лентой и площадкой много меньше  $L$ .



$$\frac{v + 6g}{7g} = t$$

**1.39.4.** («Курчатов», 2021, 11) На краю горизонтального стола закреплена труба, через которую переброшена длинная нерастяжимая нить. Горизонтальный конец нити привязан к невесомой пружине, прикрепленной к грузу 1. На вертикальном конце нити подвешен груз 2. В начальном положении груз 1 удерживают, груз 2 неподвижен, удлинение пружины равно  $x_1$ . Груз 1 отпускают без толчка. Найдите минимальное значение  $x_2$  удлинения пружины при дальнейшем движении грузов. Известно отношение масс грузов  $\beta = m_1/m_2 = 7/4$ . Ответ выразите в виде отношения  $x_2/x_1$  и округлите до сотых. Массу нити, массу пружины и трение не учитывайте.



$$LZ^0 = \frac{11}{8} = \frac{1+g}{1-g} = \frac{2m+1m}{2m-1m} = \frac{1x}{2x}$$

## 1.40 Механические волны

Дополнительные задачи — в листке [Механические волны](#).

**1.40.1.** («Надежда энергетики», 2023, 11) Московский энергетический институт расположен в Лефортово — красивом старинном районе Москвы. Недалеко от МЭИ находится Храм святых апостолов Петра и Павла, построенный в 1711 году. Известно, что Петр I собственноручно принимал участие в отделке южного входа этого храма. Самый главный и большой колокол весит 5 тонн. Колокольный звон слышен у входа в главный учебный корпус на пределе порога слышимости на низких частотах —  $2 \cdot 10^{-6}$  Вт/м<sup>2</sup>. Определите мощность большого колокола как точечного источника звука, если расстояние от колокольни до входа в НИУ «МЭИ» 1,5 км. Условия распространения звука считать идеальными.

56 Вт

# Глава 2

## Молекулярная физика и термодинамика

### 2.1 Атомы и молекулы

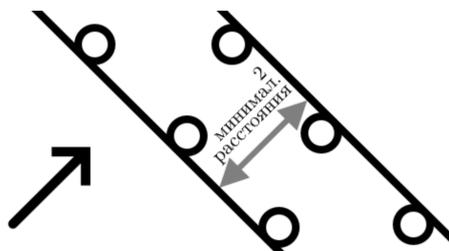
Дополнительные задачи — в листке [Атомы и молекулы](#).

**2.1.1.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) В кубической гранецентрированной кристаллической решётке элементарной ячейкой является куб, во всех вершинах которого и в центрах всех граней находится по одному атому. Сколько в среднем приходится атомов на одну ячейку этой кристаллической решётки?

1. 3;
2. 4;
3. 8;
4. 10;
5. 14.

2

**2.1.2.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 11*) Однородный поток альфа-частиц (ядер гелия) падает перпендикулярно на очень тонкую пластину некоторого вещества с простой кубической решёткой. Толщина пластины равна 2 минимальным расстоянием между атомами. Будем предполагать, что взаимодействие альфа-частиц с атомами пластины возможно, только если расстояние от центра атома до альфа-частицы меньше радиуса атома.



Определите долю альфа-частиц, прошедших пластину без взаимодействия для двух рассматриваемых способов формирования пластины:

1. поверхность пластины параллельна плоскости элементарной ячейки,

2. поверхность пластины составляет угол  $45^\circ$  с плоскостью элементарной ячейки (см. рис., направление частиц указано стрелкой).

**Примечание.** Радиус атома вещества  $r = 1,4 \cdot 10^{-9}$  м, длина ребра элементарной ячейки  $d = 4 \cdot 10^{-9}$  м, радиус альфа-частицы  $r_\alpha = 2 \cdot 10^{-15}$  м (задача носит модельный характер и указанные параметры не являются табличными).

(1) 0,619; (2) 0,456

## 2.2 Основное уравнение МКТ идеального газа

Дополнительные задачи — в листке [Основное уравнение МКТ](#).

**2.2.1.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 11*) Баллон объемом  $V$  накачали молекулярным азотом ( $M = 28$  г/моль). Затем его помещают в вакуум и делают очень маленькое отверстие (поток газа не возникает, молекулы вылетают по одной). Найдите среднюю силу которая требуется для удержания баллона на месте. Считать, что за время  $\Delta t$  от начала наблюдения из баллона вытекает доля газа  $\eta \ll 1$  и температура поддерживается равной  $T$ .

$$\frac{dH}{dt} \sim \frac{pV}{\Lambda d^2}$$

## 2.3 Уравнение состояния идеального газа

Дополнительные задачи — в листке [Уравнение состояния](#).

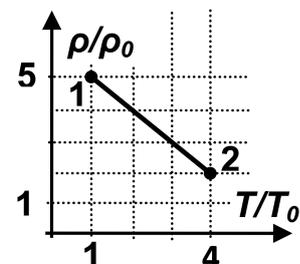
**2.3.1.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) Какой объём воздуха вытесняется из открытой комнаты, размеры которой равны  $4 \text{ м} \times 5 \text{ м} \times 3 \text{ м}$ , если температура воздуха в комнате повышается от  $27^\circ\text{C}$  до  $30^\circ\text{C}$ , а давление снижается на  $0,5\%$ ? Ответ выразите в кубических метрах, округлите до десятых долей.

6,0

**2.3.2.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) Поршень, который находится в вертикальном закрытом цилиндре, может перемещаться без трения. По обе стороны от поршня находится одинаковые количества одного и того же идеального газа. При температуре  $T_1$  объём верхней части в 2 раза больше нижней. Каким будет это отношение объёмов, если температуру повысить до значения  $T_2$ ?

$$1 + \frac{\tau_{L91}}{\tau_{L6}} \sqrt{\phantom{x}} + \frac{\tau_{L7}}{\tau_{L8}} = \tau_x$$

**2.3.3.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11*) Постоянное количество гелия участвует в процессе, диаграмма которого в координатах плотность газа – температура изображается участком прямой (см. рисунок). Во сколько раз максимальное давление гелия в этом процессе больше минимального? Координаты точки 1: (1; 5), точки 2: (4; 2).



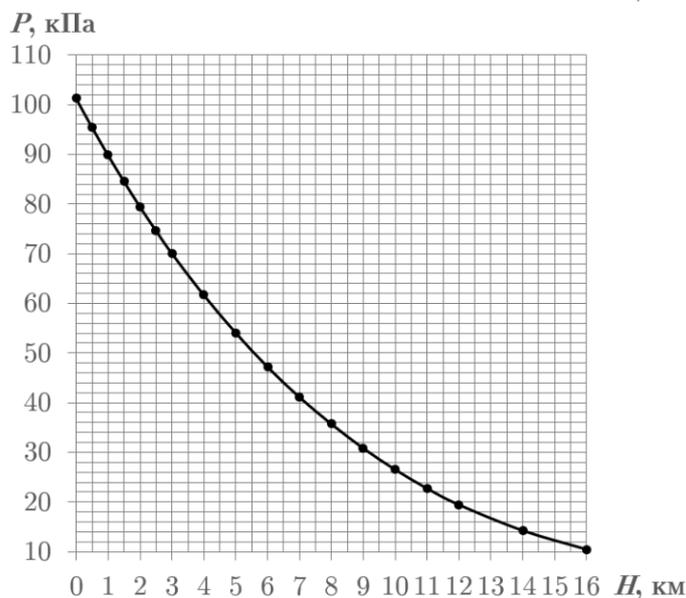
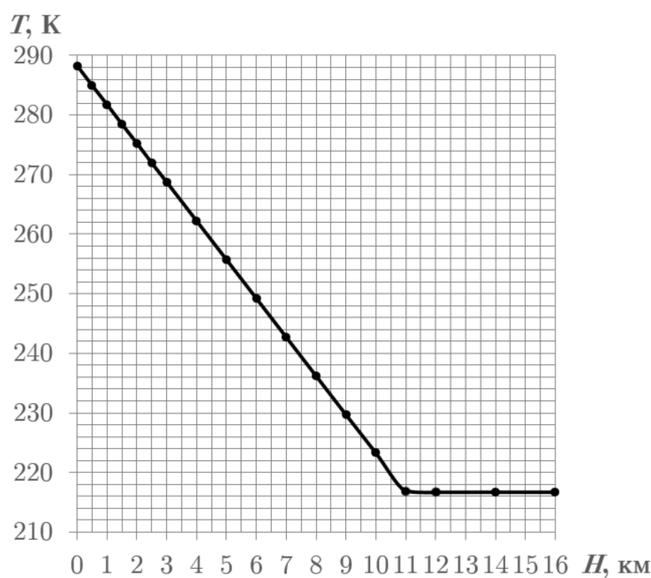
$$p_{\max}^{\text{hel}} = \frac{p_{\min}^{\text{hel}}}{8}$$



**2.4.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 11) Вдохновившись романом Жюль Верна «Таинственный остров», Пашка Гераскин соорудил небольшой воздушный шар. Для нагревания воздуха в шаре он использовал горелку из школьной лаборатории. В качестве пробного полёта Пашка запустил шар около самой земли и обнаружил, что для этого хватает трети максимальной мощности горелки. При этом температура воздуха в шаре оказалась на  $40^\circ\text{C}$  выше температуры окружающего воздуха.

Попросив на метеостанции данные о зависимости давления и температуры от высоты (см. графики), он решил рассчитать, на какую же максимальную высоту сможет подняться шар. Помогите ему это сделать.

**Примечание.** Теплотери пропорциональны разности температур воздуха внутри и снаружи шара, нагреванием шара Солнцем можно пренебречь.



## 2.5 Газовые смеси

Дополнительные задачи — в листке [Газовые смеси](#).

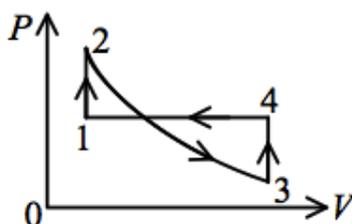
**2.5.1.** («Надежда энергетики», 2023, 11) В сосуде находится смесь атомарного азота и молекулярного водорода. При температуре  $T$  давление в сосуде равно  $p$ . При температуре  $2T$ , когда оба газа полностью диссоциированы, давление равно  $3p$ . Определите отношение масс азота и водорода в смеси. Молярная масса молекулярного водорода  $M_1 = 0,002$  кг/моль, молярная масса молекулярного азота  $M_2 = 0,028$  кг/моль.

$$\mathcal{L} = \frac{p}{8z} = \frac{z_{NV}z_a}{1pV^2a} = \frac{z_{uv}}{1u}$$

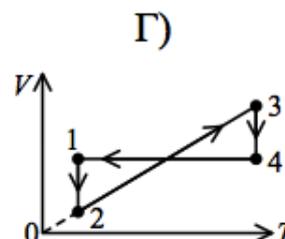
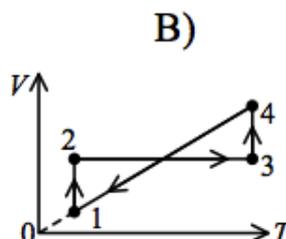
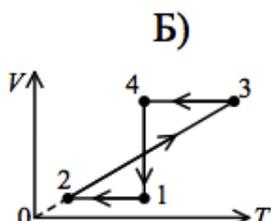
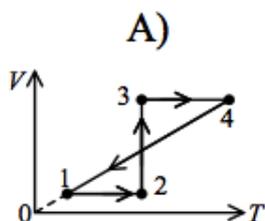
## 2.6 Изопроцессы

Дополнительные задачи — в листке [Изопроцессы](#).

**2.6.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) На рисунке изображён график зависимости давления  $p$  идеального газа от его объёма при неизменной массе газа.

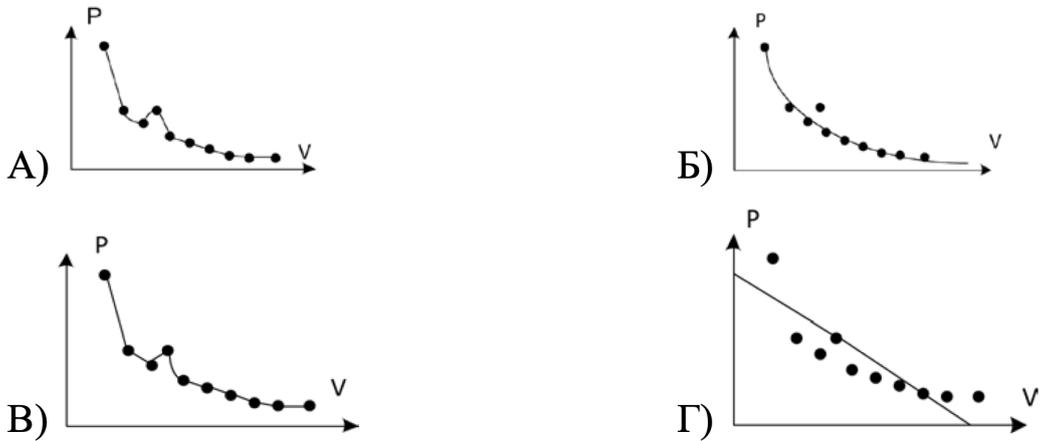


Какой из графиков соответствует данному циклическому процессу в осях  $VT$ , где  $T$  — абсолютная температура газа? Участок 2 — 3 является изотермой.



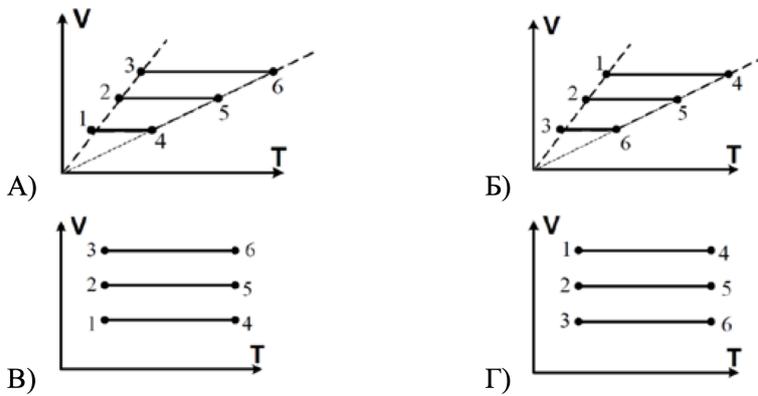
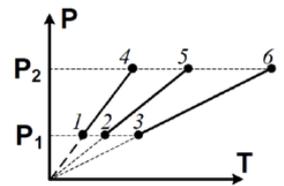
□

**2.6.2.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) В экспериментальной работе школьник исследовал зависимость давления газа от его объёма. Какой из графиков, построенных по экспериментальным точкам, учитель должен будет признать наиболее правильным?



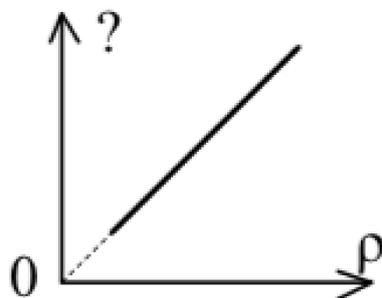
□

**2.6.3.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) С одним и тем же идеальным газом, масса которого не меняется, совершили три изохорных процесса, изображённых на диаграмме  $PT$ . Как выглядят графики этих процессов на  $VT$  диаграмме?



□

**2.6.4.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) С постоянным количеством идеального газа совершается изотермический процесс. На рисунке изображён график, который показывает изменение некоторой физической величины в зависимости от плотности  $\rho$  газа в этом процессе. Укажите эту физическую величину.



1. давление  $p$ ;
2. объём  $V$ ;
3. масса  $m$ ;
4. температура  $T$ ;
5. внутренняя энергия  $U$ .

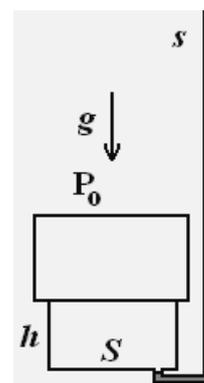
1

**2.6.5.** (*«Росатом», 2021, 11*) В вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным подвижным поршнем находится идеальный газ. Чтобы уменьшить объём газа в 3 раза, на поршень надо положить груз массой  $m$ . Какой еще груз надо положить на поршень, чтобы уменьшить объём газа еще в 2 раза? Температура газа поддерживается постоянной.

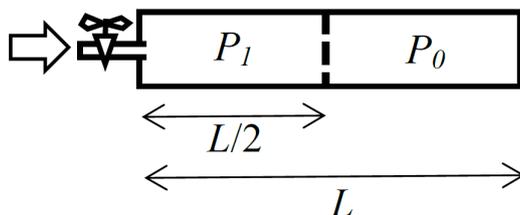
$\frac{2}{3}m$

**2.6.6.** (*Всесиб., 2016, 11*) Цилиндр высоты  $h = 0,1$  м и сечения  $S = 0,1$  м<sup>2</sup> герметично закрыт плитой массы  $M = 1$  т с центром масс на оси цилиндра. От цилиндра отходит высокая трубка сечения  $s = 1$  см<sup>2</sup>. Ее горизонтальный участок заполнен водой, а весь объём цилиндра — воздухом. В трубку по стенке вливают воду. При какой массе налитой воды воздух начнет выходить из цилиндра? Атмосферное давление  $P_0 = 10^5$  Па, температура неизменна, ускорение свободного падения  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>, плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

или  $g = 10$



**2.6.7.** (*Всесиб., 2019, 11*) Закрытый цилиндрический сосуд длины  $L$  перегороден легким подвижным поршнем. Первоначально поршень находился в крайнем левом положении, а объем справа от него был заполнен воздухом. В объем слева от поршня через тонкую трубку с вентиляем подали гелий, в результате чего поршень переместился и остановился посередине цилиндра. После этого вентиль закрыли. В этот момент давление воздуха справа от поршня было  $P_0$ , а давление гелия слева от поршня —  $P_1$ . Медленная диффузия гелия через поршень привела к тому, что поршень через большой промежуток времени начал менять свое положение. На каком расстоянии от левого конца цилиндра остановится поршень? Температура постоянная.



$$P_1 < P_0 \Rightarrow \text{поршень сместится вправо}$$

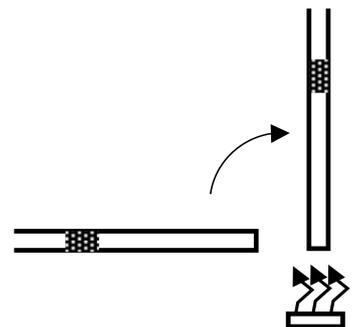
## 2.7 Трубка со ртутью

Дополнительные задачи — в листке [Трубка со ртутью](#).

**2.7.1.** (*«Надежда энергетики», 2018, 11*) В вертикальной узкой трубке длиной  $2l$  нижний конец запаян, а верхний соединён с атмосферой. В нижней половине трубки находится воздух при температуре  $T_0$ , а верхняя половина заполнена до конца ртутью. До какой минимальной температуры надо нагреть газ в трубке, чтобы он вытеснил всю ртуть? Атмосферное давление равно  $l$  мм. рт. ст. Поверхностное натяжение не учитывайте.

$$T = T_0 \frac{2l}{2l - l} = 2T_0$$

**2.7.2.** (*Всесиб., 2020, 11*) В лаборатории, где давление воздуха равно 750 мм рт. ст., провели следующий эксперимент. Взяли узкую трубку постоянного сечения, запаянную с одного конца. Поместили в трубку столбик ртути высотой 2,5 см и расположили трубку горизонтально так, что ртуть стала отделять воздух, заполняющий часть объёма трубки, от воздуха в лаборатории. Затем трубку расположили вертикально запаянным концом вниз, после чего воздух в трубке, находящийся под ртутью, нагрели на  $10^\circ\text{C}$ . Объём воздуха в закрытой части трубки, при этом, оказался равен объёму воздуха в этой же части, когда трубка располагалась горизонтально. Рассчитайте температуру воздуха в лаборатории.



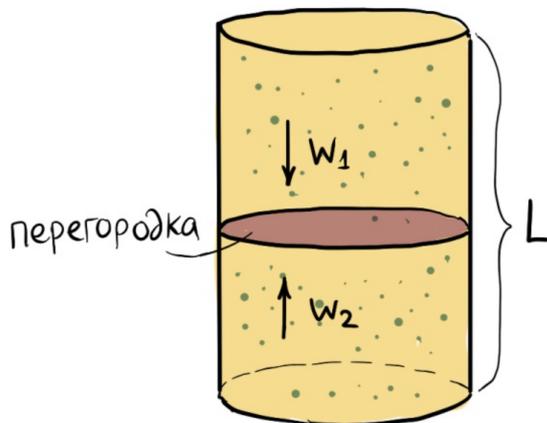
$$T = 273 + 10 = 283 \text{ K}$$

## 2.8 Полупрозрачные перегородки

Дополнительные задачи — в листке [Полупрозрачные перегородки](#).

**2.8.1.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 11*) В цилиндрическом сосуде

высотой  $L$  и площади основания  $S$  находится  $N$  молекул газа. Исследователям удалось создать «несимметрично-пропускающий» тонкий и лёгкий поршень-перегородку. При пролёте сверху вниз молекулы с вероятностью  $w_1 = 2/3$  пролетают сквозь перегородку, а с вероятностью  $1 - w_1$  — отскакивают от неё. А молекулы, подлетающие снизу, с вероятностью  $w_2 = 1/3$  пролетают через перегородку, а с вероятностью  $1 - w_2$  — отскакивают.



Подвижную перегородку из такого материала поместили внутрь сосуда, и поставили сверху небольшой по размеру груз  $M$ . Где окажется перегородка спустя долгое время? Температура системы —  $T$ .

$$T = \frac{Mg}{Nk} \ln \frac{1-w_1}{1-w_2} \text{ или } T = \frac{Mg}{Nk} \ln \frac{w_2}{w_1}$$

## 2.9 Теплообмен

Дополнительные задачи — в листках

- Теплообмен. 8
- Теплообмен. 9–11

**2.9.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) На поверхности воды, температура которой равна  $0^\circ\text{C}$ , плавает медный шарик, покрытый толстым слоем льда. Масса шарика с учётом ледяной корки равна 30 г. Этот шарик перемещают в сосуд с водой, объём которой равен 200 мл, а температура  $5^\circ\text{C}$ . Через некоторое время шарик уходит под воду и «зависает» в воде, не опускаясь на дно. Плотность воды  $1 \text{ г/см}^3$ , плотность льда  $0,9 \text{ г/см}^3$ , плотность меди  $9,0 \text{ г/см}^3$ , удельная теплоёмкость воды  $4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , удельная теплоёмкость меди  $390 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , удельная теплота плавления льда  $330 \text{ кДж/кг}$ . Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Чему равна масса шарика, когда он не покрыт льдом? Ответ выразите в граммах и округлите до десятых долей.

61

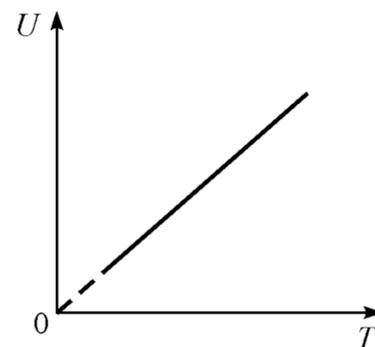
**2.9.2.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) В калориметре находится 300 г воды при температуре  $20^\circ\text{C}$ . К ней добавляют 600 г воды при температуре  $80^\circ\text{C}$ . После установления теплового равновесия температура содержимого калориметра оказалась равной  $t_1$ . В следующий раз в том же калориметре было сначала 600 г воды при температуре  $80^\circ\text{C}$ , к которой добавили 300 г воды при температуре  $20^\circ\text{C}$ . Теперь конечная температура воды оказалась равной  $t_2 = t_1 + 2^\circ\text{C}$ . Чему равна удельная теплоёмкость материала, из которого сделан калориметр? Масса пустого калориметра 140 г, удельная теплоёмкость воды  $4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ . Ответ выразите в  $\text{Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , округлите до целого числа.

086

## 2.10 Внутренняя энергия

Дополнительные задачи — в листке [Внутренняя энергия](#).

**2.10.1.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) На рисунке изображён график зависимости внутренней энергии  $U$  неизменного количества идеального газа от его абсолютной температуры  $T$ . Какому равновесному термодинамическому процессу соответствует этот график?



1. Только изохорному;
2. только изобарному;
3. только адиабатному;
4. ни одному из перечисленных;
5. любому.

□

**2.10.2.** (Всеросс., 2023, МЭ, 11) стакан с водой, в которой плавают кусочки льда, долго стоит в холодильнике при температуре 0 градусов Цельсия. Холодильник переключили в режим морозильной камеры. Выберите правильное окончание следующего предложения. *В процессе последующей кристаллизации воды...*

1. внутренняя энергия и воды, и кусочков льда увеличивается.
2. внутренняя энергия и воды, и кусочков льда уменьшается.
3. внутренняя энергия и воды, и кусочков льда не изменяется.
4. внутренняя энергия воды увеличивается, а кусочков льда — уменьшается.
5. внутренняя энергия воды уменьшается, а кусочков льда — увеличивается.
6. внутренняя энергия воды уменьшается, а кусочков льда — не изменяется.
7. внутренняя энергия воды увеличивается, а кусочков льда — не изменяется.

□

**2.10.3.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Одноатомный идеальный газ совершает два процесса. В процессе 1 – 2 газ расширяется втрое по закону

$$p = \alpha \cdot \sin\left(\frac{\pi V}{6V_1}\right),$$

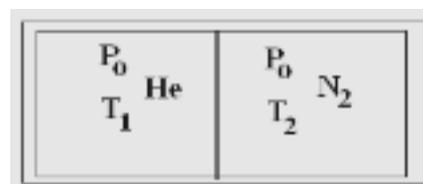
где  $p$  — давление,  $V$  — объём,  $V_1$  — первоначальный объём,  $\alpha$  — некоторая постоянная. В процессе 2 – 3 газ продолжает расширяться по закону

$$p = \alpha \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi V}{2V_2}\right)\right)$$

до объёма  $4V_1$ . Чему равна внутренняя энергия газа  $U_3$  в конце процесса, если в процессе 1 – 2 она увеличилась на 50 Дж?

$$\frac{3}{2} \alpha V_1 = U_3$$

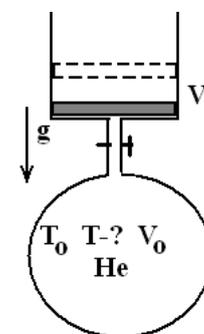
**2.10.4.** (Всесиб., 2017, 11) Посередине теплоизолированного цилиндра стоит поршень. Слева от него — гелий при температуре  $T_1$  и давлении  $P_0$ , справа — азот при температуре  $T_2$  и таком же давлении. Каким станет давление газов после установления теплового равновесия? У гелия в объёме  $V$  при давлении  $P$  внутренняя энергия  $U_1 = (3/2)PV$ , у азота  $U_2 = (5/2)PV$ . Передачей тепла цилиндру и поршню и трением между ними пренебречь.



$$P = \frac{4(T_1 + T_2)P_0}{5T_1 + 3T_2}$$

**2.10.5.** (Всесиб., 2015, 11) Сосуд объёма  $V_0$  заполнен гелием с температурой  $T_0$ . Он соединён трубкой с цилиндром, на дне которого лежит массивный поршень, выше вакуум. Кран в трубке открывают, и поршень начинает медленно подниматься. Когда в цилиндре оказался объём  $V$  гелия, поршень остановился. Найдите конечную температуру гелия. Трения между поршнем и цилиндром нет. Теплообменом гелия с поршнем, цилиндром и сосудом пренебречь.

$$\frac{(\lambda + \mu)T_0}{(\lambda + \mu)T_0 + \mu T_0} = T$$



**2.10.6.** (Олимпиада КФУ, 2020, 11) Холодное газовое облако очень большого размера и массы  $M$ , состоящее из молекулярного водорода, сжимается в молодую звезду радиуса  $R$ . Оцените среднюю температуру звезды до начала термоядерного синтеза (не учитывайте выделение энергии, связанное с ним). Проведите оценку для массы и радиуса Солнца  $R_C = 6,95 \cdot 10^8$  м;  $M_C = 2 \cdot 10^{30}$  кг. Какой радиус должен иметь объект с массой Юпитера  $M_{Ю} = 1,9 \cdot 10^{27}$  кг, чтобы набрать температуру, полученную Вами ранее для параметров Солнца? Гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Н · м/кг,  $1 \text{ а.е.м} = 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг,  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

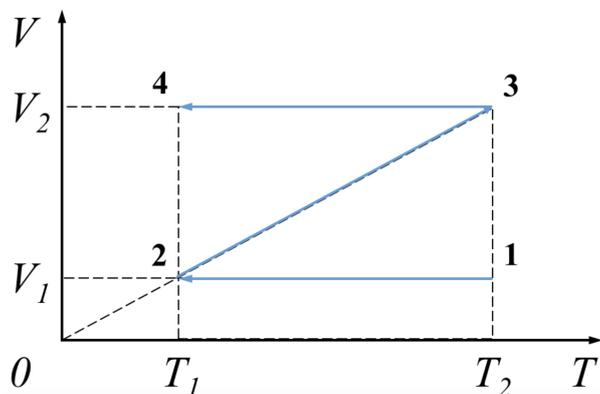
Указание. Гравитационная энергия однородного шара вычисляется по формуле  $E_g = -\frac{3GM^2}{5R}$ ,  $\gamma$  и  $\beta$  восстановите из соображений размерности.

$$\frac{3GM^2}{5R} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

## 2.11 Работа газа

Дополнительные задачи — в листке [Работа в цикле](#).

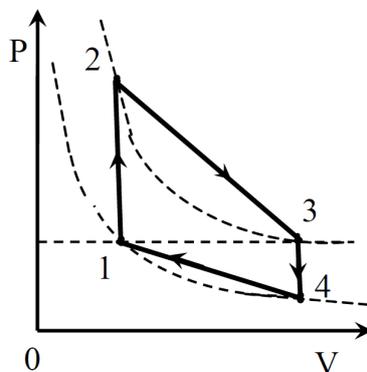
**2.11.1.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 11) На  $VT$ -диаграмме показан процесс 1–2–3–4, происходящий с одним молем идеального одноатомного газа. Известно, что  $V_1 = 10$  л,  $T_1 = 300$  К,  $T_2 = 600$  К. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).



1. Определите объём  $V_2$ . Ответ дайте в литрах, округлив до целого числа.
2. Определите минимальное давление в этом процессе. Ответ дайте в кПа, округлив до целого числа.
3. Определите максимальное давление в этом процессе. Ответ дайте в кПа, округлив до целого числа.
4. Определите работу, совершённую газом в этом процессе. Ответ дайте в кДж, округлив до десятых долей.

(1) 20; (2) 125; (3) 499; (4) 2,5

**2.11.2.** («Шаг в будущее», 2022, 11) С тремя молями идеального газа проводится циклический процесс, состоящий из двух изохор 1-2 и 3-4 и двух процессов 2-3 и 4-1 с линейной зависимостью давления от объёма. Температура газа в состояниях 1 и 4 равна  $T$ , в состояниях 2 и 3 равна  $2T$ . Найдите работу, совершаемую газом в цикле 1-2-3-4-1, если давления в состояниях 1 и 3 равны.

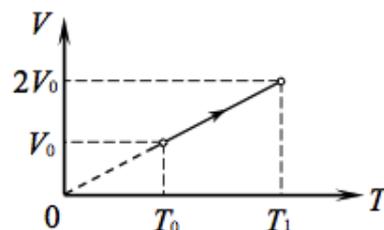


$\int p^{\frac{1}{2}} = \sqrt{p}$

## 2.12 Первый закон термодинамики

Дополнительные задачи — в листке [Первый закон термодинамики](#).

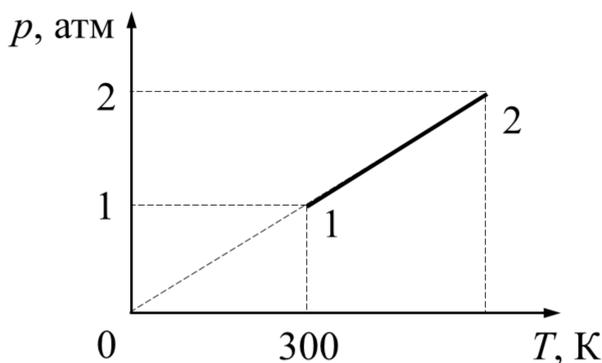
**2.12.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) Над одним молем идеального одноатомного газа проводят процесс, показанный на рисунке. Начальная температура газа  $T_0 = 200$  К. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).



1. Чему равна температура  $T_1$ ? Ответ укажите в градусах Кельвина, округлив до целого числа.
2. Найдите работу, совершённую газом в этом процессе. Ответ укажите в кДж, округлив до десятых долей.
3. Найдите количество теплоты, полученное газом в этом процессе. Ответ укажите в кДж, округлив до десятых долей.

