Олимпиада «Высшая проба» по математике

7 класс, 2015 год

Все задачи оценивались в 20 баллов. Для получения диплома нужно было набрать от 60 баллов.

1. Родник даёт бочку воды за 24 минуты. Сколько бочек воды даёт родник за сутки?

$\boxed{60}$

2. Натуральные числа x и y таковы, что верно равенство $x^2 - 3x = 25y^2 - 15y$. Во сколько раз число x больше числа y?

$\boxed{\text{В 5 раз}}$

3. Одна сторона прямоугольника в 5 раз длиннее другой. Покажите, как разрезать этот прямоугольник на 5 частей и сложить из них квадрат. Части можно переворачивать и поворачивать, но нельзя накладывать друг на друга, и внутри квадрата не должно быть непокрытых участков.

4. Петя, Саша и Миша играют в теннис на вылет. Игра на вылет означает, что в каждой партии играют двое, а третий ждёт. Проигравший партию уступает место третьему и в следующей партии сам становится ждущим. Петя сыграл всего 12 партий, Саша — 7 партий, Миша — 11 партий. Сколько раз Петя выиграл у Саши?

$\boxed{4}$

5. Незнайка придумал себе развлечение. Он пишет на доске выражение

$$(((((0\ldots)\ldots)\ldots)\ldots)\ldots),$$

причём количество скобок он выбирает по своему желанию. Затем вместо каждого многоточия он вписывает знак плюс или умножить и натуральное число от 1 до 9, причём каждое число — не более одного раза, а затем вычисляет значение получившегося выражения. Например он может написать такое выражение:

$$(((0+2)\cdot 3)+8) = 14,$$

или такое:

$$(((((((0\cdot 7)+3)+4)+1)\cdot 2)\cdot 5)\cdot 6)+9) = 105,$$

или такое:

$$(((((((0+3)\cdot 9)\cdot 8)+7)\cdot 6)\cdot 4)+5) = 5357.$$

Но он не может написать

$$(((((0+7)\cdot 3)+4)\cdot 7)+5),$$

потому что число 7 здесь использовано два раза. Незнайка хочет написать выражение, в результате вычисления которого получилось бы 2015. Помогите ему это сделать.

$\boxed{(((((((0+3)+2)\cdot 8)+4)\cdot 9)+7)\cdot 5) = 2015}$

6. Дан треугольник ABC, в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 90°$. В нём проведена высота BH. На стороне CA выбрана точка P так, что $AP = AB$, на стороне CB выбрана точка Q так, что $BQ = BH$. Доказать, что прямые PQ и AB параллельны.