

Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, школьный этап, 2017/18 год

1. В трёхзначном числе первую цифру (разряд сотен) увеличили на 3, вторую — на 2, третью — на 1. В итоге число увеличилось в 4 раза. Приведите пример такого исходного числа.

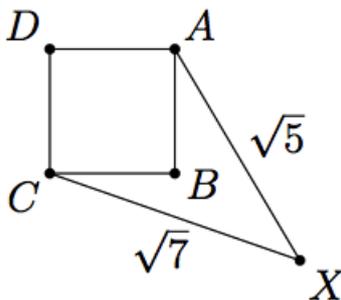
2. Билет в кино стоил 300 рублей. Когда цену понизили, количество посетителей увеличилось на 50 процентов, а выручка кинотеатра выросла на 35 процентов. Сколько рублей составляет цена одного билета теперь?

027

3. Дана арифметическая прогрессия. Сумма первых её 10 членов равна 60, а сумма первых 20 её членов равна 320. Чему может быть равен 15-й член этой прогрессии?

92

4. На плоскости дан квадрат $ABCD$ со стороной 1 и точка X (см. рисунок). Известно, что $XA = \sqrt{5}$, $XC = \sqrt{7}$. Чему равно XB ?



01^ - 9^

5. Рассмотрим уравнение $\sin^3 x + \cos^3 x = -1$. Сколько у него решений на промежутке $[0, 6\pi]$?

6. Про тетраэдр $ABCD$ известно, что $AB \cdot CD = AC \cdot BD = AD \cdot BC$. Пусть I_A, I_B, I_C, I_D — центры окружностей, вписанных в треугольники BCD, CDA, DAB и ABC соответственно. Докажите, что отрезки AI_A, BI_B, CI_C, DI_D пересекаются в одной точке.