1) 400; 2) 1,7; 3) 4,2

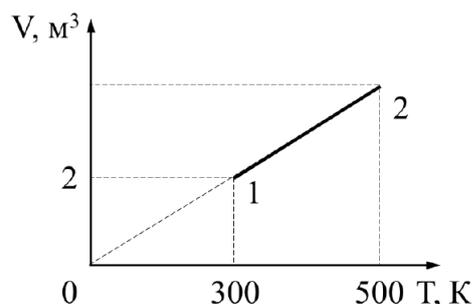
**2.12.2.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 11) Какое количество теплоты сообщили пяти молям идеального одноатомного газа в процессе 1 – 2, показанном на рисунке? Ответ выразите в килоджоулях и округлите до десятых долей.



1. 2,1 кДж;
2. 3,7 кДж;
3. 6,2 кДж;
4. 18,7 кДж.

4

**2.12.3.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) Какое количество теплоты сообщили двум молям идеального одноатомного газа в процессе 1–2, изображённом на рисунке? Ответ выразите в килоджоулях и округлите до десятых долей.



1. 5,0 кДж;
2. 5,4 кДж;
3. 8,1 кДж;
4. 8,3 кДж.

4

**2.12.4.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 11) Какую работу совершает 1 моль гелия в некотором процессе при нагревании на  $6^\circ\text{C}$ , если его температура  $T$  в этом процессе изменяется прямо пропорционально квадрату объёма ( $T = \alpha V^2$ , где  $\alpha$  — размерная константа)? Универсальную газовую постоянную считайте равной  $8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot ^\circ\text{C})$ . Ответ выразите в Дж, округлите до целого числа.

25

**2.12.5.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) На дне пустого вертикального цилиндрического сосуда с гладкими стенками лежит лёгкий тонкий поршень площадью  $4 \text{ дм}^2$ . В сосуд (под поршень) медленно добавляют 0,5 моля аргона при температуре  $200 \text{ К}$ , а затем помещают в аргон  $10 \text{ г}$  воды при температуре  $273 \text{ К}$ . Внешнее атмосферное давление  $10^5 \text{ Па}$ , плотность воды  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , плотность льда  $900 \text{ кг}/\text{м}^3$ , удельная теплота таяния льда  $340 \text{ кДж}/\text{кг}$ , универсальная газовая постоянная  $8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ . Процесс теплообмена между аргоном и водой считайте равновесным. Давлением водяного пара, теплоёмкостью сосуда и поршня, теплообменом содержимого сосуда с окружающими телами и растворением аргона в воде можно пренебречь.

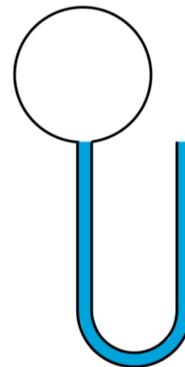
1. Найдите изменение объёма аргона при его нагревании до установившейся температуры. Ответ выразите в литрах, округлите до целого числа.
2. Найдите массу воды, которая превратится в лёд. Ответ выразите в граммах, округлите до десятых долей.
3. На какой высоте над основанием сосуда окажется поршень после установления теплового равновесия? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целого числа.

87 2,2; 3 28

**2.12.6.** (Всеросс., 2022, МЭ, 11) В цилиндре под подвижным невесомым поршнем находятся один моль жидкой воды и два моля её пара. Над поршнем находится атмосферный воздух. Какое количество теплоты следует передать содержимому цилиндра, чтобы увеличить его объём в два раза? Цилиндр и поршень не проводят теплоту. Удельная теплота парообразования воды  $2,3 \text{ МДж}/\text{кг}$ , молярная теплоёмкость водяного пара при постоянном атмосферном давлении  $10^5 \text{ Па}$  равна  $4R \approx 33,2 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ . Ответ выразите в кДж, округлите до целого числа.

53; 54

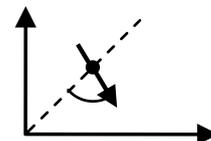
**2.12.7.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) U-образная трубка с вертикальными коленами, заполненная водой плотностью  $1 \text{ г/см}^3$ , герметично соединена с сосудом объёмом  $75 \text{ см}^3$ , в котором находится воздух, находящийся при атмосферном давлении  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$  и имеющий температуру  $300 \text{ К}$ . Трубка имеет круглое поперечное сечение площадью  $0,5 \text{ см}^2$  и объём  $25 \text{ см}^3$ . Второй конец трубки открыт в атмосферу. Воздух в сосуде медленно нагревают до тех пор, пока  $1/3$  часть воды не вытечет из U-образной трубки. Ускорение свободного падения равно  $10 \text{ м/с}^2$ . Потерями теплоты в окружающую среду и изменением температуры воды можно пренебречь.



1. Найдите изменение температуры воздуха в сосуде. Ответ выразите в К, округлите до целого числа.
2. Какое количество теплоты при этом необходимо подвести к воздуху в сосуде? Ответ выразите в Дж, округлите до десятых долей.
3. Можно ли пренебречь капиллярными эффектами, если коэффициент поверхностного натяжения воды при комнатной температуре равен  $71 \text{ мН/м}$ ?
  - А) можно;
  - Б) нельзя.

1 39; 2 3; 3 (1)

**2.12.8.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) Диаграмма процесса с идеальным газом пересекает биссектрису координатного квадранта  $p - V$  под углом  $75^\circ$  к этой биссектрисе, как показано на рисунке. Поглощает или отдаёт газ тепло в этом процессе в окрестности этой точки?



Отдаёт

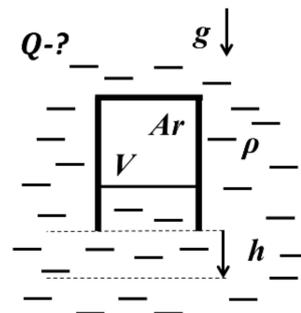
**2.12.9.** (*«Надежда энергетики», 2015, 11*) Идеальный одноатомный газ в количестве  $\nu = 2$  моля, совершает процесс  $1 - 2 - 3$ , состоящий из изобарного расширения ( $1 - 2$ ) и изохорного нагревания ( $2 - 3$ ). Известно, что  $p_3 = \frac{31}{21}p_1$  и  $V_3 = \frac{7}{5}V_1$ . Если осуществить процесс изотермического расширения газа  $1 - 4$ , передав ему то же количество теплоты, что и в процессе  $1 - 2 - 3$ , то он совершит работу  $A = 1200R$  ( $R$  — универсальная газовая постоянная). Найдите исходную температуру газа  $T_1$ .

17 300 K

**2.12.10.** (*«Надежда энергетики», 2021, 11*) Некоторое количество аргона находится в вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным поршнем, который плотно прилегает к стенкам сосуда. К центру поршня сверху прикреплена пружина, соединенная другим концом с крышкой сосуда. Первоначально газ находился в таком состоянии, что пружина не была деформирована. После того как газу сообщили количество теплоты  $Q = 760 \text{ Дж}$ , его объём увеличился в 2 раза, а давление увеличилось в 3 раза. Определите энергию упругой деформации пружины в конечном состоянии. Поршень перемещается без трения, крышка сосуда негерметична.

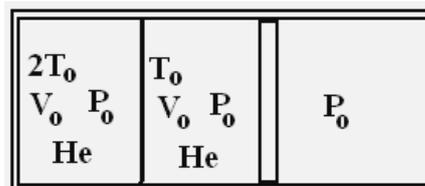
08 Дж

**2.12.11.** (*Всесиб., 2023, 11*) Перевернутый сосуд с газообразным аргоном удерживается на некоторой глубине в широком бассейне с горячей водой. Сосуд герметичен и закрыт снизу лёгким поршнем, который может без трения скользить вдоль его стенок. Температура воды и сосуда медленно повышалась, а сосуд медленно перемещался вниз, так что поршень всё время оставался неподвижным относительно стенок сосуда. Какое количество теплоты получил аргон при перемещении сосуда на расстояние  $h$ ? Объём аргона в сосуде  $V$ . Плотность воды  $\rho$ . Ускорение свободного падения  $g$ .



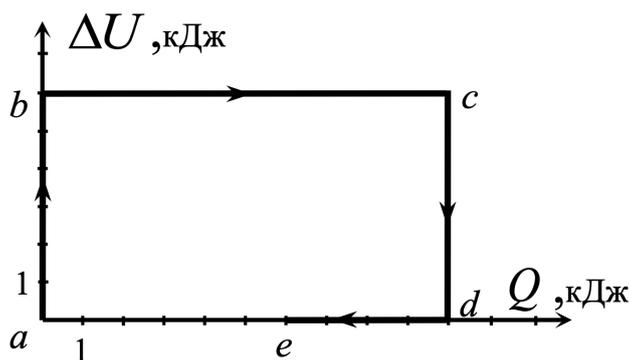
$$\Delta Q \text{ в } \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

**2.12.12.** (*Всесиб., 2016, 11*) В длинном горизонтальном теплоизолированном цилиндре находится гелий при атмосферном давлении. Левый отсек объёмом  $V_0$  перекрыт закрепленной теплопроводящей перегородкой, начальная температура гелия в нем  $2T_0$ . Правый отсек с начальным объёмом  $V_0$  перекрыт справа подвижным теплоизолирующим поршнем, начальная температура гелия в нем  $T_0$ . Каким станет объём второго отсека после установления равновесия, если передачи тепла от гелия цилиндру, поршню и перегородке можно пренебречь?



$$\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = \text{Дж}$$

**2.12.13.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 11*) С одноатомным идеальным газом проходит процесс  $a - b - c - d - e$ , для которого дан график зависимости изменения внутренней энергии газа с начала процесса от количества теплоты, сообщенной газу с начала процесса (см. рисунок; единицы на осях показывают принятые для осей масштабы). Известно, что максимальная температура газа в течение всего процесса составляла  $T_{\max} = 1000 \text{ К}$ , минимальная  $T_{\min} = 500 \text{ К}$ . Качественно построить график зависимости давления газа от его объема в этом процессе и обосновать построение. Количество вещества газа не менялось.



**2.12.14.** (*«Росатом», 2021, 11*) В двух одинаковых сосудах содержится одноатомный идеальный газ. Температуры газов в сосудах одинаковы, а давления отличаются в два раза. Газам сообщают одинаковые количества теплоты, и газ в одном сосуде нагревается до абсолютной температуры  $T$ , в другом — до абсолютной температуры  $4T/3$ . Найти начальную температуру газов. Изменением объема сосудов при нагревании пренебречь.

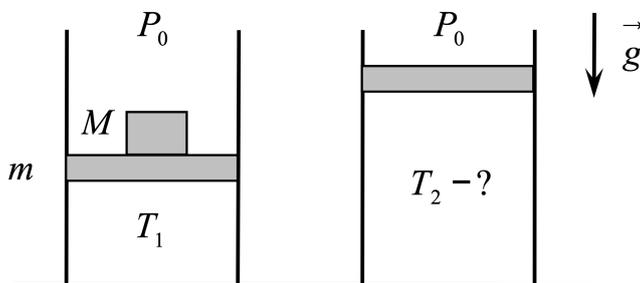
$$\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = \text{Дж}$$

**2.12.15.** («Физтех», 2022, 11) Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором — кислород, каждый газ в количестве  $\nu = 3/7$  моль. Начальная температура азота  $T_1 = 300$  К, а кислорода  $T_2 = 500$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).

1. Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2. Найти установившуюся температуру в сосуде.
3. Какое количество теплоты передал кислород азоту?

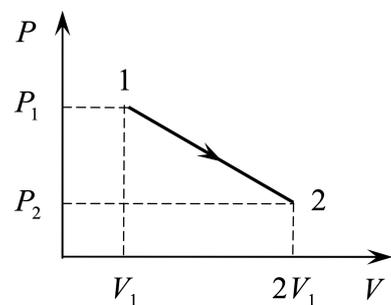
$$V_1/V_2 = (T_2/T_1)^{5/2} = (500/300)^{5/2} \approx 1250 \text{ Дж}$$

**2.12.16.** («Курчатов», 2021, 11) Вакуумная камера большого объема заполнена воздухом при давлении  $P_0 = 1$  кПа. В камере расположен высокий вертикальный цилиндр площадью поперечного сечения  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Сверху цилиндр закрыт поршнем массой  $m = 1$  кг, на котором стоит груз массой  $M = 2$  кг. Под поршнем находится гелий при температуре  $T_1 = 300$  К. В начальном состоянии давление гелия уравнивает внешнее давление. Груз убирают, и через некоторое время система переходит в конечное равновесное состояние. Найдите температуру  $T_2$  гелия в этом состоянии. Числовой ответ выразите в кельвинах и округлите до целого значения. Стенки цилиндра и поршень не проводят тепло, поршень движется без трения, давление воздуха в камере постоянно. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



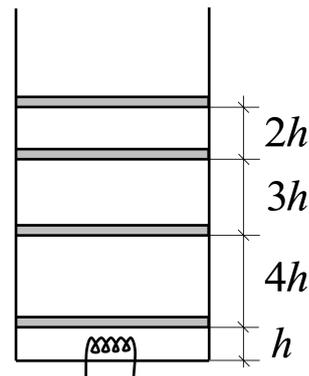
$$T_2 = T_1 \left( 1 - \frac{g(M+m)}{2mP_0 S} \right) = 240 \text{ К}$$

**2.12.17.** («Курчатов», 2022, 11) Один моль идеального одноатомного газа переводят из начального состояния 1 с давлением  $P_1$  и объемом  $V_1$  в конечное состояние 2 с давлением  $P_2 < P_1$  и объемом  $2V_1$ . На диаграмме  $P - V$  процесс перехода изображается прямолинейным отрезком, соединяющим точки 1 и 2. Найдите минимальное значение конечного давления  $P_2$ , при котором в рассматриваемом процессе газ не будет отдавать тепло.



$$P_2^{min} = \frac{11}{9} P_1$$

**2.12.18.** («Росатом», 2022, 11) В открытом вертикальном цилиндрическом сосуде с одноатомным идеальным газом находятся четыре одинаковых тонких массивных подвижных поршня массой  $m$  каждый. Расстояния между поршнями и между нижним поршнем и дном сосуда равны  $h$ ,  $2h$ ,  $3h$  и  $4h$  (см. рисунок). В некоторый момент времени включается нагреватель, расположенный между дном сосуда и нижним поршнем, и медленно сообщает газу количество теплоты  $Q$ . На сколько сместится верхний поршень, если поршни (за исключением верхнего) проводят тепло, стенки сосуда и верхний поршень тепло не проводят, теплоемкостью сосуда и поршней можно пренебречь? Атмосферное давление отсутствует.

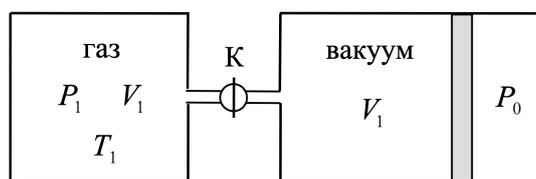


$$\frac{\partial \ln g}{\partial} = x \nabla$$

**2.12.19.** («Курчатов», 2023, 11) Сосуд постоянного объёма  $V_1 = 2,5$  л соединён с длинным горизонтальным цилиндром короткой трубкой с краном К. Правый торец цилиндра открыт в окружающую среду, давление которой  $P_0 = 10$  кПа постоянно. В цилиндре может свободно двигаться поршень площадью  $S = 100$  см<sup>2</sup>. В начальном состоянии 1 кран закрыт и в сосуде находится идеальный одноатомный газ при температуре  $T_1 = 300$  К и давлении  $P_1 = 50$  кПа. При этом поршень закреплён и область цилиндра, лежащая слева от поршня, откачана до глубокого вакуума. Объём этой области также равен  $V_1$ . Кран открывают, и газ переходит в промежуточное равновесное состояние 2, заполняя объём  $2V_1$  (поршень по-прежнему закреплён). После этого, оставив кран открытым, поршень отпускают и газ переходит в конечное равновесное состояние 3. Считая, что все стенки, поршень и трубка с краном не проводят тепло, найдите следующие величины:

1. температуру газа  $T_2$  в промежуточном состоянии 2,
2. температуру газа  $T_3$  в конечном состоянии 3,
3. расстояние  $x$ , на которое переместился поршень при переходе газа из состояния 2 в состояние 3.

Объём трубки с краном не учитывайте.

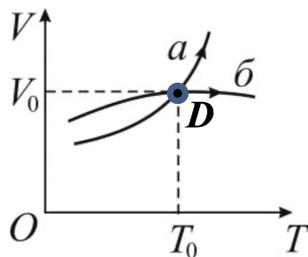


$$T_2 = 300 \text{ К}; K: 2) T_3 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_0} + \varepsilon \right) \frac{\varepsilon}{T_1} = \varepsilon T_1 \quad (1) \quad T_3 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_0} + \varepsilon \right) \frac{\varepsilon}{T_1} = \varepsilon T_1 \quad (2) \quad K: 3) x = \frac{S}{V_1} \frac{\varepsilon}{P_0} = \frac{S}{V_1} \frac{\varepsilon}{P_0} \quad (3) \quad \varepsilon = \frac{P_1}{P_0} \quad (4) \quad \varepsilon = \frac{P_1}{P_0} \quad (5)$$

## 2.13 Теплоёмкость газа

Дополнительные задачи — в листке [Теплоёмкость газа](#).

**2.13.1.** («Надежда энергетики», 2022, 11) Некоторое количество одноатомного идеального газа совершает два различных процесса  $a$  и  $b$  (см. рис.). Сравните теплоемкости газа в этих процессах в точке  $D$ .



$$C_a < C_b$$

**2.13.2.** («Росатом», 2021, 11) С одним молем гелия происходит процесс, в котором объем газа зависит от его абсолютной температуры по закону  $V = V_0 + \alpha T$ , где  $V_0$  и  $\alpha$  — положительные постоянные. Объем газа меняется от величины  $V_0$  до величины  $2V_0$ . Найти максимальную и минимальную теплоемкость газа в этом процессе.

$$C_{\min} = \frac{5}{2}R, C_{\max} = 2R$$

**2.13.3.** (Олимпиада КФУ, 2019, 11) При исследовании теплоемкости смеси двух газов 1 и 2 было получено, что молярная теплоемкость при постоянном давлении при комнатной температуре оказалась равной 24,94 Дж/(моль · К), а при температуре 5000 °С равно 20,79 Дж/(моль · К). Удельная теплоемкость при постоянном объеме той же газовой смеси при комнатной температуре равна 0,924 Дж/(г · К), а при температуре 5000 °С равно 1,039 Дж/(г · К). Найдите молярные массы газов при комнатной температуре и массовые доли газов в смеси, если удельная теплоемкость газа 1 при постоянном давлении практически не меняется в исследуемом диапазоне температур и равна 5,2 Дж/(г · К). Универсальная газовая постоянная  $R = 8,315$  Дж/(моль · К).

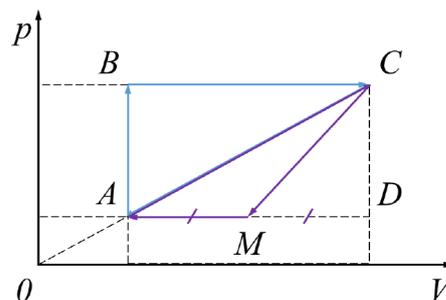
$$\mu_1 = 4 \text{ г/моль}; \mu_2 = 2 \text{ г/моль}; \nu_1 = 1/3; \nu_2 = 2/3$$

## 2.14 Тепловые машины

Дополнительные задачи — в листках

- [Тепловые двигатели](#)
- [Холодильник и тепловой насос](#)

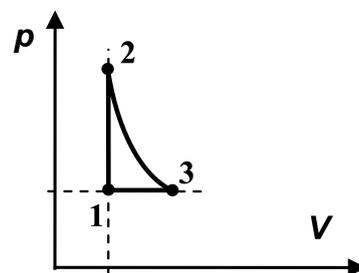
**2.14.1.** (*Всеросс., 2023, ШЭ, 11*) На  $pV$ -диаграмме показаны два различных цикла  $ABCA$  и  $ACMA$ , осуществляемые с идеальным одноатомным газом. Продолжение отрезка  $AC$  проходит через начало координат, а сам этот отрезок является диагональю прямоугольника  $ABCD$ , стороны которого параллельны координатным осям. Точка  $M$  — середина отрезка  $AD$ . КПД цикла  $ABCA$  равен  $1/13$ .



1. Во сколько раз работа газа за весь цикл  $ABCA$  больше работы газа за весь цикл  $ACMA$ ? Ответ округлите до целого числа.
2. Определите КПД цикла  $ACMA$ . Ответ выразите в процентах и округлите до целого числа.

$$\boxed{1) \ 2; \ 2) \ 4}$$

**2.14.2.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) На рисунке представлена  $p - V$ -диаграмма процесса над идеальным одноатомным газом, некоторое количество которого является рабочим телом тепловой машины. В этом цикле расширение газа происходит адиабатически. Давление газа в точке 2 на  $n\%$  больше его давление в точке 1, а объём в точке 3 — на  $k\%$  больше объёма в точке 1. Известно, что  $n$  и  $k$  связаны соотношением:  $n/k = 8/3$ . Найти КПД цикла.

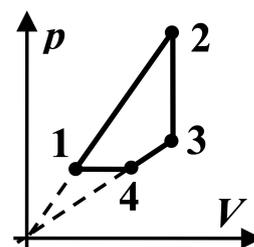


$$\boxed{\eta = 11\%}$$

**2.14.3.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) Пусть уравнение процесса с одноатомным идеальным газом  $p = \alpha V$  ( $\alpha = \text{const}$ ). Как в этом процессе связаны работа газа и сообщаемое ему количество теплоты?

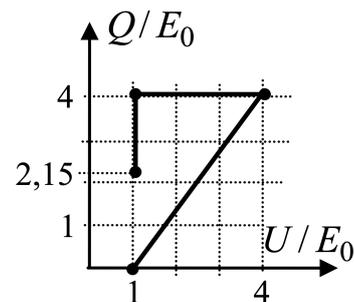
$$\boxed{Q = 4A}$$

**2.14.4.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) На диаграмме в координатах давление-объём показан цикл постоянного количества одноатомного идеального газа, являющегося рабочим телом тепловой машины. Цикл состоит из изохоры, изобары и двух процессов, линии которых на диаграмме — прямые, проходящие через начало координат. Температура в точке 4 в  $k = 1,5$  раза, а в точке 3 — в  $n = 6$  раз больше, чем минимальная температура газа в цикле. Во сколько раз максимальная температура в цикле больше минимальной? Найдите КПД этого цикла.



$$\boxed{\eta \approx 19\% = \frac{1}{5} = \frac{(1-\eta)k}{(1-\eta)(1-\eta)} = \eta : 6 = \eta u = \frac{T_{\text{max}}}{T_{\text{min}}}}$$

**2.14.5.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Рабочее тело тепловой машины — постоянное количество гелия. На диаграмме в координатах «внутренняя энергия — количество теплоты, с которым гелий обменялся с окружающими телами» показан один цикл рабочего тела. Здесь  $E_0$  — некоторое количество энергии, а конечное значение  $\frac{Q_K}{E_0} = \frac{4}{3} [3 - \ln 4] \approx 2,15$ . Найти КПД цикла. Во сколько раз максимальное давление в цикле больше минимального? Уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа  $PV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$ .



$$\eta = \frac{Q_K}{Q} = \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{min}}}$$

**2.14.6.** («Покори Воробьёвы горы!», 2021, 10–11) Одноатомный идеальный газ в процессе с уравнением  $p = \alpha V$  ( $\alpha = \text{const}$ ) совершил работу 1 кДж. Количество газа не изменялось. На сколько изменилась его внутренняя энергия?

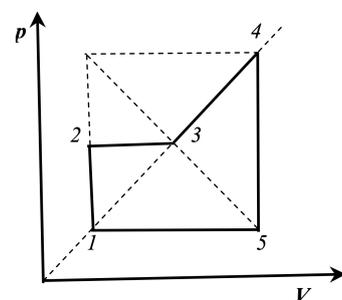
$$\eta = \frac{Q}{U} = \frac{W}{U}$$

**2.14.7.** («Покори Воробьёвы горы!», 2021, 10–11) Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество гелия, цикл которого состоит из двух изотерм и двух процессов, в которых давление изменяется прямо пропорционально объёму. Известно, что максимальная абсолютная температура в цикле в  $n = 2$  раза больше минимальной, и что работа гелия в процессе изотермического расширения  $k = 2$  раза больше работы над гелием при сжатии в процессе, в котором давление пропорционально объёму. Найдите КПД цикла.

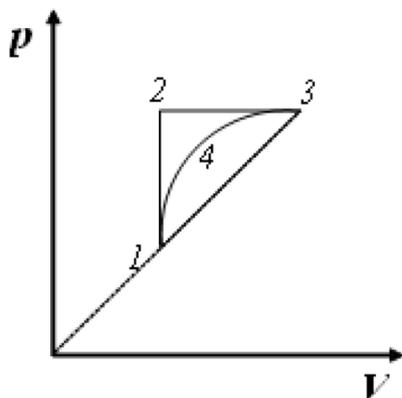
$$\eta \approx \frac{Q}{U} = \frac{(q+p)u}{(1-u)q} = \eta$$

**2.14.8.** («Надежда энергетики», 2016, 11) Тепловая машина, рабочим телом которой является  $\nu$  идеальный одноатомный газ, работает по циклу 1–2–3–4–5–1, показанному на рисунке. Известно, что максимальная температура газа, достигаемая в цикле, в 6,25 раз больше минимальной. Найдите к.п.д. цикла.

$$\eta \approx \frac{Q}{U} = \eta$$

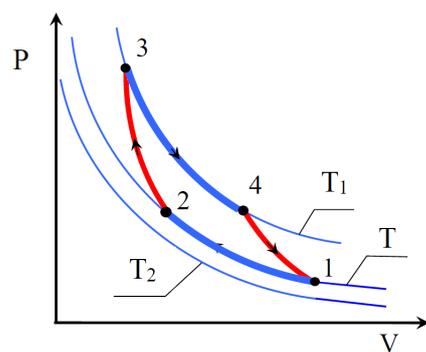


**2.14.9.** («Шаг в будущее», 2023, 11) Двухатомный идеальный газ участвует в процессах 1-2-3-1 и 1-4-3-1, графики, которых изображены на  $p(V)$  диаграмме. Кривая процесса 1-4-3 представляет из себя дугу окружности. Известно, что термодинамические КПД циклов:  $\eta_1$  и  $\eta_2$ , соответственно. Найдите отношение работ, совершаемых в циклах 1-2-3-1 и 1-4-3-1.



$$\frac{(V_4 - V_1) \gamma \mu}{(\gamma \mu - 1) V_4} = \frac{\gamma V}{V}$$

**2.14.10.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами  $T$  и  $T_1$  ( $T_1 > T$ ). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна  $T_2 = 250$  К, ( $T_2 < T$ ). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику,  $q = \alpha(T - T_2)$ , где  $\alpha = 1$  кВт/К. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при  $T_1 = 640$  К. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических очень мала, найдите температуру «холодной» изотермы  $T$ , при которой мощность  $N$  тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

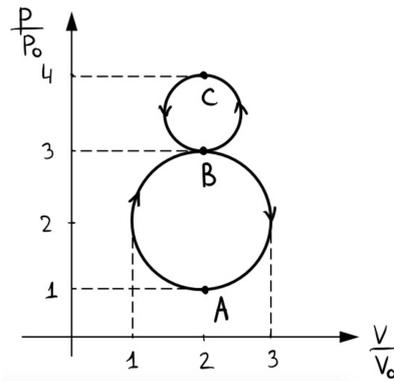


$$T = 400 \text{ K}; N_{\text{max}} = 400 \text{ Вт} = 400 \text{ Дж/с} = 400 \text{ Вт}$$

**2.14.11.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 11) Газ совершает цикл

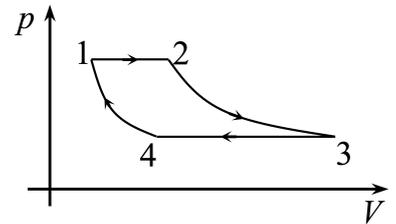
$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$$

в виде восьмёрки, состоящей из двух окружностей, радиусы которых относятся как 2 : 1. Найдите среднюю мощность совершаемой газом работы, если  $p_0 = 10^5$  Па,  $V_0 = 1$  м<sup>3</sup>, и указанный цикл совершается за один час.



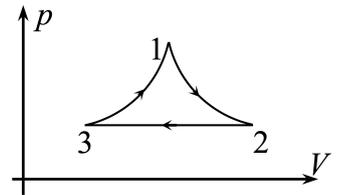
$$\langle d \rangle \approx 65,4 \text{ Вт}$$

**2.14.12.** («Росатом», 2022, 11) С идеальным одноатомным газом происходит циклический процесс 2 – 3 – 4 – 1, состоящий из двух изобар (1–2 и 3–4) и двух изотерм (2–3 и 4–1). Температура газа на изотерме 2 – 3 втрое больше температуры на изотерме 4 – 1. Известно, что количество теплоты, полученное газом на участке 2 – 3 вдвое больше количества теплоты, полученного газом на участке 1 – 2. Найти термодинамический КПД цикла.



$$\eta = \frac{6}{7} = u$$

**2.14.13.** («Росатом», 2023, 11) С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление-объем» приведен на рисунке. Известно, что процесс 1 – 2 – адиабатический, процесс 2 – 3 – изобарический, график процесса 3 – 1 получен отражением графика 1 – 2 относительно вертикальной прямой, проходящей через точку 1, и давление газа изменяется в два раза в течение всего процесса. Найти термодинамический КПД процесса.



**Указание.** Давление и объем воздуха в адиабатическом процессе связаны соотношением  $pV^{5/3} = \text{const}$ .

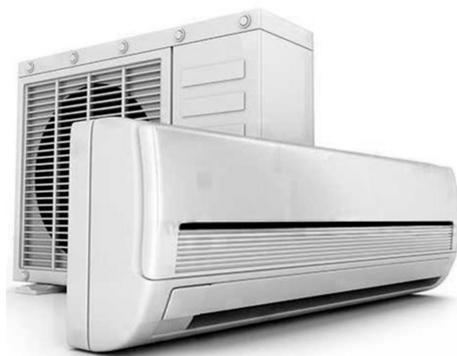
$$\eta \approx 0,14 = u$$

**2.14.14.** («Надежда энергетики», 2017, 11) Группа инженеров-энергетиков из Лаборатории энергосберегающих технологий разрабатывает устройство для обогрева жилого помещения в зимнее время. Устройство представляет собой «тепловой двигатель с обратным циклом»: на графике в  $(p - V)$  координатах процесс изображается против часовой стрелки, теплота забирается с холодной улицы и отдаётся комнате, а работа над газом совершается при помощи электродвигателя (подобные устройства называют *тепловыми насосами*). Тестовые эксперименты проводятся при температуре на улице  $t^- = -14^\circ\text{C}$ . Для поддержания в комнате комфортной температуры  $t^+ = 23^\circ\text{C}$  требуется некоторое количество тепла  $P^+$  в единицу времени. Определите отношение  $P^+$  к мощности, потребляемой обогревательным устройством. Считать, что используемый цикл близок к обратному циклу Карно; потерями в электродвигателе пренебречь.

8

**2.14.15.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 11) Жилой дом обогревается двухблочным кондиционером («сплит-система»), работающим в режиме теплового насоса и потребляющего  $P = 1,5$  кВт электроэнергии. Его эффективность в  $n = 5$  раз меньше, чем у

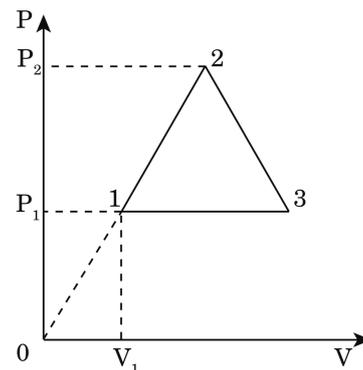
идеальной тепловой машины, работающей по обратному циклу Карно в тех же условиях. Из-за теплопроводности стен и окон тепло уходит из дома со скоростью, пропорциональной разнице температур в доме и на улице, с коэффициентом пропорциональности  $\alpha = 400 \text{ Вт/К}$ . Чему равна температура на улице, если температура в помещении  $+27^\circ\text{C}$ ?



**Примечание.** Тепловой насос — машина, забирающая тепло при низкой температуре («холодильника») и отдающая его при высокой температуре («нагревателю») за счёт совершения внешними силами работы. Эффективность теплового насоса в режиме обогревателя рассчитывается как отношение полученного «нагревателем» тепла к совершённой внешними силами работе, в данном случае — к затраченной электроэнергии.

