

Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, муниципальный этап, 2013/14 год

1. Серёжа и Миша, гуляя по парку, набрали на поляну, окружённую липами. Серёжа пошел вокруг поляны, считая деревья. Миша сделал то же самое, но начал с другого дерева (хотя пошел в ту же сторону). Дерево, которое у Серёжи было 20-м, у Миши было 7-м, а дерево, которое у Серёжи было 7-м, у Миши было 94-м. Сколько деревьев росло вокруг поляны?

001

2. В треугольнике ABC угол C равен 75° , а угол B равен 60° . Вершина M равнобедренного прямоугольного треугольника BCM с гипотенузой BC расположена внутри треугольника ABC . Найдите угол MAC .

00E

3. Для квадратного трехчлена $f(x)$ и некоторых действительных чисел l , t и v выполнены равенства: $f(l) = t + v$, $f(t) = l + v$, $f(v) = l + t$. Докажите, что среди чисел l , t и v есть равные.

4. На экране компьютера — число 12. Каждую секунду число на экране умножают или делят либо на 2, либо на 3. Результат действия возникает на экране вместо записанного числа. ровно через минуту на экране появилось число. Могло ли это быть число 54?

лЭН

5. Дана правильная треугольная пирамида $SABC$, ребро основания которой равно 1. Из вершин A и B основания ABC проведены медианы боковых граней, не имеющие общих точек. Известно, что на прямых, содержащих эти медианы, лежат рёбра некоторого куба. Найдите длину бокового ребра пирамиды.

 $\frac{2}{9\sqrt{3}}$

6. На окружности отмечено 20 точек. Сколько существует таких троек хорд с концами в этих точках, что каждая хорда пересекает каждую (возможно, в концах)?

$$C_3^{20} + C_4^{20} + 8 \cdot C_5^{20} + 5 \cdot C_6^{20} + C_7^{20} = 156180$$