□◊71

**2.14.16.** («Курчатов», 2020, 11) Одноатомный идеальный газ работает по циклу  $1-2-3-1$ , имеющему вид равнобедренного треугольника на диаграмме  $P-V$ . Известно, что процесс  $1-2$  лежит на прямой, проходящей через начало координат. Отношение максимального давления в цикле к минимальному  $P_2/P_1 = 2$ . Найдите работу, совершаемую газом за один цикл, считая известными давление и объём в точке 1. Найдите КПД тепловой машины, работающей по указанному циклу.



$$A = P_1 V_1 \left( \frac{3}{2} - 1 \right) = \frac{1}{2} P_1 V_1$$

**2.14.17.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 11) На профиле «Экспериментальная физика» в лагере «Формула Единства» ребята собрали простенькую тепловую машину: взяли металлическую трубу, один конец закупорили, а в другой вставили поршень. Цикл тепловой машины состоит из следующих этапов:

1. Цилиндр подносят к нагревателю, а поршень фиксируют на месте.
2. К поршню прикладывают силу  $F$ . Газ нагревается и расширяется, пока его температура не сравнится с температурой нагревателя.
3. Убрав нагреватель, снова фиксируют объём и ждут, пока давление внутри не станет равным атмосферному.
4. Отпускают поршень, давая газу охладиться до температуры окружающего воздуха.

А) Может ли КПД такой машины быть больше 60%?

Б) Оцените (с точностью до 5%), при какой силе  $F$  КПД будет максимальным.

В) Чему равен этот КПД?

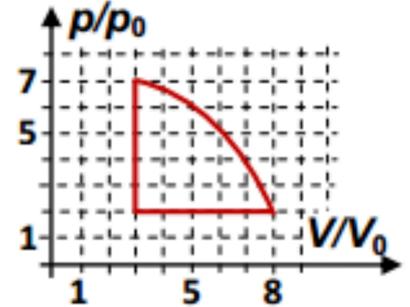
**Примечание.** Площадь поршня —  $0,1 \text{ м}^2$ . Температура воздуха —  $300 \text{ К}$ , температура нагревателя —  $1200 \text{ К}$ . Воздух считайте идеальным двухатомным газом.

А) не может; Б)  $\eta \approx 10,6\%$ ; В)  $\eta \approx 11\%$ ; Г)  $\eta \approx 10,6\%$

**2.14.18.** («Покори Воробьёвы горы!», 2023, 11) Рабочее тело тепловой машины — постоянное количество двухатомного идеального газа, а его цикл в координатах давление-объём состоит из двух отрезков прямых и участка параболы

$$p = \frac{p_0}{6} \left( 36 + 5 \frac{V}{V_0} - \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 \right).$$

На каких участках цикла газ получает и отдаёт тепло? Найдите КПД цикла.



$\eta \approx \frac{19}{51} = 37\%$

## 2.15 Насыщенный пар

Дополнительные задачи — в листке [Насыщенный пар](#).

**2.15.1.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 11) В предбаннике (это помещение в бане, расположенное непосредственно перед парной комнатой) первая водопроводная труба покрыта влагой, а вторая практически сухая. Выберите правильное утверждение.

1. Температура первой трубы больше, чем второй.
2. Температура второй трубы больше, чем первой.
3. Температуры первой трубы выше, чем комнатная температура.
4. Температуры труб одинаковы.

Г

**2.15.2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) В цилиндрическом сосуде под поршнем находился водяной пар с температурой  $100^\circ \text{C}$  и давлением  $0,4 \text{ атм}$ . Объём пара изотермически уменьшили втрое. Каким стало его давление?

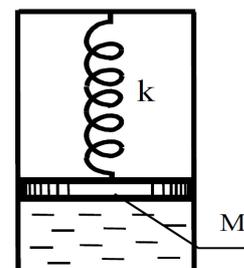
1 атм

**2.15.3.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Герметичный гладкий вертикальный цилиндр сечением  $S$  разделён на две части тяжёлым теплоизолирующим подвижным поршнем массы  $M$ . Под поршнем находится гелий, начальное давление которого равно  $p$ , а над поршнем — насыщенный водяной пар с температурой  $T$ . Гелий медленно нагревают, а температуру пара поддерживают постоянной. Во сколько раз отличается количество теплоты, отведённой от пара, от количества теплоты, сообщённого гелию? Молярную массу  $\mu$  и удельную теплоту парообразования  $\lambda$  воды, а также универсальную газовую постоянную  $R$  и ускорение свободного падения  $g$  считать известными.

$\left( \frac{Sd}{bM} - 1 \right) \frac{\lambda \mu g}{2 \lambda g} = \frac{1}{2}$

**2.15.4.** («Надежда энергетики», 2020, 11) Как известно, вода — наиболее широко используемый теплоноситель, который применяется в различных энергетических и теплообменных установках. Студенты многих кафедр НИУ «МЭИ» подробно изучают способы их моделирования, расчёта и конструирования. Важнейшую роль при рассмотрении теплопереноса в этих установках играет правильный анализ процесса превращения воды в водяной пар. Каждый из вас неоднократно наблюдал этот процесс, когда кипятил воду в чайнике. При нагревании воды чайник издаёт различные звуки. Опишите качественно, что вы будете слышать по мере нагревания и кипения воды: какой звук при какой температуре появляется и каким образом он изменяется в дальнейшем. Объясните свой ответ, опираясь на физические явления и законы.

**2.15.5.** («Шаг в будущее», 2022, 11) Замкнутый вертикально расположенный цилиндрический сосуд сечением  $S = 20 \text{ см}^2$  разделён поршнем массы  $M = 5 \text{ кг}$  на две части. Нижняя часть цилиндра под поршнем целиком заполнена водой при начальной температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , над поршнем — вакуум. Поршень связан с верхним основанием цилиндра пружиной жесткости  $k = 15 \text{ Н/м}$ . Вначале пружина не деформирована. Определите массу  $m$  пара под поршнем при нагревании воды до температуры  $t = 100^\circ\text{C}$ . Трением и массой пружины пренебречь.



$$m = \frac{\rho V_0 (1 - \frac{M}{\rho S h})}{\rho V_0} = \frac{M}{\rho S h} = \frac{5}{1000 \cdot 0.02 \cdot 0.1} = 0.25 \text{ кг}$$

**2.15.6.** («Физтех», 2022, 11) Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура  $T_0 = 373 \text{ К}$ . Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом  $V_1$ , в верхней — водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление  $P_0/5$ , где  $P_0$  — нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

1. Найти объем  $V_2$  воздуха в сосуде после переворачивания.
2. Найти изменение массы  $\Delta m$  воды.
3. Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды  $L$ , молярная масса воды  $\mu$ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объёмом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объёмом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

$$V_2 = V_1 \frac{P_0 + P_0/5}{P_0} = V_1 \frac{6}{5} = 1.2 V_1$$

**2.15.7.** («Физтех», 2023, 11) Герметичный вертикальный цилиндрический сосуд объёмом  $V$  разделён тонким невесомым теплопроводящим герметичным поршнем (диск соосный с сосудом) на две равные части. Поршень может перемещаться без трения. В верхней части цилиндра находится углекислый газ, а в нижней — вода и углекислый газ. В начальный момент система находилась в равновесии при комнатной температуре  $T_0$ . При этом жидкость занимала объём  $V/4$ . Затем цилиндр медленно нагрели до  $T = 5T_0/4 = 373 \text{ К}$ . Установившийся объём его верхней части стал равен  $V/5$ .

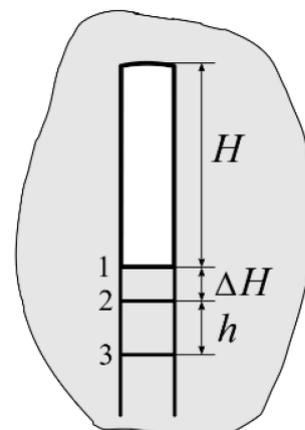
По закону Генри, при заданной температуре количество  $\Delta \nu$  растворённого газа в объёме жидкости  $w$  пропорционально парциальному давлению  $p$  газа:  $\Delta \nu = k p w$ . Объём жидкости при этом практически неизменен. Для углекислого газа константа Генри для данной комнатной

температуры  $k \approx (1/3) \cdot 10^{-3}$  моль/(м<sup>3</sup> · Па). При конечной температуре  $T$  углекислый газ в воде практически не растворяется. Можно принять, что  $RT \approx 3 \cdot 10^3$  Дж/моль, где  $R$  — универсальная газовая постоянная. Давлением водяных паров при комнатной температуре и изменением объёма жидкости в процессе нагревания пренебречь. Все газы считать идеальными.

1. Найти отношение количеств вещества в газообразном состоянии в верхней и нижней частях до нагревания.
2. Определите начальное давление в сосуде  $P_0$ . Ответ выразить через  $P_{\text{АТМ}}$  (нормальное атмосферное давление) с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

$$P_0 = \frac{1}{2} P_{\text{АТМ}} \left( \frac{1}{2} \right)$$

**2.15.8.** («Физтех», 2023, 11) В воде на некоторой глубине удерживают пробирку в вертикальном положении, обращенную открытым концом вниз (см. рис.). Столб влажного воздуха имеет длину  $H = 8$  см, температура установилась  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ , в таком состоянии пробирка находилась достаточно долго. В некоторый момент температуру системы резко поднимают до температуры  $t_2 = 57^\circ\text{C}$ , сохраняя прежнее давление. При этом вода в пробирке быстро опустилась с уровня 1 до уровня 2. После этого уровень воды начал медленно двигаться до уровня 3, опустившись на  $h = 10,3$  мм. Изменением гидростатического давления на границе «воздух-вода» в пробирке можно пренебречь.



1. Найти расстояние  $\Delta H$  между первым и вторым уровнями.
2. Найти давление в пробирке  $P_0$ . Ответ дать в мм рт. ст.

*Примечание:* давление насыщенного пара воды при температуре  $t_1$  равно  $P_1 = 27$  мм рт. ст., при температуре  $t_2$  равно  $P_2 = 130$  мм рт. ст.

$$\Delta H = H \left( \frac{P_2 - P_1}{P_0} \right)$$

## 2.16 Влажный воздух

Дополнительные задачи — в листке [Влажный воздух](#).

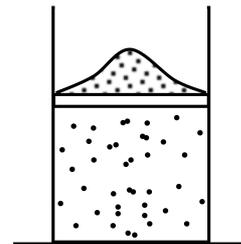
**2.16.1.** («Надежда энергетики», 2022, 11) В одном сосуде находится сухой воздух. В другом таком же сосуде находится влажный воздух с относительной влажностью  $\varphi = 50\%$ . На сколько процентов отличаются плотности сухого и влажного воздуха в сосудах, если их температуры и давления одинаковы? Молярная масса воздуха  $M_{\text{в}} = 29$  г/моль, молярная масса водяного пара  $M_{\text{п}} = 18$  г/моль. Давление насыщенных паров при данной температуре определяется формулой  $p_{\text{нас}} = 0,2p$ , где  $p$  — давление влажного воздуха. Постройте качественно график зависимости плотности воздуха от его относительной влажности  $\rho(\varphi)$ .

$$\rho_{\text{плотность влажного воздуха}} \text{ меньше на } 4\%$$

## 2.17 Уравнение адиабаты

Дополнительные задачи — в листке [Уравнение адиабаты](#).

**2.17.1.** («Росатом», 2023, 11) В сосуде под массивным поршнем, на котором лежит куча песка, находится одноатомный идеальный газ. Объем газа  $V$ , давление  $p$ . Если песок снимать с поршня медленно — по одной песчинке, — то объем газа увеличится вдвое, когда весь песок будет снят. Какой была бы кинетическая энергия поршня в тот момент, когда объем газа возрастет вдвое, если бы весь песок сняли с поршня сразу? Атмосферное давление отсутствует. Сосуд с газом очень хорошо теплоизолирован. **Указание.** В адиабатическом процессе давление и объем одноатомного идеального газа связаны соотношением  $pV^{5/3} = \text{const}$ .



$$\left( \frac{v/sz}{v} - \frac{z}{s} \right) \Delta d$$

## 2.18 Теплопроводность

Дополнительные задачи — в листках

- Теплопроводность. 8
- Теплопроводность. 9–11

**2.18.1.** (Олимпиада КФУ, 2021, 11) Водоем покрыт льдом толщиной  $d_0 = 7,5$  см. Сколько времени займет увеличение толщины льда до  $d_1 = 15$  см? Температура воздуха постоянна и равна  $-15^\circ\text{C}$ , температура воды  $0^\circ\text{C}$ , теплообменом с дном водоема пренебречь.

Принять во внимание, что полная мощность теплопередачи может быть вычислена по формуле  $P = \frac{\kappa S \Delta T}{d}$ , где  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности материала. В данном случае речь идёт о стационарном потоке тепла от одной грани параллелепипеда площадью  $S$  к другой, расстояние между гранями равно  $d$ , разность температур  $\Delta T$ . Плотность льда  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>, теплота плавления  $\lambda = 330$  кДж/кг, коэффициент теплопроводности льда  $\kappa = 2,1$  Вт/(К · м).

$$t \approx 1,22 \text{ ч}$$

**2.18.2.** (Инженерная олимпиада, 2021, 11) Отработанное топливо атомных электростанций необходимо хранить, не допуская его попадания в воздух или грунтовые воды. Для этого топливо остекловывают, т. е. смешивают с расплавленным стеклом, которое благодаря химической инертности после застывания удерживает топливо в себе. Топливо остекловывают в виде цилиндров радиусом  $R = 0,15$  м. За счет остаточных радиоактивных превращений в топливе продолжается выделение тепла. Известно, что остаточное энерговыделение происходит равномерно по объему цилиндра и на единицу его длины составляет  $q_l = 1$  кВт/м. Определить перепад температуры между центром цилиндра и его поверхностью. Теплопроводность стекла  $\lambda = 3$  Вт/(м · К).

**Указание.** Количество тепла  $q$ , переносимого в единицу времени через единицу площади тонкого слоя толщиной  $\Delta x$ , одна поверхность которого поддерживается при температуре  $t_1$ , вторая — при температуре  $t_2$ , определяется законом:  $q = \lambda(t_2 - t_1)/\Delta x$ , где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности (закон Фурье).

$$t_0 - t_1 = \frac{q_l R}{\lambda}$$

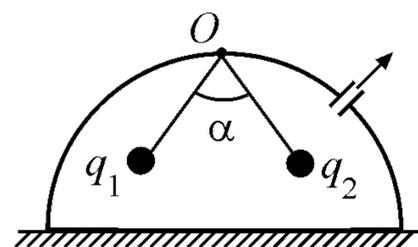
# Глава 3

## Электричество и магнетизм

### 3.1 Закон Кулона

Дополнительные задачи — в листке [Закон Кулона](#).

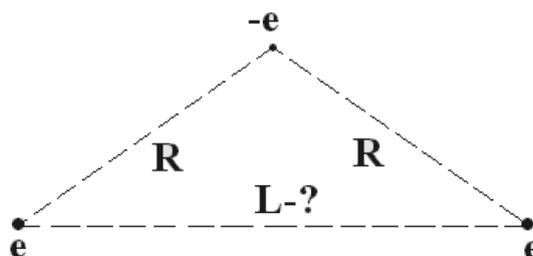
**3.1.1.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) Под колпаком в точке  $O$  на одинаковых непроводящих нитях закреплены два заряженных шарика одинаковой массы. Заряды шариков  $q_1$  и  $q_2$ . Как будет меняться угол расхождения нитей  $\alpha$ , если из-под колпака начать откачивать воздух? Диэлектрическая проницаемость воздуха равна  $\varepsilon = 1$ . Силой Архимеда можно пренебречь.



1. Не изменится;
2. уменьшится;
3. увеличится;
4. зависит от знаков зарядов.

□

**3.1.2.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) Две частицы с положительным зарядом  $e$  и массой  $M$  и третья частица с отрицательным зарядом  $-e$  и массой  $m = M/2$  вращаются по круговым орбитам, сохраняя конфигурацию равнобедренного треугольника (см. рисунок). При этом плоскости орбит частиц перпендикулярны основанию треугольника.

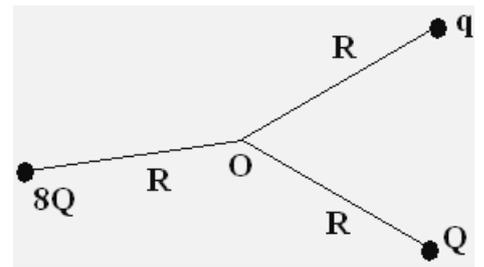


1. Найдите отношение  $R_-/R_+$  радиусов орбит, где  $R_-$  — радиус орбиты отрицательной частицы,  $R_+$  — положительной. Ответ округлите до целого числа.
2. Найдите отношение длины основания треугольника  $L$  к длине его боковой стороны  $R$ . Ответ округлите до сотых долей.

**3.1.3.** (*Всесиб., 2022, 11*) Резинку длиной  $L$  и жесткостью  $k_0$  замкнули в кольцо и придали ей форму равнобедренного прямоугольного треугольника. При этом резинка осталась в недеформированном состоянии. В вершинах треугольника к резинке прикрепили маленькие металлические шарики. Шарики зарядили — в результате резинка растянулась, а длина сторон треугольника в равновесном состоянии увеличилась в два раза. Треугольник при этом сохранил свою форму. Определите заряды шариков в вершинах прямого и острого углов. Считать, что сила упругости резинки пропорциональна ее деформации.

$$\frac{1}{2}k_0L\Delta l = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{1}{2}k_0L\Delta l = b$$

**3.1.4.** (*Всесиб., 2016, 11*) Три нити равной длины  $R$  связаны в одной точке  $O$ . На концах нитей — одноименные заряды  $8Q$ ,  $Q$  и  $q$ . Каковы расстояния между этими зарядами в равновесии, если заряд  $q$  пренебрежимо мал в сравнении с  $Q$ ? Система находится на горизонтальной плоскости без трения.



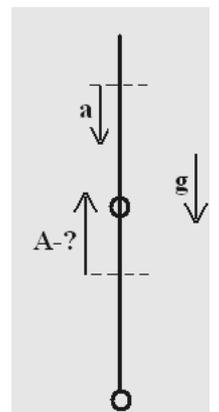
$$\frac{1}{2}k_0L\Delta l = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{1}{2}k_0L\Delta l = b$$

**3.1.5.** (*Всесиб., 2019, 11*) Три маленьких заряженных шарика с зарядами  $q$ ,  $q$  и  $2q$  с одинаковыми массами  $m$  последовательно нанизали на горизонтальную спицу из непроводящего материала и расположили с одинаковыми расстояниями между соседними шариками. В начальный момент первому шарика (с зарядом  $q$ ) придают такое переменное ускорение, что если остальные шарики отпустить, то они будут двигаться так, что расстояния между соседними шариками будут оставаться одинаковыми. Определите ускорение первого шарика и его направление в момент времени, когда расстояния между соседними шариками равно  $l$ . Спица неподвижна. Трение отсутствует.

$$\frac{u_z l^0 \epsilon_0 \epsilon_r}{2} = \tau v$$

**3.1.6.** (*Всесиб., 2015, 11*) На вертикальной спице снизу закреплён точечный заряд, а вдоль спицы колеблется маленькая заряженная бусинка. Найдите её ускорение  $A$  в нижней точке, если в верхней точке ускорение равно  $a$ . Трения нет, ускорение свободного падения  $g$ .

$$(v - b)/vb = \sqrt{}$$



## 3.2 Напряжённость электрического поля

Дополнительные задачи — в листке [Напряжённость электрического поля](#).

**3.2.1.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 11*) В точках  $A$  и  $B$  находятся точечные заряды  $20 \text{ нКл}$  и  $-40 \text{ нКл}$  соответственно. Найдите модуль напряжённости электрического поля в точке  $C$ , находящейся в середине отрезка  $AB$ . Расстояние между точками  $A$  и  $B$  равно  $2 \text{ м}$ .

1.  $135 \text{ В/м}$ ;
2.  $180 \text{ В/м}$ ;
3.  $270 \text{ В/м}$ ;
4.  $540 \text{ В/м}$ .

4

**3.2.2.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 11*) Точечный заряд, расположенный на расстоянии  $1 \text{ м}$  от прямой, создает в ближайшей к нему точке прямой электрическое поле  $10 \text{ В/м}$ . Найдите максимальное расстояние между точками на прямой, в которых заряд создает поля  $8 \text{ В/м}$  и  $2 \text{ В/м}$ , и угол между векторами напряженности электрического поля в этих точках.

06 :m 2

**3.2.3.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 11*) В однородном электрическом поле напряженности  $E_0$  находятся два одинаковых точечных заряда величины  $q$ . Действующие на заряды электрические силы отличаются в два раза и направлены под углом  $60^\circ$  друг к другу. Найдите расстояние между зарядами.

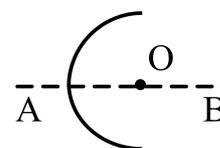
$\frac{qE_0}{bq} \wedge \frac{\varepsilon}{L} \wedge \frac{1}{V}$

**3.2.4.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 11*) На окружности радиуса  $R$  размещены на равном расстоянии друг от друга  $2023$  точечных электрических заряда, из них  $2022$  заряда  $+q$  и один  $-q$ . Найдите напряженность электрического поля в центре окружности.

$\frac{2q^0 \varepsilon \pi \tau}{b}$

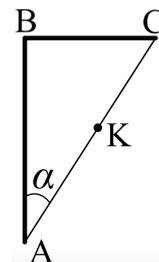
**3.2.5.** (*«Надежда энергетики», 2023, 11*) В лаборатории «Ультратонкие пленки» кафедры Общей физики и ядерного синтеза НИУ «МЭИ» проводятся исследования структуры и состава тонких (толщиной до  $10 \text{ нм}$ ) металлических пленок методом рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии. Рентгеновское излучение, попадая на пленку, вызывает эмиссию электронов, энергия которых регистрируется детектором и анализируется. Для получения качественных результатов исследуемая пленка всегда заземляется. Но однажды эксперимент был проведен с незаземленной пленкой. В начале эксперимента были зарегистрированы электроны с энергией  $E_0$ . Как будет изменяться эта энергия при дальнейшем непрерывном облучении пленки рентгеновским излучением со строго постоянной длиной волны?

**3.2.6.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 11*) Равномерно заряженное полукольцо согнули под углом  $90^\circ$  вокруг оси симметрии  $AB$  (см. рис.). Во сколько раз изменилась величина напряженности электрического поля в центре кольца  $O$ ?



$\sqrt{3/2} \approx 1,2 \text{ раза}$

**3.2.7.** («Физтех», 2022, 11) Две бесконечные плоские прямоугольные пластины  $AB$  и  $BC$  перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром  $B$ . На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру  $B$ .



1. Пластина  $BC$  заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке  $K$  на середине отрезка  $AC$ , если пластину  $AB$  тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2. Пластины  $BC$  и  $AB$  заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 2\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/7$ . Найти напряженность электрического поля в точке  $K$  на середине отрезка  $AC$ .

$$\frac{\sigma_1}{\sigma} \frac{r_1}{r_2} = E \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

### 3.3 Потенциал

Дополнительные задачи — в листке [Потенциал электрического поля](#).

**3.3.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) Могут ли существовать такие электростатические поля, в которых есть точки, где: 1)  $\varphi = 0$ , но при этом  $E \neq 0$ ; 2)  $\varphi \neq 0$ , но при этом  $E = 0$ ?

- А) 1 — да, 2 — да
- Б) 1 — да, 2 — нет
- В) 1 — нет, 2 — да
- Г) 1 — нет, 2 — нет

v

**3.3.2.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) На одной силовой линии однородного электростатического поля расположены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что потенциал точки  $A$  равен  $\varphi_A$ , а точки  $B$  равен  $\varphi_B$ . Найдите потенциал точки  $C$ , если она находится между точками  $A$  и  $B$  на расстоянии  $l$  от точки  $A$  и  $3l$  от точки  $B$ .

1.  $\frac{\varphi_A + 3\varphi_B}{4}$ ;
2.  $\frac{3\varphi_A + \varphi_B}{4}$ ;
3.  $\frac{\varphi_A + \varphi_B}{4}$ ;
4.  $\frac{\varphi_A + 3\varphi_B}{8}$ .

z

**3.3.3.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 11*) Проводящий шар радиусом  $R_1 = 9$  см заряжен, а второй проводящий шар радиусом  $R_2 = 4$  см не заряжен. Заряд переносят с первого (заряженного) шара на второй с помощью «шарика-посредника». Каким должен быть радиус «шарика-посредника», чтобы заряд, полученный вторым шаром, был максимальным? Шары находятся на большом расстоянии друг от друга. «Посредник» может соединяться с каждым из шаров только один раз при помощи длинного тонкого проводника. Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целого числа.

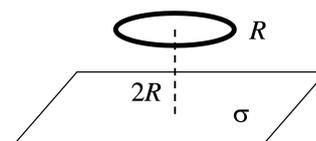
9

**3.3.4.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) Три полых металлических шарика разместили в вакууме так, что их центры оказались в вершинах правильного треугольника со стороной 1 м. Радиус первого шарика равен 1 см, второго — 1 см и третьего —  $1/3$  см. Первому шарика сообщают заряд 100 нКл. После этого первый и третий шарика соединяют проводящей проволочкой пренебрежимо малой электроёмкости, и через некоторое время её убирают. Затем такой же проволочкой соединяют первый и второй шарика. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен  $k = 9 \cdot 10^9$  Н · м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>.

1. Какой заряд протёк по проволочке, когда соединили первый и второй шарика? Ответ выразите в нКл, округлите до десятых долей.
2. Чему равен потенциал второго шарика, после соединения первого и второго шариков? Ответ выразите в кВ, округлите до целого числа.
3. Чему равен модуль напряжённости поля, создаваемого шариками в центре треугольника, после соединения первого и второго шариков? Ответ выразите в кВ/м, округлите до сотых долей.

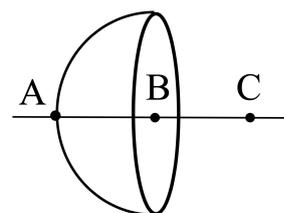
1) 37,5; 2) 34; 3) 0,34

**3.3.5.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 11*) Тонкое кольцо радиуса  $R$  с равномерно распределенным по нему электрическим зарядом расположено параллельно плоскости, по которой равномерно распределен заряд с плотностью  $\sigma$ . Расстояние между кольцом и плоскостью равно  $2R$ . При каком заряде кольца разность потенциалов между центром кольца и точкой пересечения оси кольца с плоскостью равна нулю? Чему равна при этом напряженность электрического поля посередине между указанными точками? *Указание.* Заряженная плоскость создает однородное поле с напряженностью  $\sigma/(2\epsilon_0)$ , где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.



заряд кольца равен  $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} 4\pi R^2 \sigma$ ;  $E = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

**3.3.6.** (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 11*) Точки  $A, B, C$  находятся на оси симметрии равномерно заряженной полусферы (см. рис.). Точка  $A$  находится на поверхности полусферы, точка  $B$  в центре, точка  $C$  на расстоянии радиуса полусферы от точки  $B$ . Помещенная вблизи точки  $A$  заряженная частица разгоняется электрическим полем полусферы и проходит точку  $B$  со скоростью  $V_B$ . Какой будет скорость частицы в точке  $C$ ?



$\sqrt{2} V_B$

**3.3.7.** («Надежда энергетики», 2020, 11) Тонкая непроводящая равномерно заряженная полусфера радиусом  $R$  с центром в начале координат целиком расположена в полупространстве с положительными значениями координаты  $x$ , т. е. плоскость основания полусферы совпадает с плоскостью  $ZOY$ . Нулевое значение потенциала электростатического поля полусферы выбрано в бесконечно удаленной точке. Потенциал в точке начала координат равен 100 В. Потенциал в точке на оси  $OX$  с координатой  $x = -2R$  равен 38,2 В. Определите потенциал в точке на оси  $OX$  с координатой  $x = 2R$ .

$$\varphi = 100 \text{ В} \quad \text{в точке } x = -2R \text{ на оси } OX \text{ с координатой } x = -2R$$

**3.3.8.** (Олимпиада КФУ, 2020, 11) Непроводящий шар содержит 2 слоя: внутренний — шар, имеет радиус  $R$  и равномерно заряжен по объему и имеет заряд  $Q$ ; внешний — сферический слой равномерно заряжен с той же по модулю, но противоположенной по знаку объемной плотностью заряда. Внешний радиус подобран таким образом, что полный заряд системы равен нулю. В шаре просверлен тонкий прямой канал, проходящий через центр шара. В канал влетает частица со скоростью  $v_0$ , массой  $m$  и зарядом  $q$ . Частица, двигаясь по каналу без трения, пролетает шар насквозь. Определите максимальную и минимальную скорость частицы.

Указание. Можно воспользоваться (без доказательства) следующим следствием из теоремы Гаусса: Электрическое поле сферически симметричного распределения зарядов в точке, отстоящей от центра симметрии на  $r$ , определяется только суммарным зарядом, расположенным внутри концентрической сферы радиуса  $r$ .

$$\left( \left( \frac{\rho_0}{\epsilon_0} - 1 \right) \frac{r}{b^3} - \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \right) \frac{r}{2} = \text{const} \quad \text{или} \quad \left( \left( \frac{\rho_0}{\epsilon_0} - 1 \right) \frac{r}{b^3} - \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \right) \frac{r}{2} = \text{const} \quad \text{или} \quad \left( \left( \frac{\rho_0}{\epsilon_0} - 1 \right) \frac{r}{b^3} - \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \right) \frac{r}{2} = \text{const}$$

**3.3.9.** («Покори Воробьевы горы!», 2021, 10–11) Металлический цилиндр радиусом 20 см и высотой 40 см помещён в постоянное однородное электрическое поле с напряжённостью 60 В/м так, что его ось параллельна силовым линиям. Чему равна разность потенциалов центров оснований цилиндра?

0

**3.3.10.** («Покори Воробьевы горы!», 2021, 10–11) Три одинаковых проводящих цилиндра закреплены вдали от других тел так, что их оси параллельны друг другу. Расстояние между любой парой осей одно и то же (больше диаметра цилиндров), и все «верхние» (а также, естественно, «нижние») основания находятся в одной плоскости. На два цилиндра (№1 и №2) нанесён одинаковый заряд, а цилиндр №3 не заряжен. Идеальный вольтметр, подключенный к цилиндрам №1 и №3, показывает напряжение  $U = 40$  В. Когда цилиндр №3 заземлили, показания вольтметра стали равны  $U' = 60$  В. Затем цилиндр №3 отсоединили от «земли», и заземлили цилиндр №2, а потом отсоединили от «земли» цилиндр №2 и заземлили цилиндр №1. Найдите показания вольтметра в конечном состоянии системы. Влиянием вольтметра и соединительных проводов на заряды и потенциалы цилиндров можно пренебречь.

$$U = \frac{zQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 26,25 \text{ В}$$

## 3.4 Электрический диполь

Дополнительные задачи — в листке [Электрический диполь](#).

**3.4.1.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 11) Полярные молекулы, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают, моделируют электрическим диполем. Известно, что напряженность электрического поля, создаваемого диполем, спадает с расстоянием  $r$  как  $1/r^3$ . При попадании в поле такого диполя молекулы, у которой центры положительных и отрицательных зарядов совпадают (неполярная молекула), происходит ее поляризация — молекула сама становится диполем, причем смещение центров положительных и отрицательных зарядов в молекуле пропорционально действующему на нее полю полярной молекулы. Как зависит от расстояния сила взаимодействия полярной и неполярной молекул?

спадает как  $1/r^7$  как в основном с расстоянием

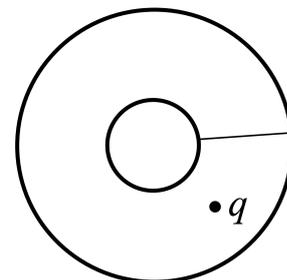
## 3.5 Проводящие сферы

Дополнительные задачи — в листке [Проводящие сферы](#).

**3.5.1.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Металлический шарик радиуса  $R$  с отрицательным зарядом  $-2q$  находится внутри тонкостенной металлической сферы радиуса  $2R$ . Центры шарика и металлической сферы совпадают. Сфере сообщили положительный заряд  $+q$ . Шарик и сферу соединили тонким проводником ничтожной ёмкости и затем разъединили. Найдите разность потенциальных энергий  $\Delta W$  конечного и начального состояний системы.

$$\frac{U_{\text{конечное}} - U_{\text{начальное}}}{\epsilon_0} = \Delta W$$

**3.5.2.** («Росатом», 2021, 11) Имеются две проводящие незаряженные концентрические (с общим центром) сферы радиуса  $R$  и  $3R$ . Между сферами на расстоянии  $2R$  от общего центра сфер помещают точечный заряд  $q$ , а сферы соединяют тонким проводником (см. рис.). Какой заряд протечет по этому проводнику с меньшей сферы на большую в процессе установления равновесия?

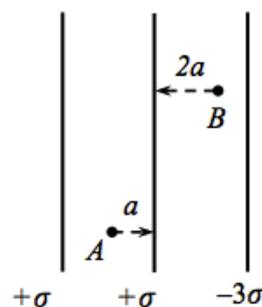


$\frac{q}{b}$

## 3.6 Заряженная пластина

Дополнительные задачи — в листке [Заряженная пластина](#).

**3.6.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) Три бесконечные плоскости параллельны друг другу и заряжены равномерно с поверхностными плотностями электрического заряда  $+\sigma$ ,  $+\sigma$ ,  $-3\sigma$  (см. рисунок).



1. Чему равен модуль напряжённости электрического поля в точке  $A$ ? Ответ выразите в единицах  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , округлив до десятых долей.
2. Найдите модуль напряжённости электрического поля в точке  $B$ . Ответ выразите в единицах  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , округлив до десятых долей.
3. Какая сила действует со стороны электрического поля на малый элемент средней плоскости площадью  $S$ ? Ответ выразите в единицах  $\frac{\sigma^2 S}{\epsilon_0}$ , округлив до десятых долей.
4. В какой точке ( $A$  или  $B$ ) потенциал электрического поля больше? В качестве ответа выберите один из предложенных вариантов: 1, если  $\varphi_A > \varphi_B$ ; 2, если  $\varphi_A < \varphi_B$ .



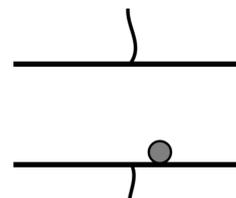
**3.7.1.** («Надежда энергетики», 2016, 11) Между обкладками плоского конденсатора, находящимися в вакууме, перпендикулярно к ним расположена гладкая стеклянная трубочка, внутри которой может свободно передвигаться полый металлический шарик массой  $m = 0,0002$  г и радиусом  $r = 0,5$  мм. В начальный момент времени шарик контактирует с одной из обкладок. Конденсатор подключают к источнику постоянного напряжения  $U = 2$  кВ. Определите среднюю силу тока, который возникнет в такой цепи, если расстояние между обкладками равно  $d = 0,5$  см. Удары шарика об обкладки можно считать мгновенными и абсолютно неупругими, поляризацией стекла можно пренебречь.

$$\sqrt{m} \sqrt{\varepsilon} \approx I$$

**3.7.2.** («Надежда энергетики», 2021, 11) Учащиеся школы №1502 «Энергия» во время своей летней учебной практики в НИУ «МЭИ» изготовили модель плоского конденсатора. Она представляла собой два больших гладких алюминиевых диска, расположенных горизонтально на расстоянии  $d = 1$  см друг от друга. Школьники обнаружили, что заряженный конденсатор быстро разряжается, предположительно из-за наличия ионов в воздухе. После того как модель конденсатора поместили в герметичный сосуд, откачали воздух и зарядили до разности потенциалов между пластинами  $U = 1000$  В, сила тока разрядки заметно уменьшилась и стала равна  $I = 0,275$  нА. Ученики выдвинули предположение, что в зазоре конденсатора осталась пылинка, которая и приводила к разрядке конденсатора. Определите плотность материала пылинки, считая её очень маленьким металлическим шариком. Столкновение пылинки с обкладкой конденсатора считать абсолютно неупругим ударом. Действием силы тяжести пренебречь.

$$\varepsilon^{m/1m} 002Z = \sqrt{m} \frac{\sqrt{I} \sqrt{U}}{\sqrt{\varepsilon}} = d$$

**3.7.3.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 11) Внутри плоского конденсатора с горизонтальными пластинами лежит маленький шарик из фольги. Между пластинами вакуум. Напряжение на конденсаторе плавно повышают до  $U_0$ , при котором шарик отрывается от нижней обкладки. После этого напряжение поднимают в два раза и фиксируют.



Найдите среднюю силу тока в этой цепи, если масса шарика —  $m$ , установившееся напряжение —  $2U_0$ , площадь обкладок конденсатора —  $S$ , расстояние между ними —  $L$ .

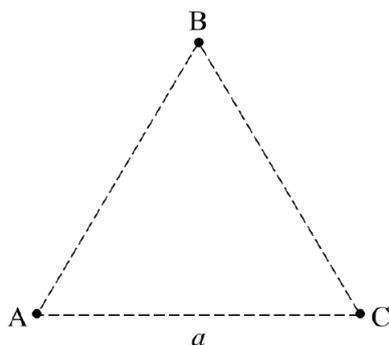
**Примечание.** Расстояние между пластинами конденсатора много больше диаметра шарика, заряд между пластинами переносится только шариком.

$$\left( \frac{m}{\varepsilon} \sqrt{L} + \frac{\varepsilon}{m} \sqrt{L} \right) \sqrt{U_0} = I$$

## 3.8 Энергия зарядов

Дополнительные задачи — в листке [Энергия зарядов](#).

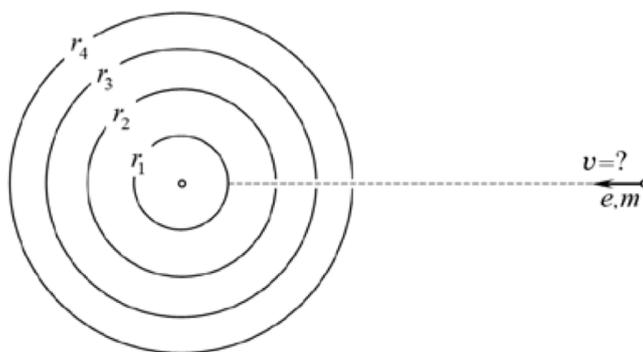
**3.8.1.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) Три маленьких шарика  $A$ ,  $B$  и  $C$ , каждый из которых несет электрический заряд  $+40$  мкКл, находятся в вершинах правильного треугольника со стороной  $2$  м. Масса каждого шарика  $4,5$  г.



1. С какой силой отталкиваются друг от друга шарики  $A$  и  $C$ ? Ответ выразите в ньютонах и округлите до десятых долей.
2. Чему равен модуль полной силы, действующей на шарик  $A$  со стороны двух остальных шариков? Ответ выразите в ньютонах и округлите до десятых долей.
3. Найдите потенциальную энергию взаимодействия этой системы зарядов. Ответ выразите в джоулях и округлите до десятых долей.
4. Какую минимальную работу необходимо совершить для перемещения этих шариков в новое положение, в котором они будут располагаться в вершинах правильного треугольника со стороной  $1$  м? Ответ выразите в джоулях и округлите до десятых долей.
5. Шарики, находящиеся в вершинах уменьшенного треугольника, одновременно перестают удерживать. Какие по модулю скорости будут иметь эти заряды, когда удалятся на очень большое расстояние друг от друга? Потерями энергии можно пренебречь. Ответ выразите в м/с и округлите до целого числа.

(1) 3,6; (2) 6,2; (3) 21,6; (4) 21,6; (5) 80

**3.8.2.** (*Всеросс., 2020, МЭ, 11*) Четыре концентрические проводящие сферы радиусами  $r_1 = 1$  см,  $r_2 = 2$  см,  $r_3 = 3$  см и  $r_4 = 4$  см имеют относительно бесконечно удалённой точки потенциалы соответственно  $0$  В,  $-2$  В,  $-3$  В и  $+5$  В. В трёх внешних сферах вдоль одного радиуса просверлены очень маленькие отверстия, не влияющие на электрическое поле системы. Какую наименьшую скорость  $v$ , направленную к центру системы, нужно сообщить электрону, покоящемуся «на бесконечности», чтобы он достиг поверхности сферы радиусом  $r_1$ ? Силой тяжести можно пренебречь. Масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, модуль заряда электрона равен  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Ответ выразите в км/с и округлите до целого числа.



вспота 1778 - 1780

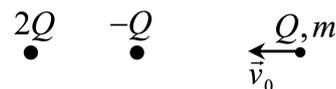
**3.8.3.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) Две одинаковые бусинки с одинаковыми зарядами  $5 \text{ мкКл}$  насажены на вертикальную непроводящую гладкую спицу. Нижняя бусинка закреплена, а верхнюю удерживают на расстоянии  $1 \text{ м}$  от нижней. Затем верхней бусинке сообщают направленную вниз начальную скорость  $2 \text{ м/с}$ . На какое минимальное расстояние приблизится верхняя бусинка к нижней? Масса верхней бусинки равна  $50 \text{ г}$ . Коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2$ , ускорение свободного падения  $10 \text{ м/с}^2$ . Ответ выразите в см, округлите до целого числа.

[53 : 43]

**3.8.4.** (*«Надежда энергетики», 2017, 11*) Два одинаковых шарика, масса каждого из которых равна  $m$ , заряжены одинаковыми зарядами  $q$  и соединены идеальной непроводящей нитью длиной  $l$ . В некоторый момент времени точку, расположенную посередине нити, начинают перемещать равномерно со скоростью  $v_0$  в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей шарики. До какого минимального расстояния сблизятся шарики во время последующего движения? Действием силы тяжести пренебречь.

$$\frac{1 + \frac{q^2 b^2}{4 a m l}}{l} = x$$

**3.8.5.** (*«Росатом», 2021, 11*) Два точечных заряда  $2Q$  и  $-Q$  закреплены на расстоянии  $l$  друг от друга. Из бесконечности на заряды вдоль их соединяющей прямой налетает заряд  $Q$ , имеющий массу  $m$  и начальную скорость  $v_0$ . При каком минимальном значении  $v_0$  этот заряд сможет долететь до заряда  $-Q$ ?



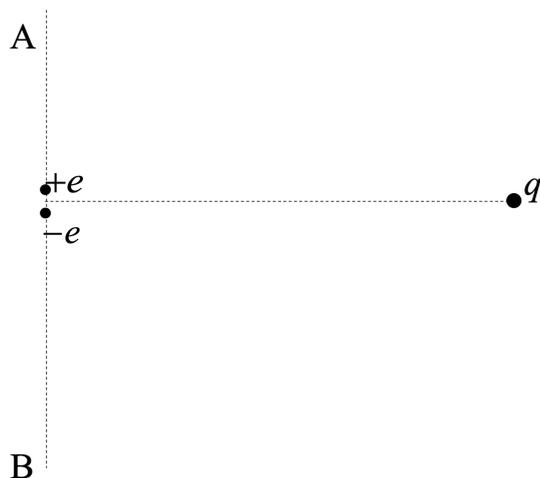
$$\frac{1 m}{2 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = 0 a$$

**3.8.6.** (*«Надежда энергетики», 2023, 11*) Две одинаковые заряженные бусинки могут свободно скользить по двум параллельным нитям. В начальный момент времени одна бусинка покоилась, а вторая двигалась из бесконечности по направлению к первой. Какова должна быть минимальная начальная скорость второй бусинки, чтобы в процессе своего движения она обогнала первую? Массы бусинок  $m$ , заряды  $q$ , расстояние между нитями  $a$ .

$$\frac{v_{0 \text{ мин}} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{b} = a$$

**3.8.7.** (*«Росатом», 2023, 11*) Точечный положительный заряд  $q$  удерживают на расстоянии  $l$  от двух точечных зарядов  $+e$  и  $-e$  ( $e > 0$ ), закрепленных на очень малом расстоянии  $d$  друг от друга. Направление на заряд  $q$  из середины отрезка, соединяющего заряды  $+e$  и  $-e$ , перпендикулярно этому отрезку (см. рис.). В некоторый момент времени заряд  $q$  отпускают. На каком расстоянии от середины отрезка, соединяющего заряды  $+e$  и  $-e$  заряд  $q$  пересечет прямую, на которой лежат заряды  $+e$  и  $-e$  (прямая  $AB$  на рисунке)? Какую скорость он будет иметь в этот момент? Какое ускорение? Масса заряда  $m$ .

**Указание.** При решении может понадобиться приближенная формула:  $1/(1 - \delta) \approx 1 + \delta$ , справедливая для малых  $\delta$ .

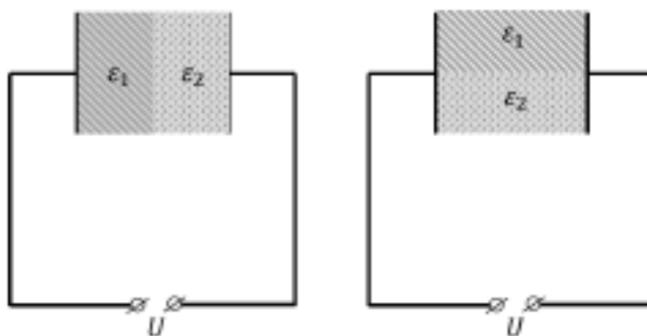


$$\frac{\sigma_{1m}}{\rho_{keqd}} = v, \frac{\sigma_{1m}}{\rho_{keqd}} \Lambda = a, \gamma \text{ инвариант на расстоянии}$$

### 3.9 Конденсатор с диэлектриком

Дополнительные задачи — в листке [Конденсатор с диэлектриком](#).

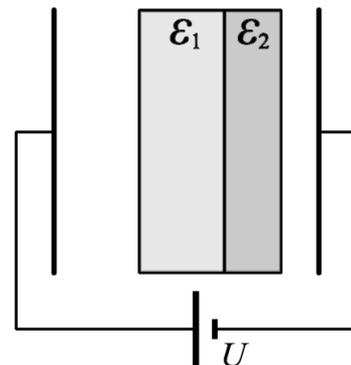
**3.9.1.** (Олимпиада КФУ, 2019, 11) Два одинаковых плоских конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения  $U$  (см. рис.). Пространство между обкладками конденсаторов заполнено одинаковыми слоями диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .



В одном конденсаторе слои расположены параллельно обкладкам, во втором перпендикулярно. Во сколько раз отличаются ёмкости этих конденсаторов и напряжённости полей в однородных диэлектриках?

$$C_1 = \frac{2\epsilon_0\epsilon_1\epsilon_2 S}{2\epsilon_1 + \epsilon_2} \cdot \frac{d}{S}; C_2 = \frac{\epsilon_0(\epsilon_1 + \epsilon_2) S}{2d} \cdot \frac{d}{S}; \frac{E_1}{E_2} = \frac{d}{2\epsilon_2}; \frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2\epsilon_2}; \frac{E_1}{E_2} = \frac{2\epsilon_1 + \epsilon_2}{2\epsilon_1}$$

**3.9.2.** («Физтех», 2023, 11) В плоский конденсатор с площадью обкладок  $S$  и расстоянием между ними  $d$  помещены параллельно обкладкам и напротив них две соприкасающиеся пластины (см. рис.). У одной пластины диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1 = 2$ , толщина  $d/3$ , у другой пластины  $\varepsilon_2 = 3$ , толщина  $d/4$ . У обеих пластин площадь каждой из двух поверхностей равна  $S$ . Конденсатор подключен к источнику с напряжением  $U$ .



1. Найти напряженность электрического поля  $E$  в левом воздушном зазоре конденсатора.
2. Найти заряд  $Q$  положительно заряженной обкладки конденсатора.
3. Найти связанный (поляризационный) заряд  $q$  на границе соприкосновения пластин.

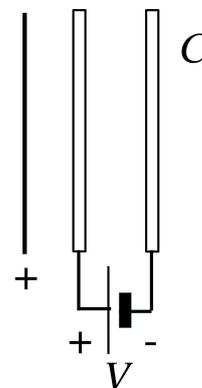
Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.

$$\frac{p}{\Delta S^{0.5}} \frac{v}{1} = b \left( \varepsilon : \frac{p}{\Delta S^{0.5}} \frac{z}{\varepsilon} = \mathcal{E} S^{0.5} = \partial \left( z : \frac{p}{\Delta} \frac{z}{\varepsilon} = \mathcal{E} \right) \right)$$

## 3.10 Сложный конденсатор

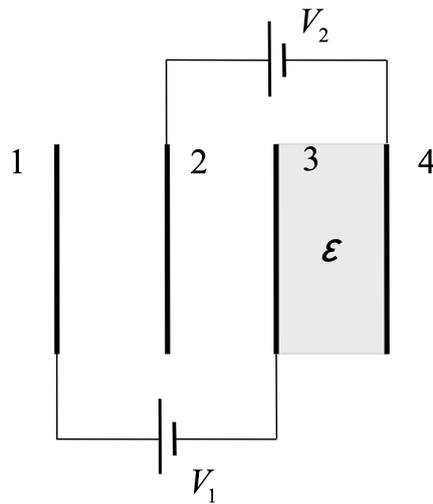
Дополнительные задачи — в листке [Сложный конденсатор](#).

**3.10.1.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 11) Плоский конденсатор емкости  $C$  подключен к батарее с напряжением  $V$ . После того, как к конденсатору поднесли пластину с равномерно распределенным по ней положительным зарядом (см. рис.), напряженность электрического поля между пластиной и ближайшей обкладкой конденсатора стала равной напряженности поля внутри конденсатора. Какую работу совершила батарея? Чему равен заряд пластины, если она имеет те же размеры, что и обкладки конденсатора?



$$\Delta \mathcal{C} z = b ; \Delta \mathcal{C} - = V$$

**3.10.2.** («Курчатов», 2023, 11) Четыре одинаковые незаряженные металлические пластины расположены параллельно друг другу на равных расстояниях. Всё пространство между пластинами 3 и 4 заполнено твёрдым однородным диэлектриком с проницаемостью  $\varepsilon = 4$ . Пластины 1 и 3 соединяют тонким проводом через батарею с ЭДС  $V_1 = 12$  В, а пластины 2 и 4 — через батарею с ЭДС  $V_2 = 4,5$  В. Найдите отношение  $x = q_1/q_2$ , где  $q_1$  и  $q_2$  — установившиеся заряды пластин 1 и 2.

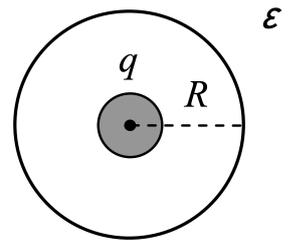


$$\frac{\epsilon_0 \epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_0 \epsilon - \epsilon_0 (1 + \epsilon)} = x$$

### 3.11 Электрическое давление

Дополнительные задачи — в листке [Электрическое давление](#).

**3.11.1.** («Курчатов», 2021, 11) Твердый однородный диэлектрик с проницаемостью  $\epsilon = 3$  заполняет всё пространство за исключением сферической полости радиуса  $R = 5$  см. В полости находится металлический шар, несущий заряд  $q = 10$  нКл. Радиус шара меньше радиуса полости, центры шара и полости совпадают. Найдите электрическое давление  $P$  на поверхность полости (силу, действующую на единицу площади поверхности со стороны электрического поля). Ответ выразите в миллипаскалях и округлите до десятых. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

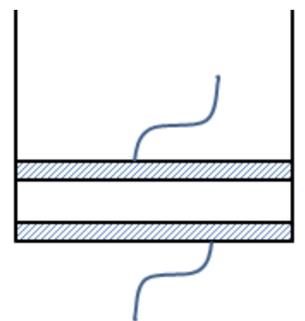


$$P = \frac{q^2 \epsilon_0 \epsilon}{4 \pi R^2 \epsilon_0 (\epsilon - 1)}$$

### 3.12 Электротермодинамика

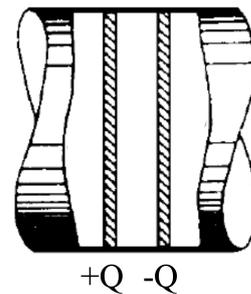
Дополнительные задачи — в листке [Плоский конденсатор](#).

**3.12.1.** (Олимпиада КФУ, 2022, 11) Цилиндрический сосуд с двухатомным идеальным газом имеет проводящее дно, но непроводящие стенки. Газ находится под герметичным металлическим поршнем, который может двигаться без трения. Исходный объем газа  $V_0$ . Когда дну сосуда и поршню сообщили заряды  $q_0$  и  $-q_0$  соответственно, объем газа уменьшился до  $V_0/\beta$ . Найдите зависимость объема газа от величины заряда  $q$  и  $-q$ , сообщенного соответственно дну и поршню. Рассмотреть адиабатическое сжатие газа. Силой тяжести можно пренебречь, диаметр сосуда много больше расстояния между дном и поршнем. Диэлектрическая проницаемость газа близка к единице. Показатель адиабаты равен отношению теплоемкости при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме.



$$\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{1 + \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\epsilon_0 \epsilon} (1 - \epsilon_0 \epsilon) \beta}{\epsilon_0 \epsilon} = \beta$$

**3.12.2.** (*Всесиб., 2021, 11*) Два проводящих поршня площадью  $S$  расположены в горизонтальной трубе из непроводящего материала. Промежуток между ними заполнен воздухом. Если на поршни поместить заряды  $\pm Q$ , напряжение между ними будет  $V$ . Если заряды на поршнях равны  $\pm 2Q$ , напряжение будет  $0,8V$ . Найти атмосферное давление. Расстояние между поршнями много меньше их радиуса. Температура постоянна. Трения нет.



$$\frac{\varepsilon S^0 \varepsilon \varepsilon}{\varepsilon \partial}$$

### 3.13 Движение в электрическом поле

Дополнительные задачи — в листке [Движение в электрическом поле](#).

**3.13.1.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 11*) Частица массой 30 мг с зарядом 15 нКл влетела в область однородного электростатического поля напряжённостью 50 кВ. Модуль начальной скорости частицы 50 м/с. Через время  $t$  после попадания частицы в поле модуль её скорости уменьшился до величины 40 м/с, а через время  $2t$  после попадания частицы в поле модуль её скорости вновь стал равен 50 м/с. Силой тяжести и силами трения можно пренебречь.

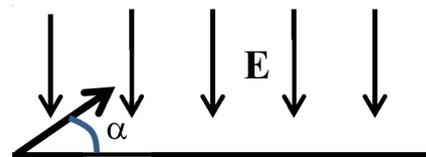
1. Определите модуль ускорения, с которым частица двигалась в электростатическом поле. Ответ выразите в м/с<sup>2</sup> и округлите до целого числа.
2. Пусть ось  $Ox$  направлена вдоль линий напряжённости электростатического поля. Найдите модуль изменения координаты  $x$  частицы к моменту времени  $t$ . Ответ выразите в метрах и округлите до целого числа.
3. Чему равно время  $t$ ? Ответ дайте в секундах и округлите до десятых долей.

$$(1) 25; (2) 18; (3) 1,2$$

**3.13.2.** (*«Надежда энергетики», 2015, 11*) Силовые линии однородного электростатического поля направлены вертикально вверх. Электрон начинает двигаться в этом поле так, что его начальная скорость составляет угол  $\alpha = 45^\circ$  с напряжённостью поля. Определите отношение минимального радиуса  $\rho$  кривизны траектории электрона к его максимальному смещению  $L$  в направлении силовой линии.

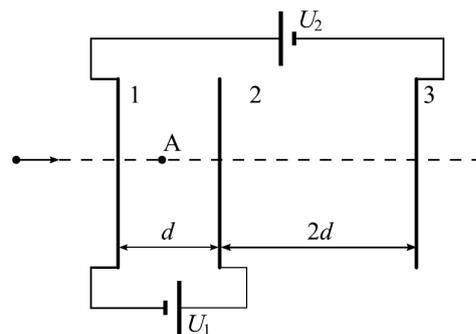
$$\frac{\rho}{L} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g r} = \frac{7}{9}$$

**3.13.3.** (*«Шаг в будущее», 2023, 11*) В области полупространства с плоской границей создано электрическое поле, векторы напряжённости которого направлены перпендикулярно к границе (см. рис.), а их величина прямо пропорциональна расстоянию до границы. В эту область под некоторым углом  $\alpha$  к границе влетает положительно заряженная микрочастица. Определите тангенс величины этого угла, если известно, что частица вылетела из области на расстоянии (от точки входа вдоль плоскости границы) в 2 раза большем, чем максимальное расстояние, на которое частица углубилась в область поля. Излучением и влиянием силы тяжести пренебречь.



$$\frac{\rho}{L} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{g r} = \frac{7}{9}$$

**3.13.4.** («Физтех», 2023, 11) Три проводящие плоские мелкие сетки находятся друг напротив друга на расстояниях  $d$  и  $2d$  (см. рис.). Размеры сеток значительно больше  $d$ . Изначально сетки не заряжены. К сеткам подсоединили источники с напряжением  $U_1 = U$  и  $U_2 = 4U$ . Частица массой  $m$  и зарядом  $q > 0$  движется по направлению к сеткам и перпендикулярно сеткам, имея скорость  $V_0$  на расстоянии от сеток, намного большем их размеров. Частица пролетает через сетки, не отклоняясь от прямолинейной траектории. Заряд  $q$  намного меньше модуля зарядов сеток.



1. Найти модуль ускорения частицы в области между сетками 1 и 2.
2. Найти разность  $K_1 - K_2$ , где  $K_1$  и  $K_2$  — кинетические энергии частицы при пролете сеток 1 и 2.
3. Найти скорость частицы в точке А на расстоянии  $d/3$  от сетки 1.

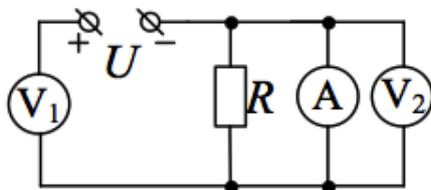
$$\frac{u}{\Omega b} \frac{\varepsilon}{v_1} - \frac{0}{z\Lambda} \Lambda = v_\Lambda (\varepsilon : \Omega b = z_\Lambda - v_\Lambda (z : \frac{p u}{b \Omega} = \frac{u}{b(p/v_\Lambda)}) = v (\Gamma$$

## 3.14 Постоянный ток. Правила Кирхгофа

Дополнительные задачи — в листках

- [Электрические цепи](#)
- [Правила Кирхгофа](#)

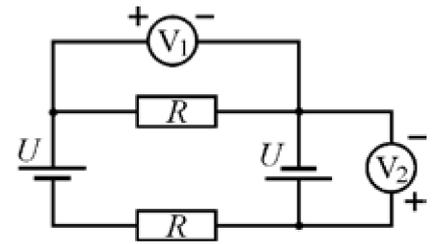
**3.14.1.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) В цепи, схема которой изображена на рисунке, напряжение источника  $U = 10$  В, сопротивление резистора  $R = 10$  Ом, измерительные приборы идеальные. Определите показания вольтметров ( $U_1$ ,  $U_2$ ) и амперметра ( $I$ ).



- А)  $U_1 = 10$  В,  $U_2 = 0$ ,  $I = 1$  А
- Б)  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = 10$  В,  $I = 1$  А
- В)  $U_1 = 10$  В,  $U_2 = 0$ ,  $I = 0$
- Г)  $U_1 = 5$  В,  $U_2 = 5$  В,  $I = 0$
- Д)  $U_1 = 5$  В,  $U_2 = 5$  В,  $I = 1$  А

В

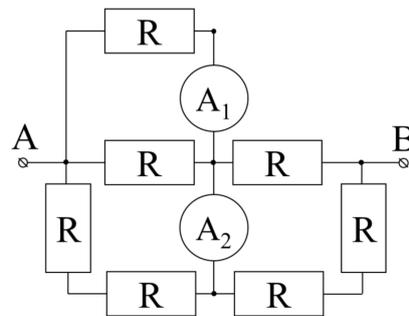
**3.14.2.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 11) В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, источники питания и резисторы одинаковые. Полярность подключения какого из вольтметров указана правильно?



1.  $V_1$ ;
2.  $V_2$ ;
3.  $V_1$  и  $V_2$ ;
4.  $V_1$  и  $V_2$  — неправильно.

Ⓐ

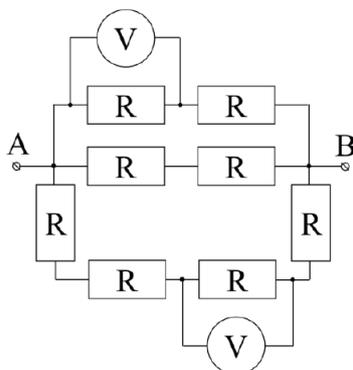
**3.14.3.** (Всеросс., 2022, ШЭ, 11) На рисунке представлена схема электрической цепи. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление  $R = 1$  Ом. Между точками  $A$  и  $B$  подключают идеальную батарейку с напряжением 8 В. Найдите разницу показаний идеальных амперметров.



1. 0 А;
2. 0,5 А;
3. 1 А;
4. 2 А.

Ⓑ

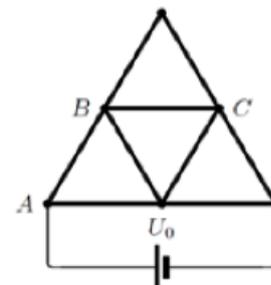
**3.14.4.** (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) На рисунке представлена схема электрической цепи. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление  $R = 5$  Ом. Между точками  $A$  и  $B$  подключают идеальную батарейку с напряжением 16 В. Определите разницу показаний идеальных вольтметров.



1. 3 В;
2. 4 В;
3. 4,5 В;
4. 5 В.

2

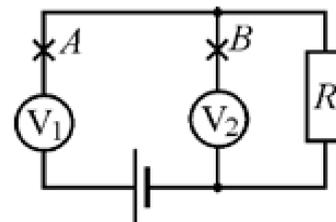
**3.14.5.** (Всеросс., 2020, ШЭ, 11) Из одинаковых металлических стержней спаяна конструкция, показанная на рисунке (места соединения стержней показаны точками). Сопротивление одного стержня равно  $r = 90$  Ом. Напряжение на выводах идеальной батарейки  $U_0 = 5$  В.



1. Чему равна сила тока, протекающего через батарейку? Ответ укажите в мА, округлив до целого числа.
2. Определите показание идеального вольтметра, подключённого к точкам  $B$  и  $C$ . Ответ укажите в вольтах, округлив до целого числа.
3. Определите показание идеального вольтметра, подключённого к точкам  $A$  и  $C$ . Ответ укажите в вольтах, округлив до целого числа.

8 (8 ; 1 (2 ; 09 (1

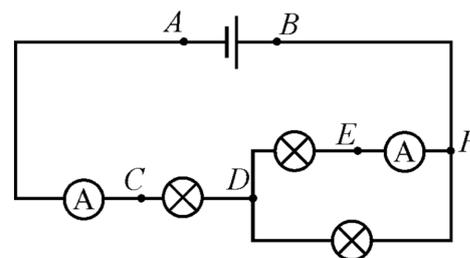
**3.14.6.** (Всеросс., 2021, ШЭ, 11) Электрическая цепь, схема которой показана на рисунке, состоит из резистора, двух одинаковых вольтметров и идеального источника питания. Вольтметр  $V_1$  показывает напряжение 6 В, а вольтметр  $V_2$  — 3 В.



1. Какое напряжение покажет вольтметр  $V_2$ , если разорвать цепь в точке  $A$ ? Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.
2. Чему равна ЭДС источника питания? Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.
3. Чему равно отношение  $R_V/R$ , где  $R$  — сопротивление резистора,  $R_V$  — сопротивление вольтметра? Ответ округлите до целого числа.
4. Какое напряжение покажет вольтметр  $V_1$ , если разорвать цепь в точке  $B$ ? Ответ выразите в вольтах, округлите до десятых долей.

1) 0; 2) 9; 3) 1; 4) 4,5

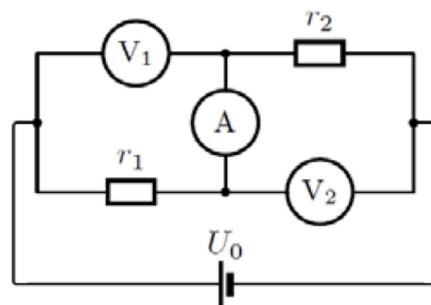
**3.14.7.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) Электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, состоит из идеальной батарейки, трёх одинаковых лампочек и двух идеальных амперметров. Сопротивления лампочек не зависят от напряжения на них. Какие две точки этой цепи нужно соединить не имеющей сопротивления перемычкой, чтобы показания каждого из амперметров увеличились в три раза?



1.  $A$  и  $C$ ;
2.  $A$  и  $D$ ;
3.  $B$  и  $D$ ;
4.  $C$  и  $E$ ;
5.  $D$  и  $F$ ;
6.  $C$  и  $D$ .

9

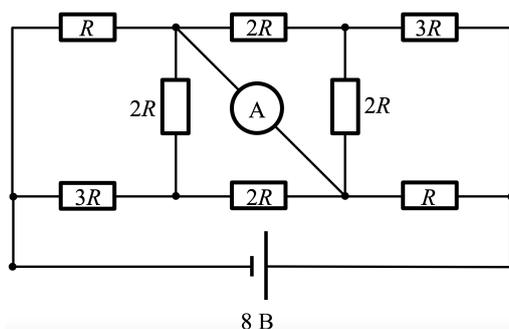
**3.14.8.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) В цепи, схема которой показана на рисунке, вольтметры и амперметр можно считать идеальными, сопротивления резисторов равны  $r_1 = 20 \text{ Ом}$  и  $r_2 = 30 \text{ Ом}$ , напряжение батареи  $U_0 = 6 \text{ В}$ .



1. Найдите показание амперметра. Ответ выразите в миллиамперах (мА) и округлите до целого числа.
2. Найдите показание вольтметра  $V_1$ . Ответ выразите в вольтах (В) и округлите до целого числа.
3. Найдите показание вольтметра  $V_2$ . Ответ выразите в вольтах (В) и округлите до целого числа.

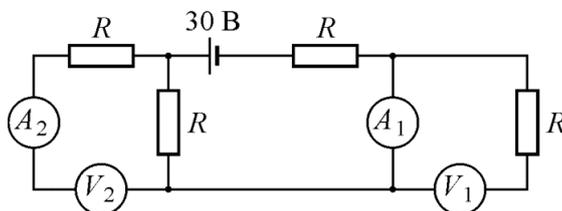
(1) 120; (2) 2,4; (3) 3,6

**3.14.9.** (Всеросс., 2022, МЭ, 11) Найдите показание идеального амперметра в электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, если  $R = 1 \text{ кОм}$ , а батарейка идеальная. Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.



4

**3.14.10.** (Всеросс., 2023, МЭ, 11) Школьник собрал электрическую цепь, схема которой показана на рисунке. Источник питания с напряжением на выводах  $30 \text{ В}$  имеет пренебрежимо малое внутреннее сопротивление. Одинаковые вольтметры и одинаковые амперметры идеальны. Сопротивление  $R$  равно  $50 \text{ Ом}$ .



1. Что показывает амперметр  $A_1$ ? Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.
2. Что показывает вольтметр  $V_2$ ? Ответ выразите в В, округлите до целого числа.

Затем школьник поменял местами амперметр  $A_1$  с вольтметром  $V_1$  и амперметр  $A_2$  с вольтметром  $V_2$ .

3. Что показывает амперметр  $A_1$ ? Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.

4. Что показывает вольтметр  $V_1$ ? Ответ выразите в В, округлите до целого числа.

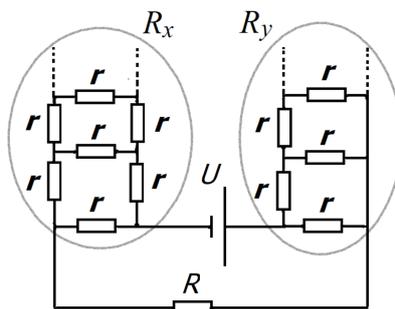
Школьник снова присоединил приборы на первоначальные места (см. рис.). Затем он поменял местами амперметр  $A_1$  и вольтметр  $V_2$ .

5. Что показывает амперметр  $A_2$ ? Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.

6. Что показывает вольтметр  $V_1$ ? Ответ выразите в В, округлите до целого числа.

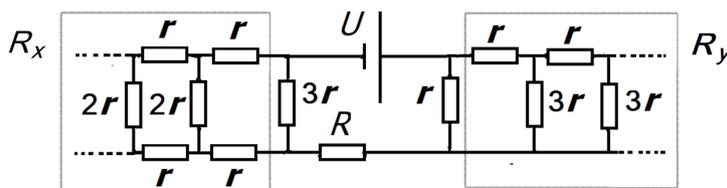
(1) 300; (2) 15; (3) 200; (4) 10; (5) 0; (6) 30

**3.14.11.** (Олимпиада КФУ, 2019, 11) В представленной на рисунке электрической схеме с двумя различающимися бесконечными цепочками сопротивлений найти силу тока через сопротивление  $R$ .



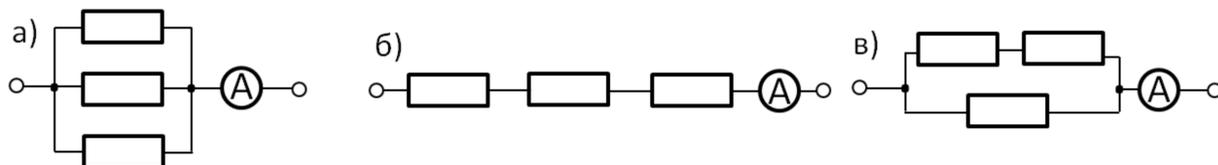
$$\frac{U(1-\sqrt{2})\frac{r}{r} + U(1-\sqrt{2}) + R}{\Omega}$$

**3.14.12.** (Олимпиада КФУ, 2019, 11) Найти силу тока через сопротивление  $R$  в представленной на рисунке электрической схеме с двумя различающимися бесконечными цепочками сопротивлений.



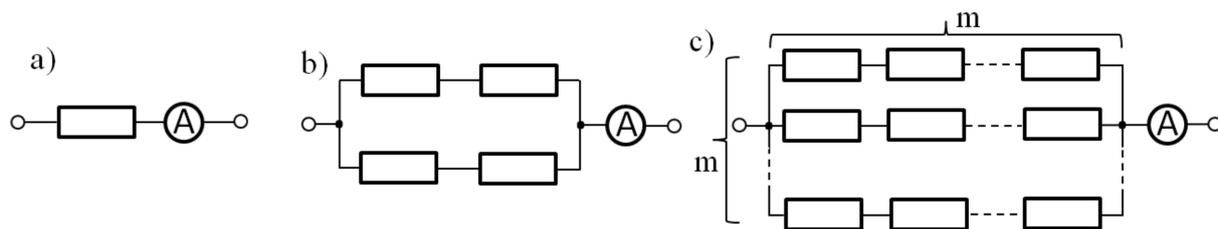
$$\frac{U\frac{r}{2r} + U\frac{1}{(1-\sqrt{2})r} + R}{\Omega}$$

**3.14.13.** (Олимпиада КФУ, 2020, 11) При подключении трех параллельно соединенных резисторов к идеальному источнику напряжения идеальный амперметр показывает  $I_2 = 8$  А (а). При последовательном подключении тех же резисторов в тех же условиях  $I_1 = 1$  А (б). Какой ток будет показывать амперметр в цепи на рис. (в), если в ней содержатся те же резисторы и источник. Все токи указаны в установившемся режиме, зависимость сопротивления резисторов от температуры считать линейной, термодинамические свойства внешней среды во всех случаях идентичны.



$$\boxed{I \approx 13.5 \text{ A}}$$

**3.14.14.** (Олимпиада КФУ, 2022, 11) Идентичные резисторы подключают к идеальному источнику напряжения (во всех случаях одинаковому) в составе цепей, изображенных на рисунках а, б, с. Отношения значений показаний идеальных амперметров в цепях б) и а)  $I_b/I_a = \gamma = 1,25$ . Найдите отношение токов в цепях с) и а)  $I_c/I_a$ . Указать выражение при произвольном  $m$ , значение при  $m = 4$  и  $m \rightarrow \infty$ . Все токи указаны в установившемся режиме, зависимость сопротивления резисторов от температуры считать линейной, термодинамические свойства внешней среды во всех случаях идентичны, сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



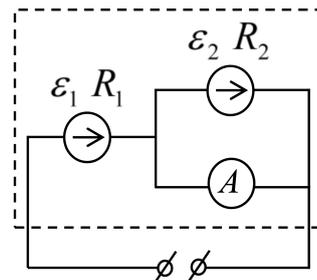
$$\boxed{\frac{I_c}{I_a} = \frac{m^2}{m+1} = m - \frac{1}{m+1} \approx m \text{ при } m \gg 1}$$

**3.14.15.** (Всесиб., 2022, 11) Амперметр, подключенный к батарее, показывает ток 1 А, тот же амперметр, подключенный к последовательно соединенным двум батареям, показывает ток 1,5 А. Что будет показывать амперметр, если к нему подключить очень большое количество последовательно соединенных батареек?

$$\boxed{I \approx \frac{1}{2} \text{ A}}$$

**3.14.16.** (Всесиб., 2019, 11) Из 4 одинаковых батареек одна полностью разряжена, а остальные три полностью заряжены. Как при помощи двух измерений, произведенных идеальным вольтметром, определить разряженную батарейку? Считать, что внутреннее сопротивление батареек при разряде не меняется.

**3.14.17.** (*Всесиб., 2022, 11*) Школьник из двух батареек с неизвестными параметрами (ЭДС и внутренним сопротивлением) собрал источник по схеме, изображенной на рисунке, и стал её тестировать. При разомкнутых клеммах собранного источника амперметр показывал ток  $J_\infty$ , при коротком замыкании клемм ток через амперметр был равен  $J_0$ . При подключении некоторой нагрузки ток через амперметр стал равен  $J_A$ . Определите, во сколько раз сопротивление нагрузки больше внутреннего сопротивления первой батарейки

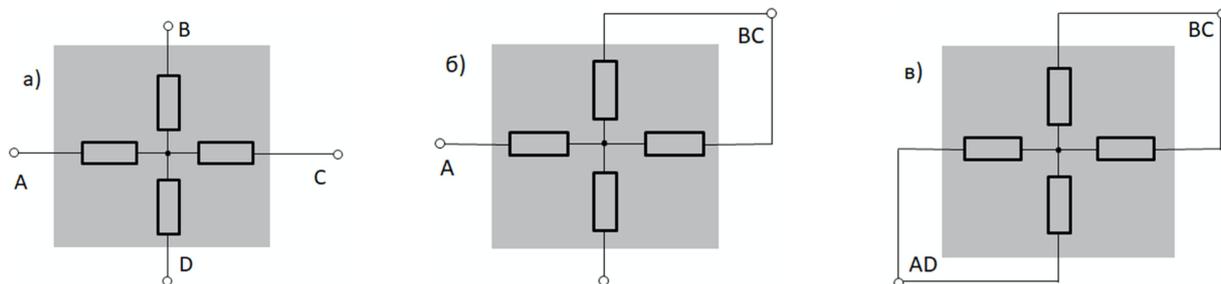


$$\frac{V_f - \infty_f}{0_f - V_f} = \frac{1}{x}$$

**3.14.18.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 11*) Из двух видов оловянной проволоки сделали предохранители. Проволока диаметром  $d_1 = 0,2$  мм плавится (и предохранитель разрывает электрическую цепь) при пропускании через нее тока  $I_1 = 1,8$  А. Проволока диаметром  $d_2 = 0,5$  мм плавится при пропускании тока  $I_2 = 5$  А. При каком токе разорвет цепь предохранитель, составленный из тонкой и толстой проволоки одинаковых длин, соединенных параллельно? Из десяти тонких и одной толстой проволоки одинаковых длин, соединенных параллельно? Считать, что сопротивление предохранителя много меньше сопротивления цепи.

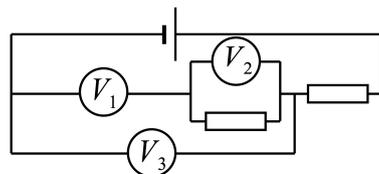
$$\forall s_1 = 101; \forall s'_2 = \frac{\xi p}{\xi p + \frac{1}{2} p}$$

**3.14.19.** (*Олимпиада КФУ, 2023, 11*) Четыре одинаковых резистора соединены как показано на рисунке (см. рис. а), и запаяны в диэлектрический куб с высокой теплопроводностью. Получившийся четырехполюсник подключают с помощью соединительных проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлением резистора, во всех случаях к одинаковому идеальному источнику напряжения. При подключении к клеммам  $A$  и  $B$  через источник протекает ток  $I_1 = 1,00$  А (см. рис. а). При подключении к клеммам  $A$  и  $BC$  — ток  $I_2 = 1,25$  А (см. рис. б). Какой ток будет протекать через источник, если подключить его к клеммам  $AD$  и  $BC$  (см. рис. в)? Сопротивление резисторов зависит от температуры по линейному закону. Считать, что из-за высокой интенсивности теплообмена внутри диэлектрического куба по сравнению с теплообменом куба с окружающей средой, температуры резисторов практически равны при любом варианте подключения. Температура и прочие параметры окружающей среды во всех случаях одинаковы. Радиационным теплообменом пренебречь. Все токи в задаче подразумеваются установившимися (через продолжительное время после подключения).



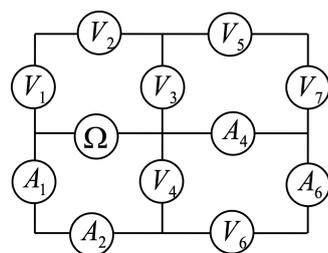
$$\forall 69'1$$

**3.14.20.** («Росатом», 2021, 11) Электрическая цепь (см. рис.) содержит идеальный источник, три одинаковых вольтметра и два одинаковых резистора. Известно, что показания вольтметра  $V_1$  отличаются от показаний вольтметра  $V_2$  в три раза, а вольтметр  $V_3$  показывает напряжение  $V_3 = 10$  В. Чему равно напряжение источника?



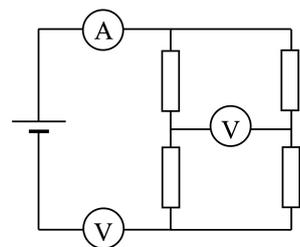
$$U_{\text{ист}} = \frac{8}{3} V_3 = 26,7 \text{ В}$$

**3.14.21.** (Инженерная олимпиада, 2022, 11) Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из четырех амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра  $V_3$ :  $U = 1$  В и амперметра  $A_4$ :  $I = 1$  мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра  $\Omega$ . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы по сравнению с сопротивлениями вольтметров.



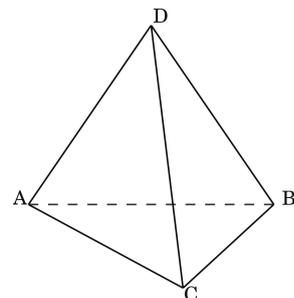
$$R_{\text{в}} = 10^6 \cdot 0,5 = \frac{I}{U} = 10^6 \cdot 1 = 10^6 \text{ Ом}; \quad R_{\text{ом}} = 10^6 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ Ом}$$

**3.14.22.** («Росатом», 2023, 11) Из источника напряжения, двух одинаковых вольтметров, амперметра и четырех резисторов, сопротивление двух из которых равно  $R$ , а двух —  $3R$ , собрали электрическую цепь, схема которой приведена на рисунке. Показания приборов составляют:  $U_1 = 0,5$  В,  $U_2 = 3$  В,  $I = 2$  мА. Найти величину  $R$ .



$$R = \frac{(U_2 - U_1)I}{U_1} = 375 \text{ Ом}$$

**3.14.23.** («Курчатов», 2020, 11) В тетраэдре  $ABCD$  каждое ребро представляет собой последовательно соединённые резистор и ЭДС с произвольными значениями  $R_i$  и  $\varepsilon_i$  соответственно, где  $i$  — номер ребра, например, 1 для ребра  $AB$ , 2 — для ребра  $BC$  и т.д. В ребро  $AB$  последовательно подсоединили ключ  $K$ , а в ребро  $CD$  — идеальный амперметр. При каких условиях на  $R_i$  для любых значений  $\varepsilon_i$  замыкание и размыкание ключа  $K$  не приведут к изменениям показаний амперметра?

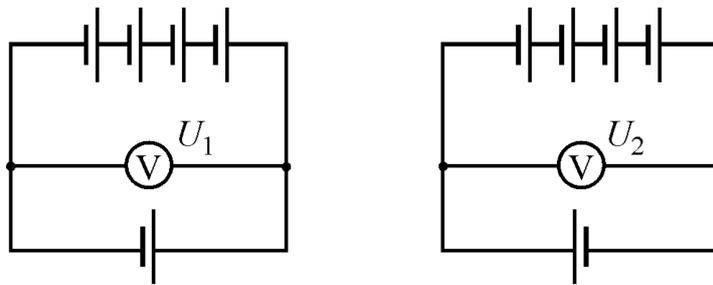


$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

## 3.15 Эквивалентный источник

Дополнительные задачи — в листке [Эквивалентный источник](#).

**3.15.1.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) Из десяти одинаковых источников питания, ЭДС каждого из которых равна 10 В, и двух идеальных вольтметров собрали две электрические цепи, схемы которых изображены на рисунке.



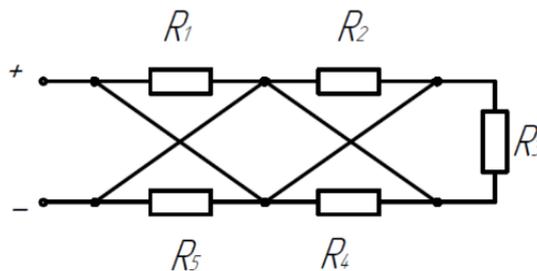
1. Чему равно показание вольтметра  $U_1$  (схема слева)? Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.
2. Чему равно показание вольтметра  $U_2$  (схема справа)? Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.

(0 2 16 1)

### 3.16 Вычисление сопротивлений

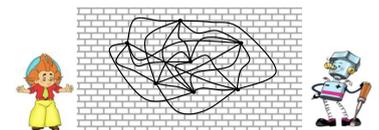
Дополнительные задачи — в листке [Вычисление сопротивлений](#).

**3.16.1.** («Шаг в будущее», 2023, 11) Рассчитать эквивалентное сопротивление цепи постоянного тока, представленной на рисунке, если сопротивления при нормальных условиях ( $0^\circ\text{C}$ ) равны  $R_1 = 1\ \text{Ом}$ ,  $R_2 = 2\ \text{Ом}$ ,  $R_3 = 3\ \text{Ом}$ ,  $R_4 = 4\ \text{Ом}$ ,  $R_5 = 5\ \text{Ом}$ . Во сколько раз изменится сопротивление схемы с повышением температуры до  $50^\circ\text{C}$ , если резисторы выполнены из меди, а температурный коэффициент меди равен  $0,043\ \text{K}^{-1}$ ? Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Ответ округлить до сотых.



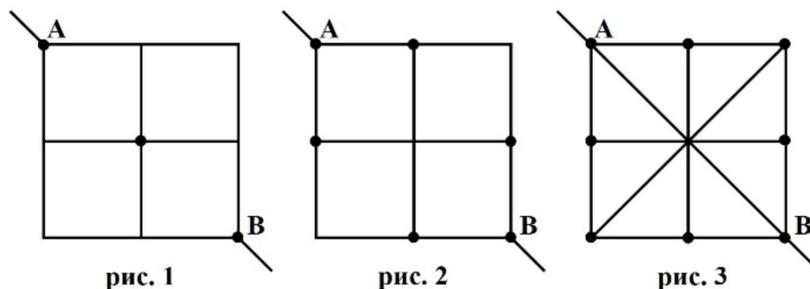
$R_{\text{экв}} = 0,44\ \text{Ом};$  в 3,16 раза

**3.16.2.** (Инженерная олимпиада, 2021, 11) Незнайка и Самоделкин провели следующий эксперимент. В кирпичную стену они вбили 2021 гвоздей. Затем они соединили каждый гвоздь с каждым кусками проволоки. Потом они подключили к двум, случайно выбранным гвоздям омметр (прибор для измерения сопротивления). Что покажет прибор? Считать, что все куски проволоки имеют одинаковое сопротивление  $r = 1\ \text{Ом}$ . Кирпич является диэлектриком. В точках пересечения проводов электрических контактов между ними нет (на рисунке показаны только семь из 2021 гвоздей).



$R = \frac{2r}{2021}$

**3.16.3.** («Надежда энергетики», 2017, 11) Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками А и В будет равно  $R_1$  (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями припоя, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками А и В будет равно  $R_2$ . Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками А и В. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

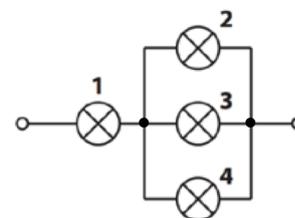


$$R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$$

## 3.17 Мощность тока

Дополнительные задачи — в листке [Мощность тока](#).

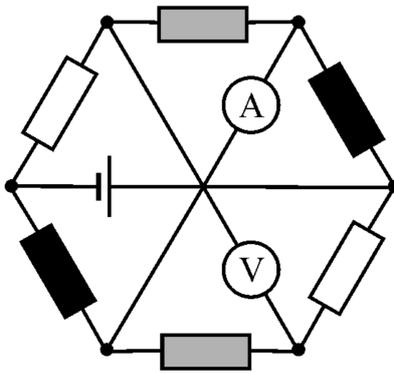
**3.17.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) Лампочки с двумя разными значениями сопротивлений соединены так, как показано на рисунке. Цепь подключили к источнику напряжения, и мощность, выделяющаяся в каждой из лампочек, оказалась одинаковой. Зависимость сопротивления лампочек от силы текущего через них тока можно пренебречь. Затем лампочку под номером 4 поменяли местами с лампочкой номер 1.



- Увеличилась или уменьшилась суммарная мощность, выделяющаяся в лампах, при подключении к тому же источнику напряжения?
  - увеличилась
  - уменьшилась
- Найдите отношение  $P_1/P_2$ , где  $P_1$  — суммарная мощность, выделяющаяся в цепи изначально, а  $P_2$  — суммарная мощность, выделяющаяся в цепи после перемены ламп местами. Ответ округлите до десятых долей.

$$1) \ 2,5$$

**3.17.2.** (Всеросс., 2021, МЭ, 11) Электрическая цепь состоит из идеальной батарейки с напряжением на выводах 9 В, идеального амперметра, идеального вольтметра и 6 резисторов. Сопротивление каждого белого резистора давно 1 кОм, каждого чёрного — 1,5 кОм, каждого серого — 2 кОм. В центре схемы электрического контакта между проводами нет!



1. Чему равно показание амперметра? Ответ выразите в миллиамперах, округлите до десятых долей.
2. Чему равно показание вольтметра? Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.
3. Найдите суммарную мощность, которая выделяется в резисторах. Ответ выразите в милливаттах, округлите до десятых долей.

1) 1,5; 2) 6; 3) 40,5

**3.17.3.** (Всеросс., 2023, МЭ, 11) Во сколько раз нужно повысить напряжение высоковольтной линии электропередачи, чтобы потери в ней при передаче той же мощности (т. е. мощности на входе линии) уменьшились в два раза?

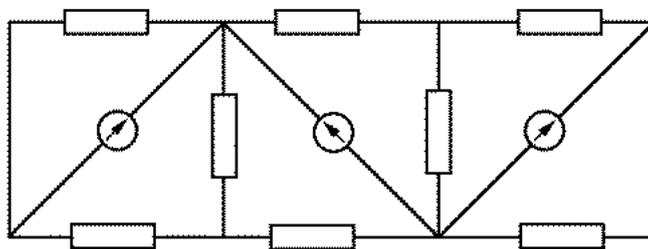
1. в  $\sqrt{2}$  раз;
2. в 2 раза;
3. в 4 раза;
4. в  $1/\sqrt{2}$  раз;
5. для ответа на вопрос недостаточно данных.

1

**3.17.4.** (Всеросс., 2023, МЭ, 11) К выводам батарейки с ЭДС 4,5 В и внутренним сопротивлением 2 Ом подключают однородную цилиндрическую проволочку. Затем проволочку отсоединяют, укорачивают вдвое и одну из половинок снова подключают к той же батарейке. Оказалось, что количества теплоты, выделяющиеся в проволочках в первом и во втором случаях за один и тот же промежуток времени, одинаковы. Чему равнялось сопротивление проволочки пока её не укоротили? Ответ выразите в Ом, округлите до десятых долей.

2,8

**3.17.5.** (*Всесиб., 2018, 11*) Из восьми резисторов и трех идеальных батареек (с пренебрежимо малыми внутренними сопротивлениями) собрана цепь. Найти суммарную мощность  $N$ , расходуемую батарейками. Сопротивление каждого резистора равно  $R = 5$  Ом, ЭДС каждой батарейки  $\mathcal{E} = 5$  В.

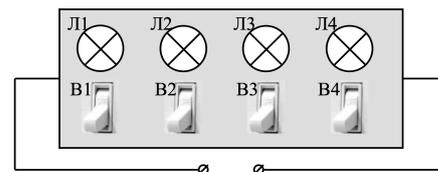


$$N = 50/3 \approx 16.67 \text{ Вт}$$

**3.17.6.** (*Всесиб., 2021, 11*) Идеальная батарейка с ЭДС  $\mathcal{E}$  подключена к трем последовательно соединенным резисторам. При этом в цепи выделяется мощность  $N_1$ . Если замкнуть первый резистор, выделяющаяся мощность равна  $N_2$ , а если замкнуть второй, мощность будет  $N_3$ . Найдите сопротивление каждого резистора.

$$R_1 = \frac{N_1}{I^2}, R_2 = \frac{N_2}{I^2}, R_3 = \frac{N_3}{I^2} + \frac{N_2}{I^2} - \frac{N_1}{I^2}$$

**3.17.7.** (*Инженерная олимпиада, 2021, 11*) Электрическое соединение четырех одинаковых ламп Л1, Л2, Л3 и Л4 спрятано в черный ящик с двумя выводами. Известно, что каждый из выключателей В1, В2, В3 и В4 соединен последовательно с лампой Л1, Л2, Л3 и Л4 соответственно. Когда все выключатели включены, все лампы горят. Если отключить выключатель В1 (остальные включены), то суммарная мощность, выделяемая в цепи, составляет  $P_1 = 90$  Вт, а если отключить выключатель В2 (остальные включены), то суммарная мощность, выделяемая в цепи составляет  $P_2 = 120$  Вт. Предложите простейшую схему черного ящика. Какая суммарная электрическая мощность выделяется в цепи, если все выключатели включены? Сопротивлением проводов пренебречь.



$$P = 150 \text{ Вт}$$

**3.17.8.** (*«Надежда энергетики», 2020, 11*) Для пропуска паводковых вод в плотине гидроэлектростанции существуют специальные водосбросы, закрываемые тяжелыми заслонками — водяными затворами. Такой затвор при необходимости поднимают специальным краном. Оцените установившуюся скорость подъема затвора, если его масса  $m = 100$  т, а двигатель крана подключен к сети с напряжением  $U = 380$  В, КПД крана равен 80%. В начальный момент времени затвор покоится, а затем большую часть времени движется равномерно. Измерения силы тока в зависимости от времени в обмотке электродвигателя, приводящего в действие подъемный механизм крана, проведенные при подъеме затвора представлены на графике.

$$v/m = 6.8 \cdot 10^{-4} = a$$

## 3.18 Электронагреватель

Дополнительные задачи — в листке [Электронагреватель](#).

**3.18.1.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 11*) Где температура нити работающей лампы накаливания выше?

1. У поверхности нити;
2. в центре нити;
3. везде одинакова;
4. недостаточно данных для ответа.

9

**3.18.2.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 11*) При последовательном подключении двух одинаковых резисторов к источнику напряжения ток постепенно снижался начиная с 5 А до установившегося значения 4,5 А. Температура резисторов при этом изменилась с 20 °С до 170 °С. До какой температуры нагреются резисторы при параллельном подключении и каков будет установившийся ток через каждый из резисторов? Считать, что сопротивление линейно зависит от температуры.

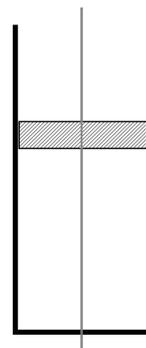
609

**3.18.3.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 11*) Вертикальный сосуд с газом закрыт поршнем. Вдоль сосуда проходит провод, нагревающий газ. Поршень свободно двигается вдоль провода.

Ток постепенно увеличивают, и при приближении тока к  $I_0$  поршень начинает быстро неограниченно подниматься. При пропускании тока  $I_0/2$  поршень останавливается на высоте  $h$ .

На какой высоте он остановится при пропускании тока  $I_0/4$ ?

**Примечание.** Стенки и дно сосуда теплоизолированы, потери тепла происходят только через поршень и пропорциональны разности температур с окружающей средой. Температура окружающей среды постоянна, отвод тепла от участка провода, находящегося вне сосуда, очень быстрый. Удельное сопротивление провода не зависит от температуры.

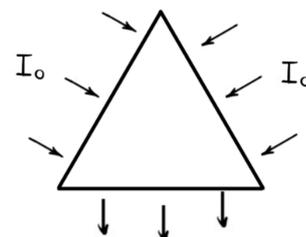


780

## 3.19 Локальный закон Ома

Дополнительные задачи — в листке [Локальный закон Ома](#).

**3.19.1.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 11*) В пластину в форме треугольной призмы толщиной  $h = 1$  мм, основание которой — равносторонний треугольник со стороной 10 см, ток подаётся равномерно через две боковые грани (на каждую по  $I_0 = 1$  А), а отводится через третью, тоже равномерно по всей её длине. Через треугольные основания призмы ток не проходит. Какая тепловая мощность выделяется в пластине, если удельное сопротивление её материала равно  $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ?



$P \approx 1732 \text{ Вт}$

## 3.20 Нелинейные элементы

Дополнительные задачи — в листках

- [Вольт-амперная характеристика](#)
- [Нелинейные элементы](#)

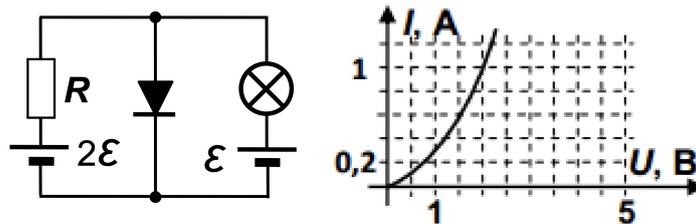
**3.20.1.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Пусть у нас есть два элемента, у которых зависимость тока от напряжения описывается заданными функциями:  $I = f_1(U)$  и  $I = f_2(U)$ . Как следует вычислять силу тока в цепи из двух этих элементов, подключённых последовательно к источнику с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ ?

$$(I)_{1-\mathcal{E}} + (I)_{1-f} = \mathcal{I} - \mathcal{E}$$

**3.20.2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Лампы накаливания обычно являются *нелинейными* элементами электрических цепей — ток в них не пропорционален напряжению. Допустим, у нас есть набор ламп, для которых связь тока и напряжения даётся формулой  $I(U) = I_0 \sqrt{\frac{U}{U_0}}$ , где значения  $I_0$  и  $U_0$  соответствуют номинальному режиму. Кроме того, мы можем использовать набор одинаковых батарей с ЭДС  $\mathcal{E} = U_0$ . Если подключить одну лампу к одной батарее, на лампе будет выделяться мощность  $P = \frac{27}{64} P_0$  ( $P_0$  — номинальная мощность). Из какого *минимального* количества последовательно соединённых ламп надо составить гирлянду, чтобы при подключении её к некоторому количеству последовательно соединённых батарей все лампы гирлянды работали в точности в номинальном режиме? Сколько батарей нужно будет для этого использовать?

$$\text{из набора } \mathcal{E} = U_0 \text{ батарей } k = 12 \text{ использовать}$$

**3.20.3.** («Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11) Какой будет сила тока, текущего через диод, ВАХ (вольт-амперная характеристика) которого изображена в задаче на рисунке справа, если его подключить к источнику с ЭДС 4 В и внутренним сопротивлением 4 Ом?



$$\sqrt{0.6} \approx \mathcal{I}$$

**3.20.4.** («Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11) На рисунке слева показана схема с диодом, ВАХ которого в открытом состоянии изображена на рисунке справа. У лампы ВАХ описывается выражением  $I = I_0 \sqrt{\frac{U}{\mathcal{E}}}$ , где  $I_0 = 0,5$  А. Внутренние сопротивления обоих источников пренебрежимо малы, величина  $\mathcal{E} = 5$  В, сопротивление резистора  $R = 20$  Ом. Найдите мощность, потребляемую диодом.

$$P = UI = 1,43 \text{ Вт}$$

**3.20.5.** («Надежда энергетики», 2022, 11) Анод и катод вакуумного диода представляют собой плоскопараллельные пластины, которые подключены к источнику постоянного напряжения через реостат. При изменении сопротивления реостата напряжение на диоде связано с силой тока в цепи выражением  $U = C\sqrt[3]{I^2}$ . Как изменится сила давления электронов о поверхность анода, если напряжение между пластинами увеличить в 3 раза? Начальной скоростью электронов пренебречь.

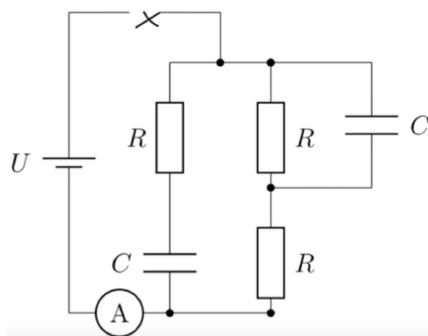
6

## 3.21 Цепи с конденсаторами

Дополнительные задачи — в листках

- Цепь с конденсатором
- Ток через конденсатор

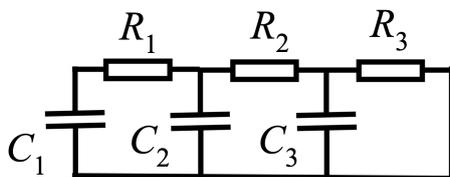
**3.21.1.** (Всеросс., 2022, МЭ, 11) Электрическая цепь (см. рисунок) состоит из идеальной батарейки с напряжением 9 В, трёх одинаковых резисторов сопротивлением 100 Ом каждый, двух одинаковых конденсаторов и идеального амперметра. Первоначально ключ разомкнут, а конденсаторы не заряжены.



1. Найдите показание амперметра сразу после замыкания ключа. Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.
2. Найдите показание амперметра спустя длительное время после замыкания ключа. Ответ выразите в мА, округлите до целого числа.

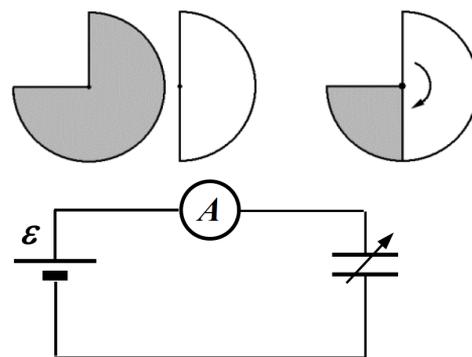
1) 180; 2) 45

**3.21.2.** (Всесиб., 2023, 11) Из трех одинаковых конденсаторов и трех разных резисторов собрана изображенная на рисунке схема. Конденсаторы разряжаются, причем напряжение на конденсаторе  $C_1$  всегда в 2 раза больше, чем на  $C_2$ , а на  $C_2$  в 2 раза больше, чем на  $C_3$ . Определите сопротивление резисторов  $R_2$  и  $R_3$ , если сопротивление резистора  $R_1$  равно  $R$ .



$R_2 = R/3, R_3 = 2R/7$

**3.21.3.** (*Всесиб., 2018, 11*) Одна обкладка конденсатора переменной емкости имеет форму полукруга, а вторая — трех четвертей круга радиуса  $R$  (см. верхний рисунок). Обкладки закреплены на общей оси, зазор между ними  $d$  мал по сравнению с  $R$ . Вначале обкладки перекрываются, а затем полукруг начинают равномерно вращать так, что он делает полный оборот за время  $T$ . Конденсатор присоединен к источнику, имеющему ЭДС  $\mathcal{E}$ , через амперметр (см. нижний рисунок). Найти зависимость тока через амперметр от времени, нарисовать график.

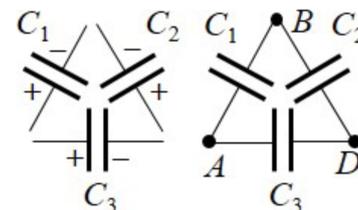


$$\oint \frac{pL}{\epsilon Hx} 0z = 0r$$

## 3.22 Соединения конденсаторов

Дополнительные задачи — в листке [Соединения конденсаторов](#).

**3.22.1.** (*«Надежда энергетики», 2015, 11*) Три конденсатора  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  одинаковой ёмкости зарядили до напряжений  $U_1 = 1$  В,  $U_2 = 2$  В и  $U_3 = 3$  В соответственно и затем соединили «треугольником» (см. рис.). Найдите разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  между точками  $A$  и  $B$ .



$$\forall \frac{\epsilon}{L} = \frac{\epsilon}{\epsilon_L + \epsilon_L + \epsilon_L} = \epsilon \phi - \nu \phi$$

**3.22.2.** (*Инженерная олимпиада, 2023, 11*) 2023 конденсатора соединили параллельно и подключили к источнику электрического напряжения. Затем источник отключили. Придумайте простейшее механическое устройство, которое меняло бы соединение всех конденсаторов на последовательное при одном переключении. Опишите конструкцию этого устройства и принцип его работы. Как изменится при таком переключении напряжение на батарее конденсаторов и ее энергия?

$$U = 2023\mathcal{E}, W^{\text{кон}} = \frac{2}{2023C\mathcal{E}^2}$$

## 3.23 Переходные процессы в RC-цепях

Дополнительные задачи — в листке [Переходные процессы в RC-цепях](#).

**3.23.1.** (*Всеросс., 2021, ШЭ, 11*) Незаряженный конденсатор ёмкостью  $1$  нФ подключили ко второму конденсатору, который до подключения был заряжен до напряжения  $300$  В. В результате подключения первый конденсатор приобрёл заряд  $0,2$  мкКл.

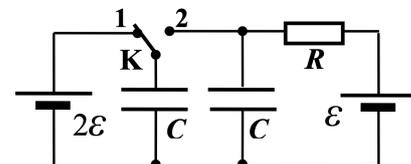
- Какова ёмкость второго конденсатора? Ответ выразите в нФ, округлите до целого числа.
- Какова конечная энергия второго конденсатора? Ответ выразите в мкДж, округлите до целого числа.
- Какое количество теплоты выделилось в системе при перезарядке конденсаторов? Ответ выразите в мкДж, округлите до целого числа.

$$(1) 1; 2; 2) 40; 3) 30$$

**3.23.2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Какое количество теплоты выделяется в резисторе, через который протёк заряд  $\Delta q$ , и при этом по мере перемещения заряда напряжение на нём *линейно* уменьшалось от  $U_0$  до  $U_1$ ?

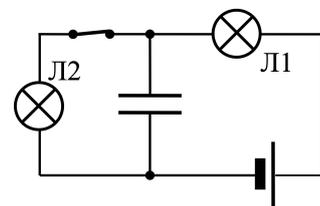
$$b \nabla \frac{\zeta}{\tau \Omega + \theta \Omega} = \partial$$

**3.23.3.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) В схеме, изображённой на рисунке, ключ долгое время находился в положении 1. Какое количество теплоты выделится в резисторе после перевода его в положение 2?  $\mathcal{E} = 12$  В,  $C = 10$  мкФ, внутреннее сопротивление аккумуляторов одинаковы и в  $n = 3$  раза меньше сопротивления резистора. Сопротивление проводов, а также индуктивность контура с конденсаторами пренебрежимо малы.



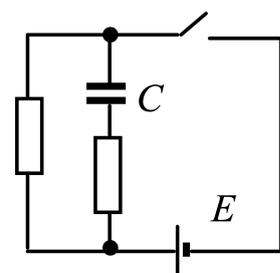
$$\text{ж } \mathcal{Q} = \frac{(1+u)E}{n} C \mathcal{E}^2 = 0.27 \text{ мДж}$$

**3.23.4.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) В схеме, показанной на рисунке, при замкнутом ключе обе лампы светились, потребляя одинаковую мощность. После размыкания ключа лампа Л1 вспыхнула и перегорела, причём заряд конденсатора успел вырасти ровно в два раза по сравнению с его величиной при замкнутом ключе. Найдите заряд конденсатора, накопленный до размыкания ключа. Какая энергия выделилась в Л1 после размыкания ключа? Величину сопротивления ламп можно считать примерно постоянной. Сопротивление Л1 равно внутреннему сопротивлению источника, ЭДС батареи равна  $\mathcal{E} = 36$  В, ёмкость конденсатора  $C = 400$  мкФ.



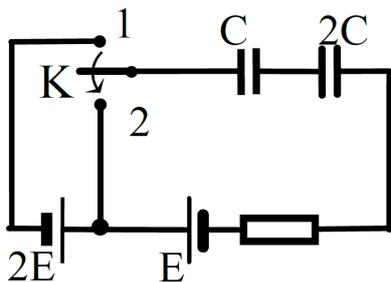
$$q = \frac{C \mathcal{E}}{3} = 4.8 \text{ мКл}; \mathcal{Q}_1 = \frac{C \mathcal{E}^2}{2} = 43.2 \text{ мДж}$$

**3.23.5.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 11) В схеме, приведенной на рисунке, батарею с ЭДС  $E$  подключили, замкнув ключ, к конденсатору ёмкости  $C$  и двум резисторам, сопротивления которых отличаются в два раза. Через некоторое время, когда токи через резисторы стали одинаковыми, ключ разомкнули. Сколько тепла выделилось в резисторе с меньшим сопротивлением при замкнутом ключе и после размыкания ключа?



$$\text{при замкнутом ключе выделится } 3CE^2/8, \text{ а после размыкания } CE^2/24$$

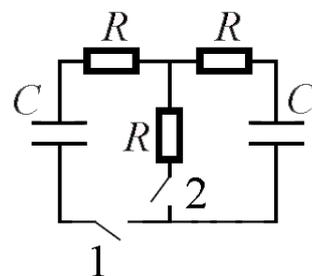
**3.23.6.** («Шаг в будущее», 2022, 11) Найдите количество теплоты  $Q$ , которое выделится в цепи при переключении ключа  $K$  из положения 1 в положение 2. Параметры элементов цепи, изображённых на рисунке, считать известными.



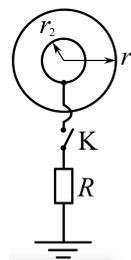
$$\frac{2E}{C} = \frac{E}{2C} = \frac{E}{C} = \frac{E}{C}$$

**3.23.7.** (Всесиб., 2015, 11) Исходно на левом конденсаторе напряжение  $V_0$ , правый конденсатор не заряжен, и оба ключа разомкнуты. Сначала замыкают ключ 1, затем, дождавшись установления равновесия, замыкают ключ 2. Найдите тепло, выделившееся на каждом из сопротивлений.

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C} = \frac{q}{C} = \frac{q}{C}$$



**3.23.8.** («Физтех», 2022, 11) Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами  $r_1$  и  $r_2$  образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится положительный заряд  $Q$ , внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ  $K$  и резистор  $R$ . Ключ замыкают.

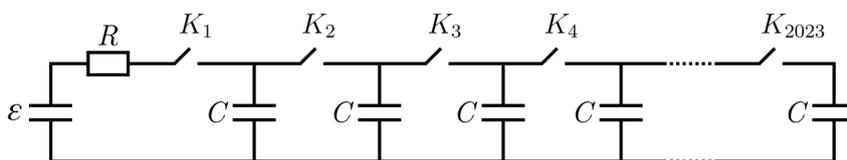


1. Найти заряд  $q$  внутреннего шара после замыкания ключа.
2. Найти энергию  $W_0$  электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
3. Какое количество теплоты  $W$  выделится в резисторе  $R$  после замыкания ключа?

Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

$$\frac{Q}{4\pi r_2^2} = \frac{Q}{4\pi r_1^2} = \frac{Q}{4\pi r_1^2} = \frac{Q}{4\pi r_1^2}$$

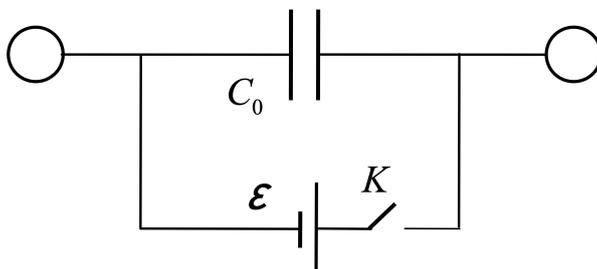
**3.23.9.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 11) В двух одинаковых цепях, схема которых изображена на рисунке, в начальный момент все конденсаторы не заряжены и все ключи разомкнуты. В цепях начинают по очереди замыкать ключи: в первой — от ключа  $K_1$  к ключу  $K_{2023}$  ( $K_1 \rightarrow K_{2023}$ ), во второй — в обратном порядке ( $K_1 \leftarrow K_{2023}$ ), выжидая каждый раз достаточно длительное время, чтобы конденсаторы перезарядились. Во сколько раз количество теплоты, которое выделится на резисторе  $R$  после замыкания последнего ключа ( $K_{2023}$ ) в первой схеме, меньше количества теплоты, выделяющегося на том же резисторе при замыкании ключа  $K_1$  во второй?



**Примечание.** Внутренним сопротивлением источника пренебрегите.

4,09 · 10<sup>6</sup>

**3.23.10.** («Курчатов», 2022, 11) При помощи длинных тонких проводов обкладки плоского конденсатора емкостью  $C_0 = 3,5$  пФ присоединены к двум одинаковым металлическим шарикам радиуса  $R = 2,7$  см (каждая обкладка присоединена к одному шарик). Вся система подключена к батарее с ЭДС  $\mathcal{E} = 12$  В через ключ  $K$ . Сначала ключ разомкнут, конденсатор и шарики не заряжены. Найдите количество теплоты  $Q$ , выделившееся в цепи после замыкания ключа. Считайте, что  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$  м/Ф.

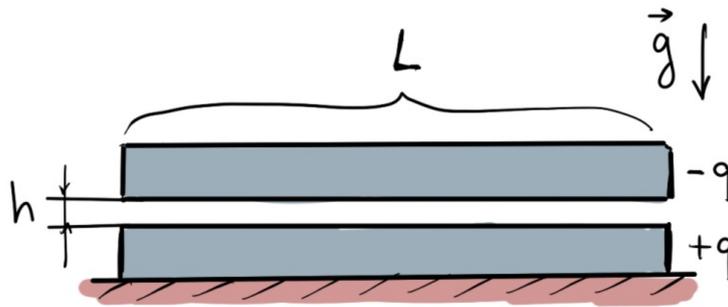


$Q = \frac{\mathcal{E}^2}{2} \left( \frac{C_0}{R} + C \right) = 0$

## 3.24 Подвижная пластина

Дополнительные задачи — в листке [Подвижная пластина](#).

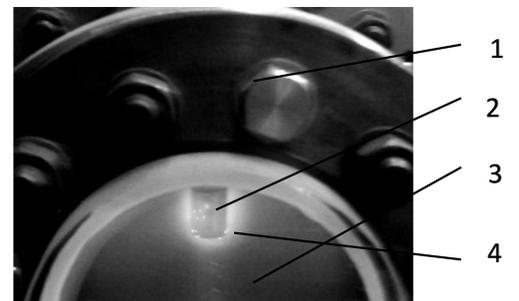
**3.24.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 11) На столе удерживают толстую квадратную металлическую плиту с зарядом  $q$  и массой  $M$  со сторонами  $L \times L$ . Над плитой помещают такую же плиту, но с зарядом  $-q$ , при этом между плитами остаётся небольшой зазор  $h$ , много меньший размеров плит. До какой максимальной скорости разгонится верхняя плита до соударения с нижней, если плиты предоставить самим себе? Ускорение свободного падения равно  $g$ .



$$\left( \frac{WS^0 \varepsilon \zeta}{\varepsilon^b} + b \right) \frac{\zeta^b}{\chi WS^0 \varepsilon} \wedge = \text{хещи а эъени} ; \chi \left( \frac{WS^0 \varepsilon \zeta}{\varepsilon^b} + b \right) \zeta \wedge = \text{хещи а ол } b ; b \gg WS^0 \varepsilon / \varepsilon^b \text{ илгэ}$$

### 3.25 Электрический ток в газах

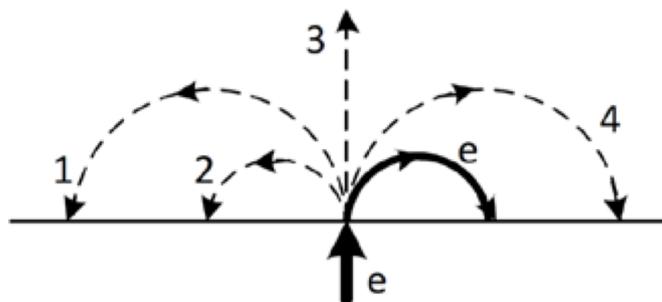
**3.25.1.** («Надежда энергетики», 2018, 11) В лаборатории физики плазмы Института тепловой и атомной энергетики НИУ МЭИ на специальной установке проводятся исследования материалов первой стенки термоядерного реактора. Установка представляет из себя герметичную цилиндрическую камеру 1 (см. фото), в которой находится гелий под давлением много ниже атмосферного. Камера выполнена из нержавеющей стали и заземлена. Через боковую стенку внутрь камеры введён электрод 2, представляющий из себя изолированный от камеры металлический стержень с закруглением на конце. И камера, и стержень находятся при комнатной температуре. В одном из экспериментов через кварцевое окно 3 в торцевой стенке камеры исследователи заметили следующее явление. При подаче на электрод отрицательного потенциала около 1000 В вокруг стержня наблюдалось свечение 4. Как вы думаете, что является причиной данного свечения? Почему светится в основном область вблизи электрода?



### 3.26 Сила Лоренца

Дополнительные задачи — в листке [Сила Лоренца](#).

**3.26.1.** (Всеросс., 2020, МЭ, 11) В однородное магнитное поле влетает электрон  $e$  и движется по дуге окружности. Траектория электрона показана жирной линией. По какой из траекторий будет двигаться протон, влетевший в это поле с таким же импульсом?



А) 1

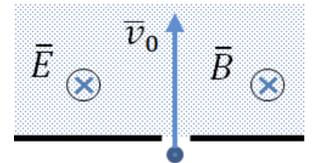
- Б) 2
- В) 3
- Г) 4

Г

**3.26.2.** («Надежда энергетики», 2016, 11) Частица с зарядом  $q$  и массой  $m$  в момент времени  $t = 0$  начинает движение в магнитном поле таким образом, что её координаты  $(x, y, z)$  в любой момент времени удовлетворяют условиям:  $x^2 + y^2 = b^2$ ,  $z = k \cdot t$ , где  $b$  и  $k$  — известные постоянные. Скорость частицы в любой момент времени направлена под углом  $45^\circ$  к линиям магнитной индукции. Определите величину магнитной индукции. Силой тяжести можно пренебречь.

$\frac{qb}{qm} = g$

**3.26.3.** (Олимпиада КФУ, 2022, 11) Область с постоянными электрическим  $\vec{E}$  и магнитным  $\vec{B}$  полями отделена бесконечной перегородкой. Поля сонаправлены и перпендикулярны плоскости рисунка. Частица с массой  $m$  и зарядом  $q$  влетает со скоростью  $\vec{v}_0$  через маленькое отверстие в область с постоянными полями перпендикулярно перегородке. На каком расстоянии от отверстия, через которое влетела частицы, она ударится об перегородку? Силой тяжести можно пренебречь.

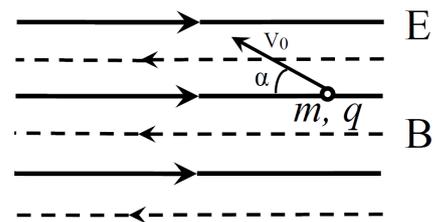


$\sqrt{\left(\frac{qb}{0amz}\right) + \left(\frac{zBbz}{uzxz}\right)}$

**3.26.4.** (Всесиб., 2023, 11) Внутри прямой правильной треугольной призмы создано однородное магнитное поле индукции  $B$ , направленное вдоль оси призмы. С оси призмы вылетела частица массы  $m$ , имеющая заряд  $q$ . Какое предельно большое время частица могла находиться внутри призмы с момента старта с оси, если она вышла за пределы призмы?

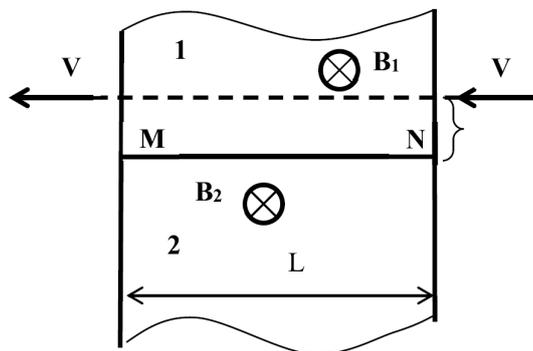
$\frac{4\pi m}{3qB}$

**3.26.5.** («Шаг в будущее», 2022, 11) Частица массы  $m$  с положительным зарядом  $q$  находится в однородном электрическом и магнитном полях. Напряжённость электрического поля  $E$ . Линии индукции магнитного поля параллельны силовым линиям электрического поля. В начальный момент частице сообщают скорость  $v_0$ , направленную под углом  $\alpha$  к линиям индукции. Через некоторое время частица возвращается в начальную точку. Найдите время, через которое частица вернётся в начальную точку. Найдите индукцию магнитного поля  $B$ , при которой возвращение в начальную точку возможно.



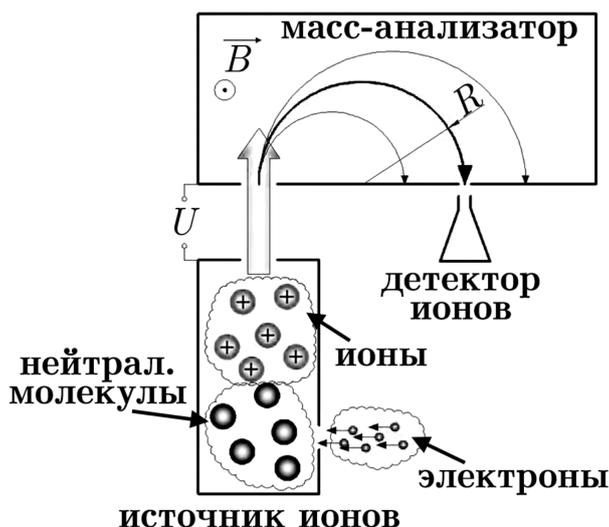
$t_1 = \frac{2m v_0 \cos \alpha}{q E N} ; B N g = \frac{q E}{v_0 \cos \alpha} ; \dots$

**3.26.6.** («Шаг в будущее», 2023, 11) Положительно заряженная микрочастица, при движении справа налево по прямой траектории (см. рис.), влетает в область, где создано магнитное поле. Эта область имеет форму длинной полосы ширины  $L$ , перпендикулярной к траектории частицы. Она состоит из двух частей 1 и 2, в каждой из которых создано однородное магнитное поле, а векторы полей  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  направлены от наблюдателя и перпендикулярно к вектору скорости частицы. Граница частей  $MN$  параллельна траектории частицы. Частица влетает в область 1 на расстоянии  $S$  от границы  $MN$  и вылетает из магнитного поля, двигаясь по той же траектории. Известно, что при движении в магнитном поле частица один раз побывала в области 2. Определите отношение ширины полосы магнитного поля  $L$  к расстоянию  $S$  при условии, что время движения частицы в области 1 в 6 раз больше времени её движения в области 2, а отношение величин индукций полей равно  $B_2/B_1 = 3$ . Считать, что области полей имеют четкие границы, излучением и влиянием силы тяжести пренебречь.



$$69800869L'0 = \frac{(v \sin \alpha - 1)}{v \sin \alpha} \left( \frac{1}{2} \frac{v}{R} - 1 \right) \tau = \frac{S}{T}$$

**3.26.7.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 11) На рисунке представлена блок-схема простейшего масс-спектрометра. Принцип работы данной установки можно описать так:



1. в источнике ионов нейтральные атомы или молекулы ионизируются электронным ударом;
2. получившиеся ионы ускоряются разностью потенциалов  $U$  и попадают в масс-анализатор;
3. в масс-анализаторе ионы оказываются в области однородного магнитного поля  $B$ , причём скорости частиц перпендикулярны линиям индукции магнитного поля;

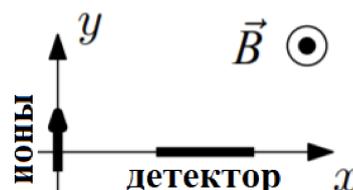
4. далее, через узкую щель ионы попадают в детектор.

Считая детектор неподвижным относительно масс-анализатора, найдите, во сколько раз необходимо изменить индукцию магнитного поля  $B_2/B_1$ , чтобы в детектор попадали ионы той же массы, что и при магнитном поле  $B_1$ , но с зарядом, на единицу большим (в единицах элементарного заряда).

**Примечание.** Учитывайте при расчёте, что скорость ионов на выходе из источника (до ускорения электрическим полем) равна нулю. Заряд ионов, которые попадали в детектор в магнитном поле  $B_1$ , равен  $Ze$ , где  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $Z$  примите равным 18.

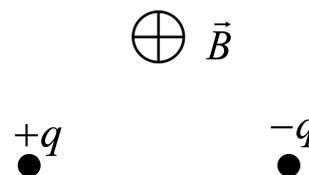
Э26'0

**3.26.8.** («Курчатов», 2021, 11) Методом масс-спектрометрии в лаборатории был проведен эксперимент по исследованию некоторого вещества. Измеренная молярная масса вещества составила  $\mu_1 = 86,1$  г/моль. Вещество было ионизировано (каждый атом потерял один электрон), затем ускорено в электрическом поле с разностью потенциалов  $U = 4$  кВ и направлено в магнитное поле с индукцией  $B = 0,89$  Тл. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости движения ионов и действует в области  $y > 0$ . Начальная скорость ионов направлена по оси  $y$ . Вещество попало под действие магнитного поля в начале координат. Было замечено, что небольшое количество вещества попало на детектор на расстояние  $d = 0,1$  см дальше по оси  $x$  относительно попадания остального количества вещества. Исходя из этого было сделано предположение, что некоторое количество атомов-изотопов в исследуемом веществе имеет другую молярную массу. Найдите молярную массу  $\mu_2$  этого изотопа. Число Авогадро  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ , а заряд электрона равен  $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.



$$\mu_2 = \mu_1 \left( \frac{q_2}{q_1} \sqrt{\frac{2U}{m_1}} + \frac{1}{2} \right)^2$$

**3.26.9.** («Росатом», 2022, 11) Две частицы с одинаковыми массами  $m$  и зарядами  $q$  и  $-q$  ( $q > 0$ ) удерживают на расстоянии  $l$  друг от друга в однородном магнитном поле, которое перпендикулярно отрезку, соединяющему частицы. Частицы отпускают. При какой минимальной индукции магнитного поля  $\vec{B}$  частицы не столкнутся? На какое минимальное расстояние в этом случае сблизятся частицы?



$$B_{\min} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{2m}{q}}$$

## 3.27 Сила Ампера

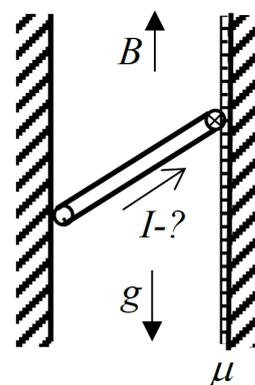
Дополнительные задачи — в листке [Сила Ампера](#).

**3.27.1.** (Всеросс., 2022, МЭ, 11) К выводам батарейки с ЭДС 6 В подключены три соединённые параллельно гибкие проволочки — красная, жёлтая и зелёная. По ним текут токи силой 5 А (по красной), 4 А (по жёлтой) и 3 А (по зелёной). Проволочки не выпрямлены, а смяты комком, но поскольку они покрыты изолирующим лаком, то в местах их механических контактов электрических контактов нет. Вся эта конструкция находится в однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл. На всю красную проволочку (от места её контакта с «+» выводом батарейки до места контакта с «-» выводом батарейки) действует сила Ампера, модуль которой равен 1 Н.

1. Какая сила Ампера действует на жёлтую проволочку? Ответ выразите в Н, округлите до десятых долей.
2. Какая сила Ампера действует на зелёную проволочку? Ответ выразите в Н, округлите до десятых долей.
3. Какая сила Ампера действует на батарейку? Ответ выразите в Н, округлите до десятых долей.
4. Чему равно расстояние от «+» вывода батарейки до «-» вывода, если вектор, соединяющий выводы батарейки, перпендикулярен направлению магнитного поля? Ответ выразите в см, округлите до целого числа.

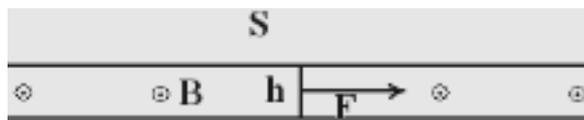
(1) 0,8; (2) 0,6; (3) 2,4; (4) 10

**3.27.2.** (*Всесиб.*, 2019, 11) В промежутке между двумя параллельными вертикальными стенками создано вертикальное магнитное поле с индукцией  $B$ . В промежуток между стенками шириной  $L$  вставлена прямоугольная рамка размера  $a \times b$  и массы  $m$  (на рисунке вид сбоку). Стороны рамки длины  $b$  касаются стенок по всей своей длине и горизонтальны, и  $a > L$ . Рамка удерживается благодаря тому, что в ней создается ток. Определите минимальную величину этого тока, если трение между рамкой и левой стенкой отсутствует, а коэффициент трения между рамкой и правой стенкой равен  $\mu$ . Ускорение свободного падения  $g$ .



$$\left( \frac{zI - z^v \wedge z}{I} + \frac{r}{I} \right) \frac{gq}{b\mu} = \mu \omega I$$

**3.27.3.** (*Всесиб.*, 2017, 11) Параллельные пластины площади  $S$  с малым зазором  $h$  между ними соединены перемычкой. Систему стали тянуть с постоянной силой  $F$ , направленной вправо. Магнитное поле между пластинами перпендикулярно плоскости рисунка не меняется и равно  $B$ . Суммарная масса пластин и перемычки  $m$ , их электрические сопротивления нулевые. Найдите напряжённость электрического поля, возникающего в зазоре через время  $t$  от начала движения. Силой тяжести пренебречь.



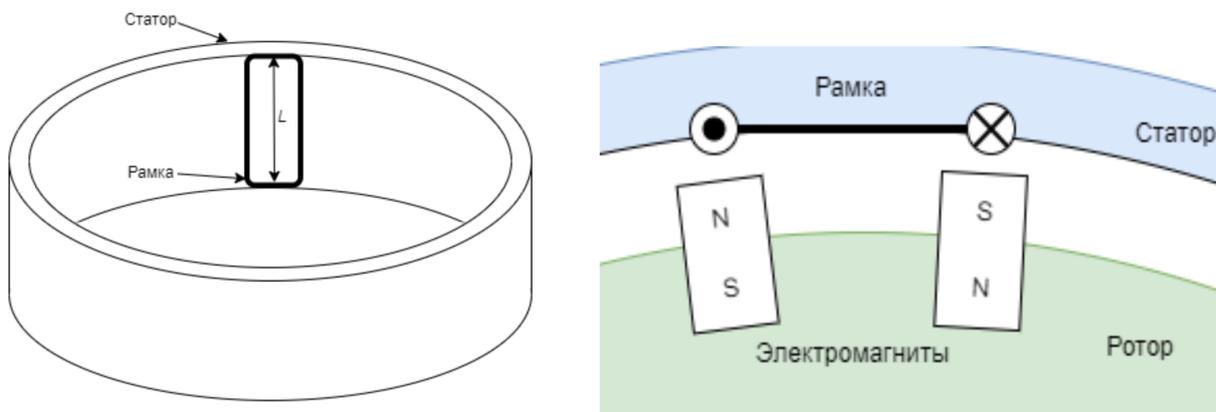
$$E = BFt / (m + \epsilon_0 B^2 h S)$$

**3.27.4.** (*«Надежда энергетики»*, 2019, 11) Для определения свойств электролита в лаборатории Электрохимической энергетики НИУ «МЭИ» был проведён следующий эксперимент. Жидкий электролит массой  $m$  с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  был налит до высоты  $h$  в прямоугольный сосуд, две стенки которого были изготовлены из металла, а дно и другие две стенки — из диэлектрика. Расстояние между диэлектрическими стенками равно  $a$ . К металлическим стенкам сосуда приложено напряжение  $U$ , а весь сосуд помещён в однородное магнитное поле с индукцией  $B$ , линии индукции которого вертикальны. Определите разность уровней электролита между стенками сосуда. Магнитным полем тока в электролите пренебречь.

$$\Delta h = h \frac{\rho m}{U} B a^2$$

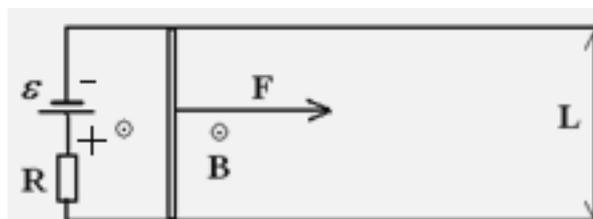


**3.28.2.** («Надежда энергетики», 2021, 11) Гидрогенератор на ГЭС устроен следующим образом: в статоре генератора размещены прямоугольные рамки, состоящие из нескольких витков толстого медного провода, как показано на рис. 1. На вращающемся внутри статора роторе генератора закреплены электромагниты, расположенные так, чтобы при вращении ротора северный и южный полюса соседних магнитов одновременно находились напротив вертикальных сторон одной и той же рамки (см. рис. 2). В статор вмонтировано  $n = 24$  последовательно соединенных рамки, модуль магнитной индукции однородного магнитного поля в зазоре между полюсами магнитов и статором равен  $B = 1$  Тл, радиус ротора  $R = 3$  м, ротор вращается с частотой  $\nu = 120$  об/мин. Каждая рамка содержит  $N = 10$  витков и, так же как и полюса всех магнитов, имеет высоту  $L = 1$  м. Определите максимальное напряжение на выходе такого генератора. Толщиной воздушного зазора между ротором и статором можно пренебречь.



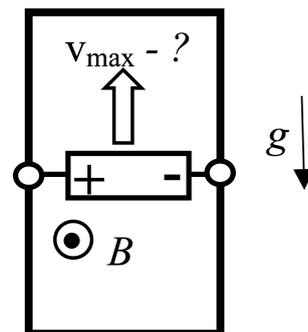
$$U = 4\pi n R B L N \approx 18 \text{ кВ}$$

**3.28.3.** (Всесиб., 2016, 11) Идеальная батарея с эдс  $\mathcal{E}$  через резистор с сопротивлением  $R$  подключена к длинным параллельным проводам, замкнутым подвижной массивной перемычкой длины  $L$ . Система находится в однородном магнитном поле  $B$ , перпендикулярном плоскости рисунка. В момент, когда скорость перемычки равна нулю, ее начинают тянуть вправо с силой  $F$ . Укажите диапазон изменения тепловой мощности, выделяющейся на резисторе при движении перемычки. Сопротивлением проводов и перемычки пренебречь, трения нет.



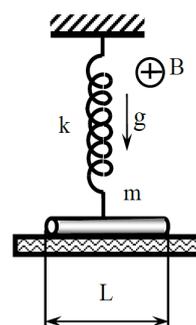
$$P_{\text{т}} N_0 = \mathcal{E}^2 / R \text{ до } 0 \text{ до } N_0 \mathcal{E} = (F / LB)^2 R$$

**3.28.4.** (*Всесиб., 2020, 11*) Боковые стороны вертикально стоящей идеально проводящей рамки соединены подвижной переключкой, в виде батарейки с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ , выводы которой скользят вдоль этих сторон. Рамка находится в перпендикулярном ее плоскости однородном магнитном поле. Если поле достаточно велико, переключка поднимается вверх с некоторой установившейся скоростью. Какое максимальное значение может иметь эта скорость при оптимальном магнитном поле? Масса переключки равна  $m$ . Ускорение свободного падения  $g$ .



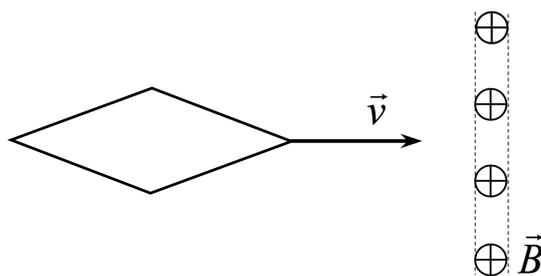
$$\frac{4\mathcal{E}^2}{\tau g}$$

**3.28.5.** (*«Шаг в будущее», 2022, 11*) Однородный проводящий стержень длины  $L$  и массы  $m$  подвешен на пружине жёсткости  $k$  и лежит на горизонтальной платформе. В начальный момент пружина не деформирована. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , линии которой расположены в горизонтальной плоскости перпендикулярно оси стержня. Платформу начинают опускать с ускорением  $a$  ( $a < g$ ). Определите максимальное значение разности потенциалов, возникающей между концами стержня.



$$BL \cdot \sqrt{\frac{k}{m}(2ag - a^2)} = U_{\max}$$

**3.28.6.** (*«Росатом», 2023, 11*) Проводящий контур в форме ромба со стороной  $a$  и с отношением диагоналей  $2 : 1$  движется с постоянной скоростью  $v$  вдоль более длинной диагонали. Контур пересекает узкую область шириной  $d$ , в которой создано магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , перпендикулярной плоскости контура. Найти количество теплоты, которое выделится в контуре за время его пролета через область поля. Электрическое сопротивление контура  $R$ . Считать, что ширина области поля  $d$  много меньше  $a$ . Границы области поля перпендикулярны скорости контура.



$$\frac{4aB^2 d^2 v}{\tau R} = Q$$

**3.28.7.** (*Олимпиада КФУ, 2021, 11*) Исследуемая система представляет собой циферблат от настенных часов (без часового механизма) с металлическими стрелками. Циферблат окаймлен проводящим недеформируемым ободом. Стрелки находятся в электрическом контакте с ободом и друг с другом (на оси). Стрелки могут свободно вращаться без сухого трения. Диаметр обода  $D$ , сопротивление стрелок и обода на единицу длины  $\tau$ . Стрелки имеют одинаковую массу и длину. Циферблат расположен горизонтально и помещен в достаточно сильное постоянное однородное магнитное поле  $B$ , направленное перпендикулярно плоскости циферблата. В начальный момент времени часы «показывают» ровно 4 часа (см. рис.) и находятся в состоянии

покоя.

К точкам обода «12» и «4» подключают батарейку с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r = D\tau/4$ . Сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь. Найдите силу, действующую на стрелки в момент подключения батарейки. Найти положение стрелок, когда они окончательно остановятся. Изобразите качественный (без масштаба осей) характер зависимости тока через «минутную» стрелку от времени. За положительное направление тока примите ток от обода к центру. Магнитным взаимодействием между стрелками можно пренебречь.

$$\frac{(6+\pi 0)\mathcal{E}}{B} = \mathcal{I}$$

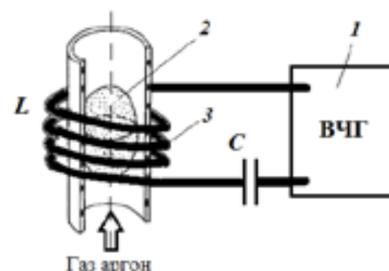
### 3.29 Вихревое электрическое поле

Дополнительные задачи — в листке [Вихревое электрическое поле](#).

**3.29.1.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 11) Проволочное кольцо радиуса  $r$ , обладающее электрическим сопротивлением  $R$ , находится в однородном магнитном поле. Линии индукции перпендикулярны плоскости кольца, а модуль изменяется по гармоническому закону  $B = B_0 \cos(\omega t)$ . Индуктивность кольца пренебрежимо мала. Определите максимальное значение силы натяжения кольца.

$$T_{\max} = \frac{B_0^2 \pi r^3 \omega}{2R}$$

**3.29.2.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ во время своей летней практики выполняли научную работу в лаборатории физики плазмы на кафедре Общей физики и ядерного синтеза. Они исследовали характеристики газового разряда, создаваемого в индукционном плазмотроне. В этом устройстве (см. рис.) плазма возникает внутри трубки, помещенной в магнитную катушку, которая является элементом колебательного контура, подключенного к высокочастотному генератору. Школьники обнаружили изменение индукции магнитного поля в центре магнитной катушки, подключенной к работающему генератору, после зажигания высокочастотного разряда в аргоне. Как изменилась индукция магнитного поля? Укажите, какими физическими явлениями и закономерностями вызвано это изменение.



1 – ВЧ-генератор; 2 – разряд;  
3 – магнитная катушка

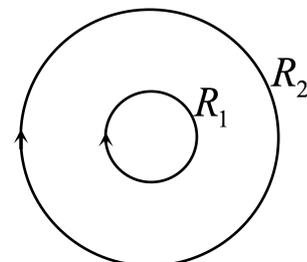
**3.29.3.** («Надежда энергетики», 2020, 11) Для осуществления термоядерной реакции пучок ядер дейтерия (изотопа водорода) направляется в вакуумную камеру и движется по окружности постоянного радиуса, ускоряясь в однородном магнитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости движения пучка. Скорость изменения магнитной индукции постоянна и равна  $A$ . Сила тока пучка в начальный момент равна  $I_0$ , число ядер в пучке равно  $N$ , масса и заряд ядер дейтерия равны соответственно  $m$  и  $q$ . Найдите силу тока пучка ядер дейтерия после того как частицы совершили один оборот, а реакция между ними ещё не началась.

$$\frac{m \omega z}{V q^2 z N} + \frac{0}{z} I \Lambda = I$$

**3.29.4.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 11) В однородном магнитном поле вращается по круговой орбите электрон. Индукцию поля медленно (за время, во много раз превышающее период обращения) увеличивают на 6%. На сколько, примерно, процентов изменится радиус орбиты электрона?

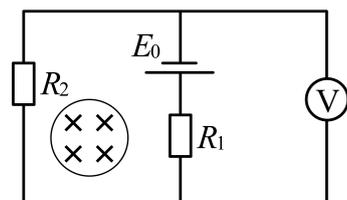
$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta B}{B} = 3\%$$

**3.29.5.** («Росатом», 2022, 11) Два соленоида с одинаковым числом витков и одинаковой длины изготовлены из одного и того же провода. Радиус одного соленоида  $R_1 = R$  вдвое меньше радиуса другого  $R_2 = 3R$ . В пространстве между соленоидами покоится заряженная частица. Соленоиды соединили параллельно и подключили к источнику электрического напряжения  $U$ , которое увеличивается с постоянной скоростью с течением времени  $U = \alpha t$ , где  $\alpha$  — некоторая постоянная. В результате в соленоидах потёк электрический ток так, как показано на рисунке (стрелками), а частица стала двигаться по окружности. Найти её радиус. Силой тяжести и самоиндукцией пренебречь.



$$\frac{1}{2} \frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{2} \alpha t$$

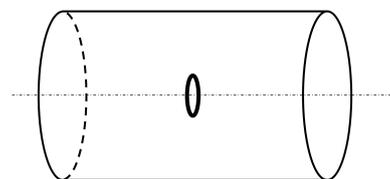
**3.29.6.** («Физтех», 2022, 11) В проволочную конструкцию впаивают резисторы с сопротивлениями  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 2R$ , идеальный источник с ЭДС  $E_0$ , вольтметр с сопротивлением  $R_V = 3R$  (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области — магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения  $S$ .



1. Найти показание  $V_1$  вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
2. Найти показание  $V_2$  вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью  $\Delta B/\Delta t = k > 0$ .

$$V_1 = \frac{E_0 R_V}{R_1 + R_2 + R_V} = \frac{E_0 \cdot 3R}{R + 2R + 3R} = \frac{3}{6} E_0 = \frac{1}{2} E_0$$

**3.29.7.** («Росатом», 2022, 11) Из гибкого диэлектрика изготовили длинный тонкостенный цилиндр радиуса  $R$  и равномерно зарядили его положительным зарядом с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Внутри цилиндра перпендикулярно его оси вставили диэлектрическое колечко радиуса  $r$  и массой  $m$ , центр которого совпадает с осью цилиндра и которое заряжено положительным зарядом с линейной плотностью заряда  $\lambda$ . Цилиндр раскручивают до угловой скорости  $\omega$ . Найти угловую скорость колечка.



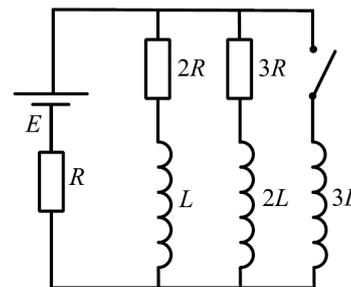
$$\omega_{ring} = \frac{1}{2} \frac{m}{R^2 \sigma} \omega$$

### 3.30 Самоиндукция

Дополнительные задачи — в листке [Самоиндукция](#).

**3.30.1.** («Физтех», 2023, 11) Параметры цепи указаны на схеме, все элементы идеальные. Ключ разомкнут, режим в цепи установился. Затем ключ замыкают.

1. Найти ток  $I_{10}$  через резистор с сопротивлением  $2R$  при разомкнутом ключе.
2. Найти скорость возрастания тока в катушке индуктивностью  $3L$  сразу после замыкания ключа.
3. Какой заряд протечет через резистор с сопротивлением  $2R$  при замкнутом ключе?



Ответы давать с числовыми коэффициентами в виде обыкновенных дробей.

$$\frac{dI}{dt} = b \left( \frac{I}{\tau} = I \left( \frac{1}{\tau} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} \right) \right)$$

### 3.31 Электромагнитные колебания

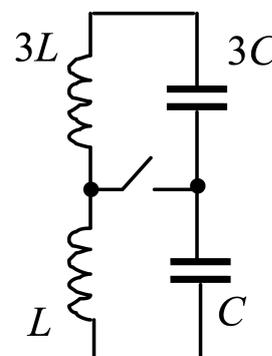
Дополнительные задачи — в листке [Электромагнитные колебания](#).

**3.31.1.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Контур состоит из катушки индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R$  и конденсатора емкостью  $C$ . Какую мощность должен потреблять контур от внешней сети, чтобы в нем поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальное напряжение на конденсаторе равно  $U_0$ ?

$$P_{\text{порт}} = \frac{1}{2} U_0^2 \omega C$$

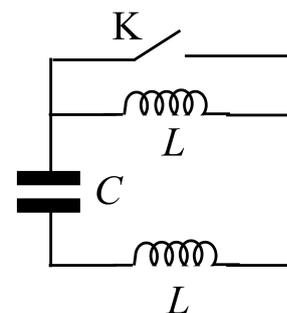
**3.31.2.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 11) В колебательном контуре, состоящем из двух независимых катушек с индуктивностями  $L$  и  $3L$  и двух конденсаторов с емкостями  $C$  и  $3C$  (см. рис.), происходят колебания с амплитудой тока  $I_0$ . Каково будет наибольшее значение максимального тока в перемычке после ее замыкания ключом?

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_0$$



**3.31.3.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 11) В колебательном контуре с двумя одинаковыми катушками индуктивности  $L$  и конденсатором емкости  $C$  (см. рис.) происходят колебания с амплитудой тока  $I_0$ . В момент, когда ток максимален, одна из катушек замыкается ключом  $K$  накоротко. Через какое время после замыкания ток через ключ достигнет максимального значения? Чему равно это максимальное значение? Считать, что магнитное поле одной катушки не пронизывает другую.

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_0$$



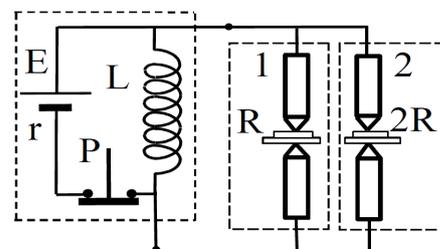
**3.31.4.** («Курчатов», 2020, 11) Штирлиц получает секретные задания от радистки Кэт по обычному радиоприёмнику, настроенному на частоту 100 МГц. Радиоприёмник содержит в себе колебательный контур, резонансная частота которого соответствует частоте радиосигнала. Для того, чтобы ловить сигнал от разных радиостанций, в колебательном контуре меняют площадь перекрытия обкладок конденсатора  $S$ , тем самым меняя его ёмкость  $C$ , а индуктивность катушки  $L$  остаётся неизменной. Известно, что катушка индуктивности имеет  $N = 100$  витков, радио ловит частоту 100 МГц при  $S = 100 \text{ см}^2$ . В один момент из-за плохой изоляции в катушке замкнулись два соседних витка. На какое значение на шкале частот Штирлицу нужно будет настроить радиоприёмник, чтобы услышать сообщение радистки Кэт? Как при этом изменится значение  $S$ ?

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1-N}{S} \approx \left(1 - \frac{\epsilon(1-N)}{\epsilon N}\right) S = \dots \text{и т.д.}$$

### 3.32 Переходные процессы в RCL-цепях

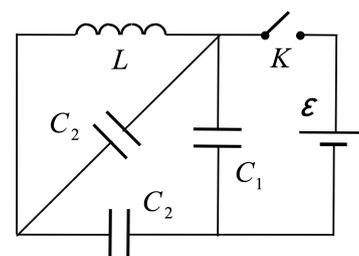
Дополнительные задачи — в листке [Переходные процессы в RCL-цепях](#).

**3.32.1.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Аппарат для точечной сварки состоит из магнитного сверхпроводящего накопителя энергии с индуктивностью  $L$ , источника постоянного напряжения  $E$  с внутренним сопротивлением  $r$  и двух сварочных узлов 1 и 2. Считая, что сопротивления сварочных контактов 1 и 2 остаются постоянными в процессе сварки и равны  $R$  и  $2R$ , соответственно, определите количество теплоты, выделяющееся в узле 2 после размыкания реле  $P$ .



$$\frac{\tau_{\text{теп}}}{\tau_{\text{эл}}} = \tau \phi$$

**3.32.2.** («Курчатов», 2022, 11) Электрическая цепь состоит из ключа  $K$ , катушки индуктивности  $L = 64 \text{ мкГн}$ , одного конденсатора ёмкостью  $C_1 = 0,4 \text{ нФ}$ , двух конденсаторов ёмкостью  $C_2 = 1,2 \text{ нФ}$  и батареи с ЭДС  $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ . Сначала ключ разомкнут и конденсаторы не заряжены. Пренебрегая излучением и сопротивлением всех элементов цепи, найдите максимальное значение  $I_m$  тока в катушке после замыкания ключа.



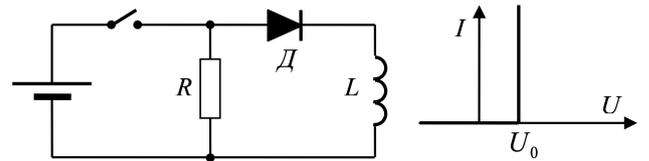
$$\sqrt{m} \mathcal{L} \mathcal{E} = \frac{\tau \mathcal{E}}{\tau_0} \mathcal{L} \mathcal{E} = m I$$

### 3.33 Нелинейные элементы в RCL-цепях

Дополнительные задачи — в листке [Диод и катушка](#).

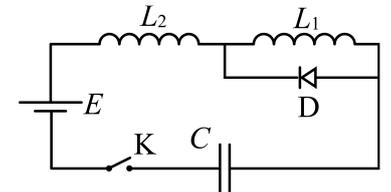
**3.33.1.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11)

В схеме, показанной на рисунке слева, диод  $D$  не является идеальным — его вольт-амперная характеристика показана на рисунке справа. В некоторый момент времени, когда ток в катушке был равен нулю, ключ замкнули. Найти силу тока, который будет течь через резистор спустя достаточно большой промежуток времени. ЭДС и внутреннее сопротивление источника равны соответственно  $\mathcal{E}$  и  $r$ , омическое сопротивление катушки равно по величине внутреннему сопротивлению источника, сопротивление резистора  $R$  и пороговое значение диода  $U_0$  считать известными.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{\mathcal{E}}{r+R} \geq \mathcal{E} \\ \frac{\mathcal{E}}{r+R} < \mathcal{E} \end{array} \right\} = I_{\text{ст}} = \frac{\mathcal{E}}{r+R}$$

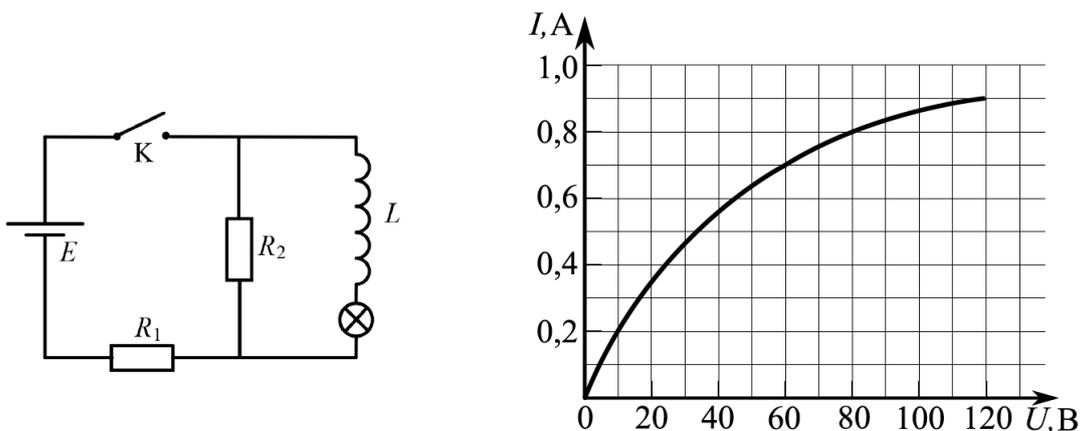
**3.33.2.** («Физтех», 2022, 11) Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $\mathcal{E}$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 2L$ ,  $L_2 = L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода  $D$  (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа устанавливаются колебания тока в  $L_1$ .



1. Найти период  $T$  этих колебаний.
2. Найти максимальный ток  $I_{\text{max}1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
3. Найти максимальный ток  $I_{\text{max}2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

$$\frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 L_2}{C}} = 2 I_{\text{max}2} \left( \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 L_2}{C}} = I_{\text{max}1} \right) \left( \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 L_2}{C}} = I \right)$$

**3.33.3.** («Физтех», 2023, 11) В цепи (см. рис.) катушка индуктивности и источник идеальные,  $L = 0,4$  Гн,  $E = 120$  В,  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 400$  Ом. Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке. Ключ  $K$  замыкают.



1. Найти ток  $I_{10}$  через  $R_1$  сразу после замыкания ключа.
2. Найти скорость возрастания тока через катушку сразу после замыкания ключа.

3. Найти ток через лампочку в установившемся режиме после замыкания ключа.

$$I \approx 0,60 \text{ A} \quad (1) \quad I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{240}{\sqrt{24^2 + 2^2}} = 0,24 \text{ A} \quad (2) \quad I = \frac{U_0}{R} = \frac{240}{400} = 0,60 \text{ A} \quad (3)$$

### 3.34 Переменный ток

Дополнительные задачи — в листке [Переменный ток](#).

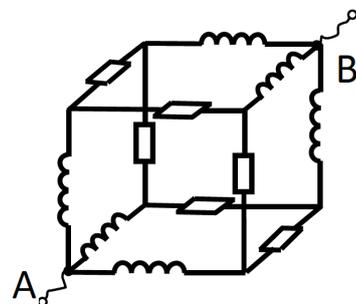
**3.34.1.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Резистор с сопротивлением  $R$  и катушка с индуктивностью  $L$  величины последовательно в цепь переменного напряжения с циклической частотой  $\omega$ . Во сколько раз отличаются амплитуды колебаний напряжения на резисторе и катушке?

$$\frac{U_R}{U} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

**3.34.2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Ведро с водой при нормальном атмосферном давлении закипает за время  $t_1 = 8$  мин, если в него опустить кипятильник в форме спирали с индуктивностью  $L = 0,01$  Гн и активным сопротивлением  $R = 10$  Ом, включенным в сеть переменного синусоидального напряжения с частотой  $\nu = 50$  Гц. За какое время закипит и наполовину выкипит вода в ведре, если два таких кипятильника соединить последовательно и подключить к источнику постоянного напряжения, величина которого равна амплитудному значению переменного напряжения? Начальная температура в обоих случаях одинакова и равна  $15^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $c \approx 4,2$  Дж/г, удельная теплота парообразования  $r \approx 2352$  Дж/г.

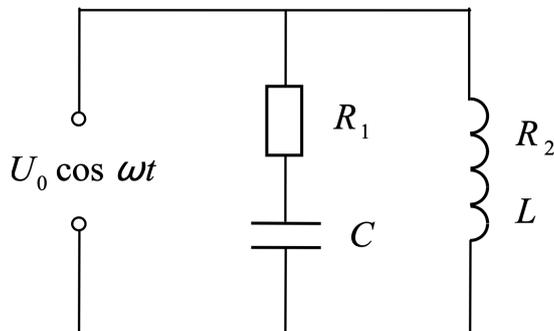
$$t_2 \approx 16 \text{ мин} \quad t_2 = \frac{2c m (T_2 - T_1) + r m}{2 P} = \frac{2c m (T_2 - T_1) + r m}{2 \frac{U_0^2}{R}}$$

**3.34.3.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Из проводников изготовлен куб. В ребра куба встроены катушки с индуктивностью  $L = 0,1$  Гн каждая и активные сопротивления  $R = 24$  Ом каждое. К клеммам  $A$  и  $B$  подключен источник переменного напряжения с амплитудным значением  $U_0 = 400$  В и циклической частотой  $\omega = 300 \text{ с}^{-1}$ . Найдите действующее значение суммарного тока, протекающего в цепи  $AB$ .



$$I \approx 6,8 \text{ A} \quad I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{400}{\sqrt{24^2 + 300^2 \cdot 0,1^2}} = 6,8 \text{ A}$$

**3.34.4.** («Курчатов», 2023, 11) Цепь переменного тока состоит из двух параллельных ветвей. Первая ветвь — сопротивление  $R_1 = 2,5$  кОм и конденсатор ёмкостью  $C = 4$  мкФ, вторая — катушка сопротивлением  $R_2 = 0,1$  кОм и индуктивностью  $L = 0,15$  Гн. На вход цепи подаётся напряжение  $U_0 \cos \omega t$  с амплитудой  $U_0 = 12$  В и круговой частотой  $\omega = 2\pi\nu$ , где  $\nu = 50$  Гц. В установившемся режиме ток  $I_1$ , текущий через конденсатор, периодически обращается в нуль. Найдите, чему в этом случае равно абсолютное значение тока  $I_2$ , текущего через катушку.



$$I_2 = \frac{U_0}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{12}{\sqrt{0,1^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,15)^2}} \approx 0,001 \text{ А}$$

### 3.35 Электромагнитные волны

Дополнительные задачи — в листке [Электромагнитные волны](#).

**3.35.1.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 11) При взаимном движении источника и приемника электромагнитных волн наблюдается эффект Доплера: например, при их сближении частота регистрируемого приемником сигнала превышает излучаемую источником частоту  $\nu_0$  на величину  $\Delta\nu = \nu_0 V/c$ , где  $V$  — скорость сближения источника и приемника, а  $c$  — скорость света (предполагается, что  $V \ll c$ ). Для измерения скоростей движущихся объектов применяют доплеровские радары, в которых источник и приемник совмещены и приемник регистрирует отраженный от объекта сигнал. Какую частоту зафиксирует радар, излучающий частоту  $\nu_0$  и направленный на приближающийся со скоростью  $V$  автомобиль?

$$\nu = \nu_0 \left( \frac{c+V}{c} \right)^2$$

# Глава 4

## Оптика

### 4.1 Световые лучи. Фотометрия

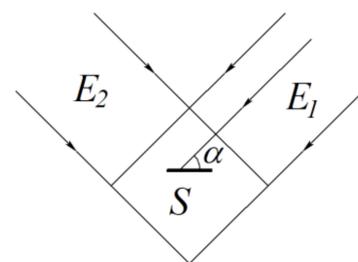
Дополнительные задачи — в листке [Световые лучи](#).

**4.1.1.** (*Всеросс., 2023, МЭ, 11*) Человек проходит на некотором расстоянии от фонарного столба, двигаясь по ровной горизонтальной площадке вдоль прямой. На столбе горит лампа. Как будет изменяться модуль скорости тени головы человека, когда он отойдёт от столба достаточно далеко, так что фонарь будет светить ему практически в затылок?

1. уменьшаться;
2. оставаться неизменным;
3. возрастать, стремясь к конечному пределу;
4. неограниченно возрастать.

□

**4.1.2.** (*«Надежда энергетики», 2018, 11*) Два плоскопараллельных монохроматических однородных световых пучка жёлтого и голубого цвета пересекаются под углом  $90^\circ$ . В области их пересечения расположена пластинка  $S$  (см. рис.). Если площадь пластинки перпендикулярна первому пучку, то величина световой энергии, попадающей на нее за секунду, равна  $E_1$ . Если площадь пластинки перпендикулярна второму пучку, то величина световой энергии, попадающей на нее за секунду, равна  $E_2$ , причем  $E_2 = 2E_1$ . Под каким углом  $\alpha$  необходимо расположить плоскость пластинки к направлению первого пучка, чтобы на неё попадало как можно больше световой энергии?



$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{E_2/E_1} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \alpha = 0^\circ$$

**4.1.3.** (*Олимпиада КФУ, 2019, 11*) Рассчитать абсолютную и относительную потерю массы Солнцем за ожидаемое время его жизни, около  $T_{\odot} = 10$  млрд. лет. Солнечная постоянная, т. е. суммарная мощность солнечного излучения, проходящего через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку на расстоянии одной астрономической единицы (1 а.е. = 149,6 млн.км) от Солнца, по данным внеатмосферных измерений, равна в среднем  $T_{\odot} = 1367 \text{ Вт/м}^2$ . Масса Солнца  $M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{30}$  кг. Считать, что мощность солнечного излучения за рассматриваемый промежуток времени не изменится.

0871  
1

**4.1.4.** (*Олимпиада КФУ, 2021, 11*) Вдалеке от Солнца по круговой орбите летает астероид, который нагревается излучением, доходящим к нему от Солнца. Сам астероид быстро вращается вокруг своей оси и имеет достаточно высокую теплопроводность, по этой причине можно считать, что он равномерно прогревается до температуры  $T$ . Найдите эту температуру, если известно, что астероид находится на расстоянии трех астрономических единиц от Солнца. Для простоты считайте астероид абсолютно черным телом. Излучение единицы площади поверхности абсолютно черного тела в космосе определяется законом Стефана-Больцмана

$$N = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}^4}.$$

Солнечную постоянную считать равной  $1367 \text{ Вт/м}^2$ . Солнечная постоянная — это суммарная мощность солнечного излучения, проходящего через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку, на расстоянии одной астрономической единицы от Солнца вне земной атмосферы.

X 8'091 = L

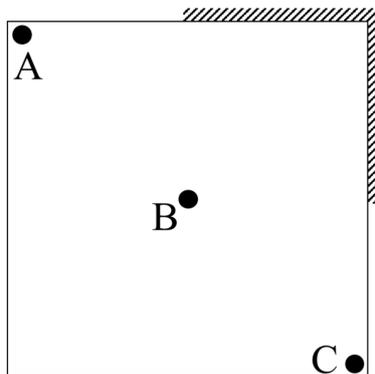
**4.1.5.** (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 11*) Одной тихой сентябрьской ночью юноша шёл на свидание через поле. Стоял густой туман. Проходя мимо станции, он заметил, что её огни видны со 150 метров, хотя в ясную ночь он мог их разглядеть с 1200 метров. С какого расстояния девушка увидит фонарь юноши в тумане, если в ясную ночь его видно со 100 метров?

IV 09

## 4.2 Отражение света. Зеркало

Дополнительные задачи — в листке [Плоское зеркало](#).

**4.2.1.** (*Всеросс., 2022, ШЭ, 11*) Трёхголовый Змей Горыныч внимательно рассматривает свои отражения в плоских зеркалах, покрывающих от пола до потолка чуть больше половины от каждой из двух соседних вертикальных стен квадратной комнаты (см. рис.). Сторона квадрата равна 8 м, размер каждой головы намного меньше этого расстояния. Голова  $B$  находится в центре комнаты, головы  $A$  и  $C$  — на диагонали квадрата вблизи углов комнаты.

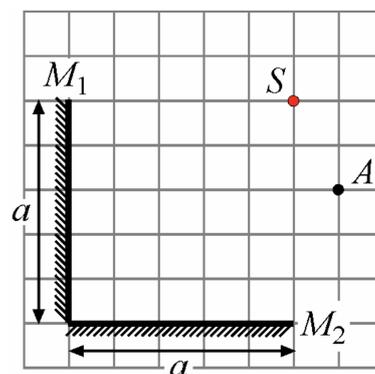


1. Сколько существует различных изображений головы  $B$  в зеркалах? В качестве ответа приведите целое число.
2. Найдите суммарную площадь частей комнаты, из которых внешний наблюдатель может увидеть хотя бы одно изображение головы  $B$ . Ответ выразите в квадратных метрах и округлите до целого числа.
3. Найдите суммарную площадь частей комнаты, из которых внешний наблюдатель может увидеть только одно изображение головы  $B$ . Ответ выразите в квадратных метрах и округлите до целого числа.
4. Сколько изображений головы  $A$  видит голова  $B$ , если тело Змея не мешает обзору? В качестве ответа приведите целое число.
5. Сколько различных изображений своих трёх голов наблюдает Змей, если его тело не мешает обзору? В качестве ответа приведите целое число.

1) 3; 2) 64; 3) 24; 4) 2; 5) 7

**4.2.2.** (*Всеросс., 2021, МЭ, 11*) Наблюдатель находится в точке  $A$ , показанной на рисунке. Сколько изображений точечного источника  $S$  может увидеть этот наблюдатель в системе двух плоских зеркал  $M_1$  и  $M_2$ ?

1. Ни одного;
2. одно;
3. два;
4. три.



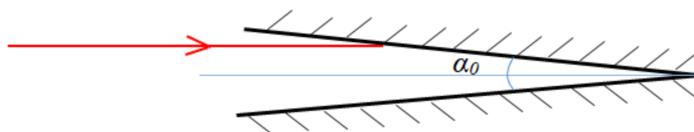
3

**4.2.3.** (*«Надежда энергетики», 2015, 11*) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ выступали на научной конференции школьников с докладом о результатах своей работы. Они исследовали отражательные свойства белого материала, из которого изготавливаются экраны в кинотеатрах. Учащиеся обнаружили, что свойства материала оптимизированы для минимизации потерь при отражении света. После доклада председатель жюри конференции задал лицеистам вопрос: «Что мешает сделать экран зеркальным, ведь при этом потери света будут заведомо меньше?». Учащиеся получили диплом 1 степени, потому что ответили на вопрос совершенно правильно. Что ответили школьники председателю жюри? Как вы объясните их ответ?

4.2.4. («Надежда энергетики», 2017, 11) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ, занимаясь во время летней практики в лаборатории кафедры физики, экспериментально изучали законы геометрической оптики. Школьники нашли в лаборатории полированный металлический шар и фонарь, создающий параллельный однородный пучок света диаметром, равным диаметру шара. Направив световой пучок строго горизонтально слева направо, лицеисты подвесили шар на нити так, что его центр оказался на оси пучка. В каком направлении шар отразил больше света: влево или вправо? Обоснуйте свой ответ необходимыми построениями и расчётами.

шар отражает свет вправо, и влево

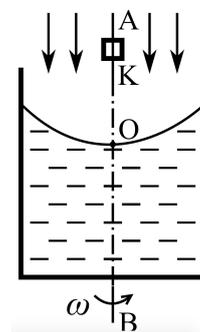
4.2.5. (Олимпиада КФУ, 2021, 11) Два бесконечных плоских зеркала образуют двугранный угол  $\alpha_0 = \pi/n$ , где  $n$  — натуральное число  $\geq 2$ . Параллельно биссектрисе линейного угла\* данного двугранного угла на одно из зеркал падает луч лазера. Найдите количество отражений луча в зеркалах и угол между падающим и вышедшим лучом после всех отражений.



\*Угол между двумя перпендикулярами к ребру двугранного угла, проведенными в его гранях из одной точки ребра, называется линейным углом двугранного угла.

и 'u

4.2.6. («Физтех», 2022, 11) Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью  $\omega = 10/3 \text{ с}^{-1}$  вокруг вертикальной оси  $AB$ , совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры  $K$ , расположенной на оси вращения.



1. Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке  $O$ .
2. На каком расстоянии от точки  $O$  будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

1)  $R = \frac{g}{\omega^2} = 90 \text{ см}; 2) L = \frac{g}{\omega^2} = 45 \text{ см}$

4.2.7. («Надежда энергетики», 2021, 11) Каждый год студенты НИУ «МЭИ», участники туристическо-поискового клуба «Горизонт», отправляются в походы по разным местам нашей страны. Свои фоторепортажи они показывают на выставках в фойе главного учебного корпуса. На этом снимке изображен лес, сфотографированный с берега озера. Как определить, где расположено отражение леса в воде: на верхней или на нижней части фотоснимка? Объясните свой ответ при помощи графических построений световых лучей. Яркость, четкость и контрастность верхней и нижней половины фотографии одинаковы.

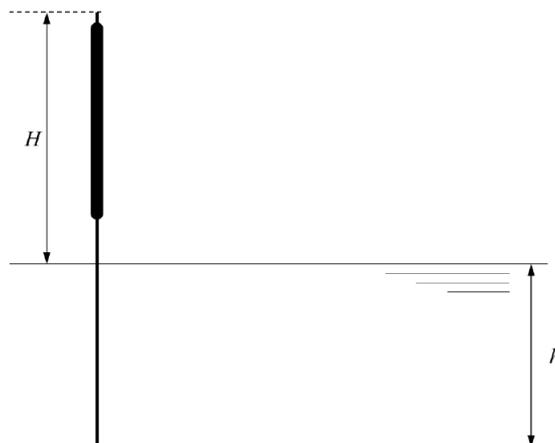


Отражение леса расположено в верхней части

### 4.3 Преломление света

Дополнительные задачи — в листке [Закон преломления](#).

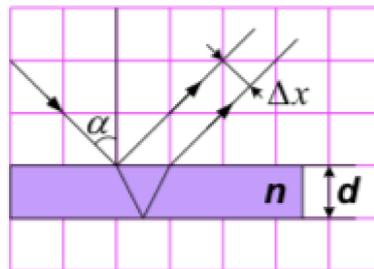
4.3.1. (Всеросс., 2023, ШЭ, 11) В озере глубиной  $h = 1$  м растёт вертикальный камыш. Высота камыша над поверхностью воды  $H = 1,2$  м. Показатель преломления воды равен  $n = 1,33$ , вода прозрачная.



1. По поверхности воды бегают маленькие водомерки и прячутся от солнечного света в тени камыша. На каком максимальном расстоянии от стебля камыша они могут находиться, если солнечные лучи составляют угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом? Ответ выразите в сантиметрах, округлив до целого числа.
2. Определите длину тени от камыша на дне озера. Ответ выразите в сантиметрах, округлив до целого числа.

[1] [204; 208]; [2] [290; 296]

**4.3.2.** (*Всеросс., 2022, МЭ, 11*) Луч падает под углом  $\alpha$  на прозрачную плоскопараллельную пластинку и отражается от её верхней и нижней поверхностей. Как изменится расстояние  $\Delta x$  между отражёнными лучами, если: 1 — увеличить толщину пластинки  $d$ ; 2 — увеличить показатель преломления  $n$  пластинки? ( $\uparrow$  — увеличится,  $\downarrow$  — уменьшится).



1. 1 —  $\uparrow$ ; 2 —  $\uparrow$ ;
2. 1 —  $\downarrow$ ; 2 —  $\uparrow$ ;
3. 1 —  $\uparrow$ ; 2 —  $\downarrow$ ;
4. 1 —  $\downarrow$ ; 2 —  $\downarrow$ ;
5. 1 и 2 — не изменится

[3]

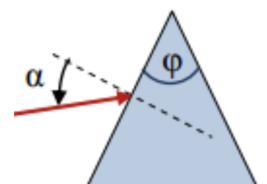
## 4.4 Полное отражение

Дополнительные задачи — в листке [Полное отражение](#).

**4.4.1.** (*«Надежда энергетики», 2019, 11*) В лаборатории волоконной и интегральной оптики кафедры Физики им. В. А. Фабриканта НИУ «МЭИ» исследуются характеристики оптоволоконных кабелей. Из прозрачного материала с показателем преломления  $n = \sqrt{2}$  изготовлена длинная тонкая нить кругового поперечного сечения. На её торцевую поверхность падает световой луч под некоторым углом к оси нити. При каком максимально возможном значении этого угла луч проходит по световоду без ослабления? Поясните ваш ответ.

[Свет проходит без ослабления при любом угле падения]

**4.4.2.** (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11*) Призма сделана из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ . Преломляющий угол при вершине призмы  $\varphi = 45^\circ$ . Тонкий луч света падает на одну из боковых граней. При каких значениях угла падения луча  $\alpha$  преломлённый луч, попав на вторую боковую грань, не выйдет из неё?

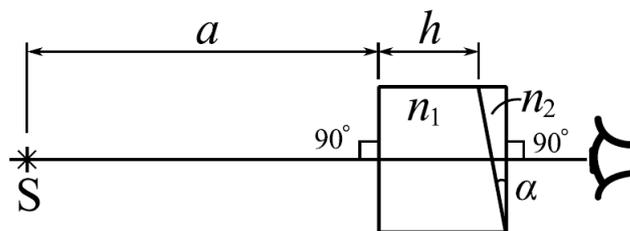


$$\alpha < \arcsin \left( \frac{1 - \cos \varphi}{n^2} \right) \approx 48^\circ$$

## 4.5 Преломление. Малые углы

Дополнительные задачи — в листке [Преломление. Малые углы](#).

**4.5.1.** («Физтех», 2023, 11) Оптическая система состоит из двух призм с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  и находится в воздухе с показателем преломления  $n_{\text{в}} = 1,0$ . Точечный источник света  $S$  расположен на расстоянии  $a = 194$  см от системы и рассматривается наблюдателем так, что источник и глаз наблюдателя находятся на прямой, перпендикулярной наружным поверхностям призм (см. рис.). Угол  $\alpha = 0,1$  рад можно считать малым, толщина  $h = 9$  см. Толщина призмы с показателем преломления  $n_2$  на прямой «источник-глаз» намного меньше  $h$ . Отражения в системе не учитывать.



1. Считая  $n_1 = n_{\text{в}} = 1,0$ ,  $n_2 = 1,7$ , найдите на какой угол отклонится системой луч, идущий от источника перпендикулярно левой грани системы.
2. Считая  $n_1 = n_{\text{в}} = 1,0$ ,  $n_2 = 1,7$ , найдите расстояние между источником и его изображением, которое будет видеть наблюдатель.
3. Считая  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1,7$ , найдите на каком расстоянии от источника будет его изображение, которое увидит наблюдатель.

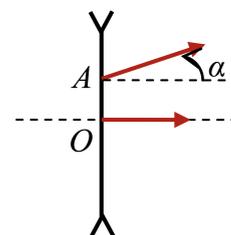
$$\Delta x = \frac{h}{n_2} \approx \frac{9}{1,7} \approx 5,3 \text{ см}$$

## 4.6 Ход лучей в линзах

Дополнительные задачи — в листке [Ход лучей в линзах](#).

**4.6.1.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Опишите способ построения продолжения произвольного параксиального луча, падающего на поверхность тонкой рассеивающей линзы (в любой точке под любым углом).

**4.6.2.** («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Точечный источник света находится перед рассеивающей линзой. Луч от этого источника, падающий на линзу в точке  $O$ , идёт после линзы вдоль её главной оптической оси. Луч, падающий на линзу в точке  $A$  (расстояние  $|OA| = l = 2$  см), выходит из линзы под углом  $\alpha = 6^\circ$  к оптической оси. Фокусное расстояние линзы  $F = 25$  см. На каком расстоянии от линзы находится источник?



$$v \approx \frac{l - \alpha F}{\alpha} \approx \frac{2 - 0,1047 \cdot 25}{0,1047} \approx 80 \text{ см}$$

## 4.7 Формула линзы

Дополнительные задачи — в листке [Формула линзы](#).

4.7.1. («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Как вычислить поперечное увеличение тонкой линзы по оптической силе и расстоянию от предмета до линзы?

$$\frac{vD-1}{1} = D$$

4.7.2. («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Светодиод расположен на главной оптической оси тонкой линзы. На экране на линзой наблюдается изображение «глазка» светодиода с увеличением  $|\Gamma| = 1,5$ . Светодиод начали смещать вдоль оптической оси со скоростью  $v = 0,4$  см/с. За время  $t = 1$  с увеличение возросло на 2%. Найти оптическую силу линзы.

$$d_{\text{лин}} \Gamma' \approx \frac{2|\Gamma|}{1} \frac{x+1}{x} = D$$

4.7.3. («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) Тонкая линза, используемая в качестве лупы, даёт на поверхности стола чёткое изображение нити лампы, висящей под высоким потолком комнаты, если линза находится на расстоянии  $l = 6$  см от поверхности стола. С каким примерно увеличением будет наблюдаться текст на лежащей на столе странице, если глаз наблюдателя будет находиться на расстоянии  $L = 30$  см от рассматриваемого изображения?

$$g = 1 + \frac{l}{L} \approx |\Gamma|$$

4.7.4. («Покори Воробьёвы горы!», 2020, 11) На экране с помощью тонкой линзы получено резкое изображение небольшого предмета с поперечным увеличением  $|\Gamma_1| = 2$ . Предмет передвинули на  $s = 3$  см, не сдвигая линзу. Для того, чтобы вновь получить резкое изображение, пришлось передвинуть экран. При этом поперечное увеличение оказалось равным  $|\Gamma_2| = 5$ . На какое расстояние  $s'$  пришлось передвинуть экран?

$$s' = s |\Gamma_2| |\Gamma_1| = s'$$

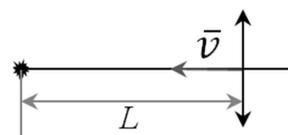
4.7.5. («Покори Воробьёвы горы!», 2021, 10–11) Предмет и его прямое изображение расположено симметрично относительно ближнего к предмету фокуса линзы. Расстояние от предмета до этого фокуса линзы  $d = 15$  см. Найдите возможные значения оптической силы линзы.

$$d_{\text{лин}} g_{\text{л}} \approx \frac{p}{1 - \frac{p}{f}} = D$$

## 4.8 Скорость изображения

Дополнительные задачи — в листке [Скорость изображения](#).

4.8.1. (Олимпиада КФУ, 2023, 11) Тонкая собирающая линза движется в направлении статичного источника со скоростью  $v$ . Источник расположен на оптической оси линзы. Фокусное расстояние линзы  $F$ . Какую мгновенную скорость будет иметь изображение источника в лабораторной системе отсчета, если в интересующий нас момент расстояние от источника до линзы  $L > F$ . Указание:  $(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$  при  $x \ll 1$ .

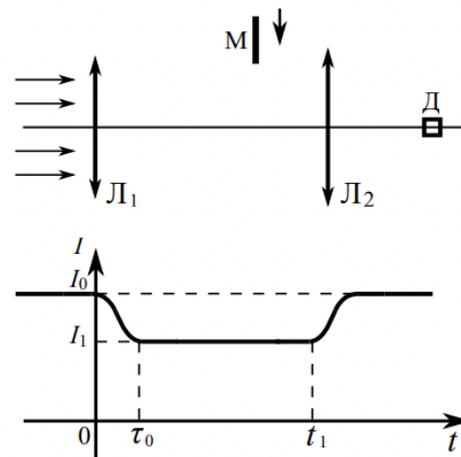


$$v \left( \frac{L(F-L)}{L^2} - 1 \right)$$

## 4.9 Система двух линз

Дополнительные задачи — в листке [Система двух линз](#).

**4.9.1.** («Физтех», 2022, 11) Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусным расстоянием  $F_0$  у каждой. Расстояние между линзами  $3F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прощедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе  $D$ , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень  $M$ , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $2F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 3I_0/4$ .

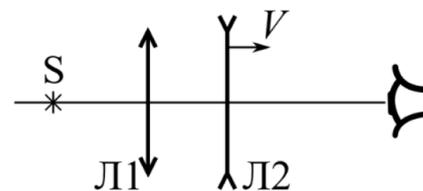


1. Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
2. Определить скорость  $V$  движения мишени.
3. Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

$$0.2z = 1.4 (3 : \frac{0.2V}{D} = \Delta (z : 0.4z = x (1$$

**4.9.2.** («Физтех», 2023, 11) Главные оптические оси двух тонких линз совпадают. У линзы  $L_1$  фокусное расстояние  $F_1 = 10$  см, у линзы  $L_2$  фокусное расстояние  $F_2 = -20$  см. Неподвижный точечный источник света  $S$  расположен на расстоянии  $d = 40$  см от неподвижной линзы  $L_1$ . Линза  $L_2$  удаляется от  $L_1$  с постоянной скоростью  $V = 2,5$  см/с. Изображение источника рассматривают со стороны линзы  $L_2$  (см. рис.).



1. На каком расстоянии  $x_0$  от линз располагалось изображение, когда  $L_1$  и  $L_2$  были вплотную друг к другу?
2. На каком расстоянии  $x$  от линзы  $L_2$  будет изображение, когда расстояние между линзами станет  $L = 10$  см?
3. Найти скорость  $U$  (по модулю) изображения, когда расстояние между линзами станет  $L = 10$  см.

$$c/m/c/ 1.1 = \Delta (3 : 4 \text{ cm;} (z : 0.4z = x (1$$

**4.9.3.** («Покори Воробьёвы горы!», 2023, 11) Небольшой источник света находится на главной оси системы из двух одинаковых тонких линз, расположенных на расстоянии  $L_1 = 20$  см друг от друга. Система создаёт изображение предмета с поперечным увеличением  $\Gamma_1 = -0,4$  (знак «-» указывает на то, что изображение перевёрнутое, увеличение прямых изображений будем считать положительным). Когда, не трогая источник и ближайшую к нему линзу, другую отодвинули так, что расстояние между линзами увеличилось до  $L_2 = 40$  см, поперечное увеличение изображения стало равным  $\Gamma_2 = -0,5$ . Каким станет поперечное увеличение, если ещё сдвинуть дальнюю линзу, чтобы расстояние между линзами стало равным  $L_3 = 80$  см? Какова оптическая сила каждой линзы?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{3}{40} \Rightarrow f = \frac{40}{3} \text{ см} \approx 13,3 \text{ см}$$

## 4.10 Линза и зеркало

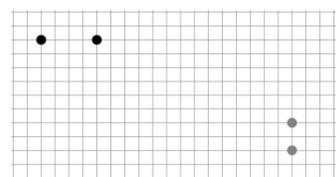
Дополнительные задачи — в листке [Линза и зеркало](#).

**4.10.1.** (Олимпиада КФУ, 2022, 11) Точечный источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии  $d > F$  от линзы, где  $F$  — фокусное расстояние линзы (известно). Где за линзой нужно разместить перпендикулярное оптической оси плоское зеркало, чтобы

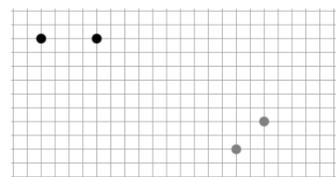
1. действительное изображение источника совпало с самим источником?
2. отразившиеся от зеркала и повторно прошедшие через линзу лучи образовали параллельный пучок?

$$\frac{d}{d-f} = \frac{d}{f} \Rightarrow \frac{d}{d-f} = \frac{d}{f} \Rightarrow f = d$$

**4.10.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 11) Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли чертежи двух оптических систем. К сожалению, чернила от времени выцвели, и на чертежах остались видны только два точечных предмета и их изображения. Из пояснения к чертежам известно, что первая оптическая схема состояла из собирающей тонкой линзы и плоского зеркала, находящегося за ней некотором расстоянии, а во второй оптической схеме зеркало было передвинуто (предметы остались на прежних местах). Теоретик Баг померил расстояния между точками и перенёс их на миллиметровую бумагу. Найдите:



Первая оптическая схема



Вторая оптическая схема

1. расстояние от тонкой линзы до предметов,
2. её фокусное расстояние.

**Примечание.** Масштаб чертежа: 1 клетка = 10 см.

$$f = 40 \text{ см}$$

## 4.11 Линза и жидкость

Дополнительные задачи — в листке [Линза и жидкость](#).

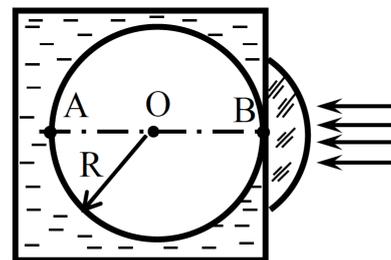
4.11.1. («Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11) Как изменится (по сравнению со значением в воздухе) оптическая сила тонкой линзы, если погрузить ее в прозрачную жидкость, показатель преломления которой больше, чем у воздуха?

$$\frac{(1-n_2)D_0}{n_2} = D$$

4.11.2. («Покори Воробьёвы горы!», 2022, 10–11) Тонкая плосковыпуклая линза немного погружена в воду своей горизонтальной плоской стороной (выпуклая поверхность линзы находится в воздухе). На линзу падает сверху узкий вертикальный пучок света, ось которого проходит точно через вершину выпуклой поверхности. Этот пучок фокусируется в воде на глубине  $h = 20$  см. Оптическая сила линзы в воздухе  $D = 7$  дптр. Найти показатель преломления воды.

$$n_2 = 1,4$$

4.11.3. («Шаг в будущее», 2022, 11) В жидкости с показателем преломления  $n = 1,5$  на воздушный пузырёк, расположенный у плоской поверхности тонкой прозрачной стенки сосуда, вдоль диаметра  $AB$  пузырька падает параллельный пучок света. Диаметр пучка много меньше радиуса пузырька. Если вплотную к стенке приставить линзу с фокусным расстоянием  $F_1 = 2$  см, то фокусировка света, вошедшего в пузырёк, произойдёт в центре пузырька  $O$ . Найдите фокусное расстояние линзы, которую надо поставить взамен первой линзы, чтобы свет сфокусировался в точке  $A$ ?

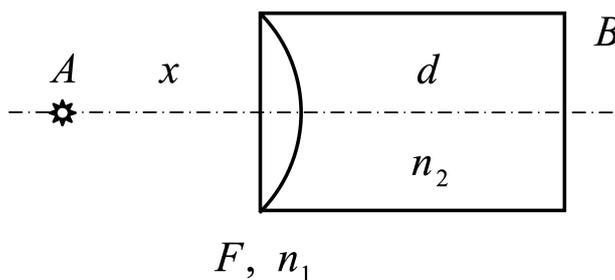


$$F_2 = \frac{1-n}{n} F_1 = 3 \text{ см}$$

## 4.12 Линза и пластина

Дополнительные задачи — в листке [Линза и пластина](#).

4.12.1. («Курчатов», 2022, 11) Левый торец кругового цилиндра закрыт тонкой плосковыпуклой стеклянной линзой, обращённой выпуклой стороной внутрь цилиндра. Главная оптическая ось линзы совпадает с осью цилиндра, фокусное расстояние линзы в воздухе  $F = 12$  см, показатель преломления стекла  $n_1 = 1,8$ . Правый торец цилиндра закрыт экраном  $B$ , изготовленным из тонкого матового стекла. Расстояние от линзы до экрана  $d = 50$  см. Внутри цилиндр заполнен жидкостью с показателем преломления  $n_2 = 1,4$ . Слева от линзы, на её оптической оси, находится точечный источник света  $A$ , изображение которого получено на матовом экране. Найдите расстояние  $x$  от источника света до линзы.



$$x = \frac{d(1-n_2)F}{n_2(1-n_1)} = x$$

## 4.13 Общая формула линзы

Дополнительные задачи — в листке [Общая формула линзы](#).

**4.13.1.** («Шаг в будущее», 2023, 11) «Горе-экспериментаторы» решили изготовить линзу из подручных материалов для получения огня. Нашли два сферических тонких стекла разных радиусов, соединили их, как показано на рисунке, и залили пространство между ними водой. Проверили систему, она сработала. Воду из линзы вылили и опустили линзу в большую емкость с керосином, так, что внутрь линзы керосин не попал. Как и во сколько раз изменилась оптическая сила системы? Показатель преломления воды принять равным 1,33, воздуха — 1, керосина — 1,39.



$$D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_3}$$

**4.13.2.** («Надежда энергетики», 2015, 11) Из куска стекла изготовлены три тонкие линзы одного и того же диаметра. Если сложить линзы вплотную друг к другу без воздушных зазоров, то они образуют плоскопараллельную пластину. Диаметр получившейся пластины равен диаметру линз, оптические оси линз совпадают. Известно, что фокусное расстояние линз 1 и 2, сложенных вместе, равно  $F_{12} = 10$  см, а линз 2 и 3, сложенных вместе, равно  $F_{23} = 2,5$  см. Определите фокусное расстояние каждой линзы; нарисуйте эту систему линз и укажите, какие из этих линз собирающие, а какие рассеивающие.

$$F_1 = -2,5 \text{ см}; F_2 = 2 \text{ см}; F_3 = -10 \text{ см}$$

## 4.14 Оптические приборы

Дополнительные задачи — в листке [Оптические приборы](#).

**4.14.1.** («Курчатов», 2021, 11) Телескоп, собранный по схеме Галилея, состоит из объектива — собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F_1 = 2$  м, и окуляра — рассеивающей линзы с фокусным расстоянием  $F_2 = 4$  см. Главные оптические оси линз совпадают. За окуляром, перпендикулярно главной оптической оси линз, расположен экран, на котором получено изображение Солнца в виде круга диаметром  $d = 20$  см. Найдите расстояние  $x$  между экраном и окуляром. Угловой диаметр Солнца  $\alpha = 0,5^\circ$  (угловой диаметр — угол, под которым наблюдатель видит диаметр солнечного диска). Числовой ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.

$$x = \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right) F_2 = 1,8 \text{ см}$$

**4.14.2.** («Курчатов», 2023, 11) Микроскоп состоит из объектива — собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F_1 = 0,5$  см, и окуляра — собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F_2 = 5$  см. Наблюдаемый предмет находится на расстоянии  $b = 0,52$  см от объектива. Считая, что глаз наблюдателя расположен вплотную к окуляру и аккомодирован на расстояние наилучшего зрения  $d = 20$  см, найдите следующие величины:

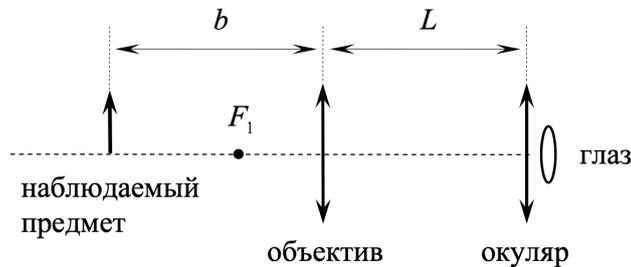
1. расстояние  $L$  между объективом и окуляром;
2. угловое увеличение микроскопа  $k$ , которое определяется следующим отношением:

$$k = \frac{\beta}{\alpha}$$

где  $\beta$  — угол, под которым наблюдатель видит предмет в микроскоп,  $\alpha$  — угол, под которым наблюдатель видит тот же предмет невооружённым глазом. В обоих случаях глаз аккомодирован на расстояние наилучшего зрения.

Все углы считайте малыми.

*Подсказка:* объектив микроскопа строит изображение предмета, которое наблюдатель рассматривает в окуляре как в лупу.

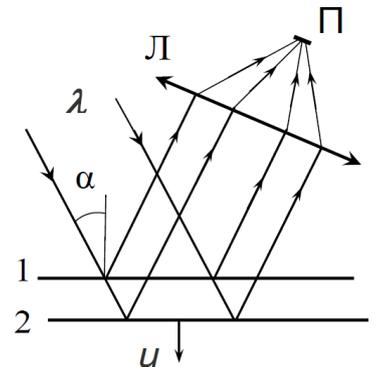


$$\gamma_{\Gamma} = \left(1 + \frac{c_d}{p}\right) \frac{l_d - q}{l_d} = \gamma \quad (\text{где } L \Gamma = \frac{c_d + p}{c_d p} + \frac{l_d - q}{l_d q} = \Gamma)$$

## 4.15 Интерференция света

Дополнительные задачи — в листке [Интерференция света](#).

**4.15.1.** («Шаг в будущее», 2022, 11) В интерференционной схеме параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм падает под углом  $\alpha = 60^\circ$  на систему из двух плоскопараллельных, полупрозрачных зеркал 1, 2. Часть светового пучка отражается от зеркала 1, оставшаяся часть, пройдя зеркало 1, частично отражается от зеркала 2, и, снова пройдя зеркало 1, вместе с пучком, отражённым от зеркала 1, с помощью собирающей линзы Л фокусируется на приёмник П, сигнал которого пропорционален интенсивности падающего на него света. Найдите частоту переменного сигнала, регистрируемого приёмником, если второе зеркало равномерно движется относительно первого со скоростью  $u = 0,01$  см/с.



$$\Gamma_{\Gamma} = \frac{v}{v \cos \alpha} = a$$

## 4.16 Дифракция света

**4.16.1.** («Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 11) При рассмотрении дифракции света на круглом отверстии, сделанном в непрозрачном экране, можно, следуя Френелю, считать отверстие заполненным вторичными источниками волн. Для расчета интенсивности света за экраном в произвольной точке на прямой, проходящей через центр отверстия перпендикулярно экрану, удобно разбить площадь отверстия на концентрические кольцевые зоны (зоны Френеля). Радиусы границ каждой зоны таковы, что колебания от границ зоны приходят в выбранную точку со сдвигом фаз, равным  $\pi$ . Объясните существование на прямой точек, в которых интенсивность света равна нулю.

**4.16.2.** («Шаг в будущее», 2021, 11) Стандартный компакт-диск представляет собой залитую прозрачным пластиком тонкую металлическую пластинку диаметром  $D = 12$  см, на которую штамповкой нанесено множество микроскопических углублений, в каждом из которых закодирован один бит информации. Какой объём информации в Мбайт можно записать на всей поверхности одной стороны диска, если для считывания информации используется лазер на нитриде галлия, излучающего свет с длиной волны  $\lambda = 0,36$  мкм?

$$\frac{\varepsilon \pi \tau \cdot \pi \lambda}{c^2 D} = M$$

**4.16.3.** («Курчатов», 2020, 11) Экран современного мобильного телефона может служить отражательной дифракционной решеткой. Если посмотреть на изображение удаленного точечного источника света, отраженное от выключенного экрана телефона, можно увидеть дифракционную картину (попробуйте провести данный опыт по окончании олимпиады). Возьмем технические характеристики одной популярной модели: диагональ экрана  $D = 5,5$  дюймов, разрешение 1920 на 1080 пикселей. Определите период дифракционной решетки, соответствующей данному экрану, считая, что пиксели имеют квадратную форму. Определите угловое расстояние между максимумами первого порядка для красного света (длина волны  $\lambda_1 = 650$  нм) и синего ( $\lambda_2 = 450$  нм). Угол отсчитывается от нормали к поверхности экрана.

$$\frac{\theta \sin p}{c \gamma - 1 \gamma} \approx \delta \nabla$$

## 4.17 Специальная теория относительности

Дополнительные задачи — в листке [Теория относительности](#).

**4.17.1.** («Надежда энергетики», 2018, 11) В центре сферической вакуумной камеры образовалась элементарная частица мюон с энергией  $E$ . Определите максимальное значение радиуса камеры  $R$ , при котором мюон долетит до её стенки. Масса и время жизни медленного (покоящегося) мюона равны, соответственно,  $m$  и  $\tau_0$ .

$$R_{\max} = \frac{c \tau_0}{\gamma} \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2}$$

**4.17.2.** (Олимпиада КФУ, 2019, 11) Звездолет может развивать скорость вплоть до скорости света в вакууме,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Астронавты обратили внимание на то, что вид звёздного неба зависит от скорости звездолёта. В самом деле, в соответствии со специальной теорией относительности справедлив закон преобразования углов

$$\cos \alpha' = \frac{\cos \alpha - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha}$$

где  $\alpha$  и  $\alpha'$  углы между направлениями скорости звездолёта  $v$  и светового потока в системах отсчёта, связанных с неподвижным наблюдателем ( $\alpha$ ) и звездолётом ( $\alpha'$ ). Что увидят астронавты при  $v \rightarrow c$ ? Под какими углами  $\alpha$  в неподвижной системе отсчёта будут достигать звездолёта лучи, которые астронавты будут видеть как лучи, перпендикулярные направлению полёта звездолёта при скоростях  $v = 0,5c$  и  $v = 0,5c\sqrt{3} \approx 0,866c$ ?

при  $v \rightarrow c$  и  $v = 0,5c$  и  $v = 0,5c\sqrt{3}$  углы равны  $90^\circ$  и  $30^\circ$  соответственно

при  $v \rightarrow c$  звездам перед звездолётом

# Глава 5

## Атомы, ядра, кванты

### 5.1 Давление света

Дополнительные задачи — в листке [Давление света](#).

**5.1.1.** («Надежда энергетики», 2022, 11) Маленький шарик радиусом  $R = 1$  см изготовлен из меди (плотность  $\rho = 8,96$  г/см<sup>3</sup>) и покрыт тонким слоем материала, полностью поглощающего электромагнитное излучение. Он вращается вокруг Солнца по почти круговой орбите радиусом  $r = 15 \cdot 10^7$  км со скоростью  $v = 30$  км/с. Поглощая электромагнитные волны, шарик полностью переизлучает их в пространство так, что не нагревается. Определите тангенциальное ускорение торможения шарика. Считайте, что интенсивность излучения Солнца («солнечная постоянная») на орбите шарика составляет  $J = 1,36$  кВт/м<sup>2</sup>. Влиянием других тел, любым излучением (кроме электромагнитного), магнитным полем Солнца и т. д. пренебrecь. Температура во всех точках шарика одинакова и не меняется со временем. Скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

$$\frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{15 \cdot 10^7 \text{ км}} \cdot 1,36 \text{ кВт/м}^2 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{15 \cdot 10^7 \text{ км}} \cdot 1,36 \text{ кВт/м}^2 = \dots$$

**5.1.2.** («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 11) Есть закон Стефана-Больцмана для интенсивности  $I$  теплового излучения (то есть мощности теплового излучения с единицы поверхности):

$$I = aT^4,$$

где  $a = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — коэффициент в законе Стефана-Больцмана,  $T$  — абсолютная температура поверхности. Известно, что энергия и импульс для излучения связаны соотношением

$$E = p \cdot c,$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света.

Оцените, какую силу давления создаёт тепловое излучение Солнца ( $T = 6000$  К,  $R = 6,5 \cdot 10^8$  м), падающее перпендикулярно на идеально отражающее зеркало площади  $S = 217,4$  м<sup>2</sup>, расположенное в космосе вблизи Земли.

**Примечание.** Радиус орбиты Земли вокруг Солнца  $r = 1,5 \cdot 10^{11}$  м. Ответ дайте с точностью до милли-Ньютона.

НМЗ

**5.1.3.** («Шаг в будущее», 2021, 11) На плоскую поверхность тонкой плоско-выпуклой отрицательной линзы нанесено абсолютно отражающее покрытие. На вогнутую поверхность линзы падает узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией  $W = 5$  Дж и длительностью  $\tau = 10^{-8}$  с. Падающий луч распространяется параллельно главной оптической оси линзы на расстоянии  $F/2$  от оси ( $F$  — фокусное расстояние линзы). Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхности линзы (без покрытия) пренебречь.

$$F = \frac{2W}{\tau} = 6.25 \times 10^8 \text{ Н}$$