

Олимпиада «Высшая проба» по математике

8 класс, 2014 год

Все задачи оценивались в 20 баллов. Для получения диплома нужно было набрать от 60 баллов.

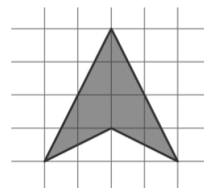
1. В выражение

$$(** + *) (** + *) = ****$$

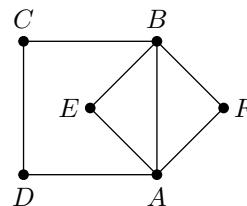
вставьте цифры вместо звёздочек так, чтобы получилось верное равенство и было использовано не более четырёх различных цифр. (Число не может начинаться с нуля.)

2. Известно, что ни одно из чисел a , b , c не является целым. Может ли случиться так, что каждое из чисел ab , bc , ca , abc — целое?

3. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на три части так, чтобы из них можно было сложить прямоугольник. Покажите, как именно сложить из них прямоугольник. Разрезы могут идти не по линиям сетки. Части можно переворачивать.



4. Двое играют в такую игру. На рисунке в точке A стоит фишка. Они ходят фишкой по очереди, с каждым ходом передвигая фишку из точки, в которой она стоит, в одну из названных на рисунке точек, соединённую с ней отрезком. Два раза по одному отрезку ходить нельзя. Кто не может сделать ход, проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре обеих сторон? Обоснуйте свой ответ.

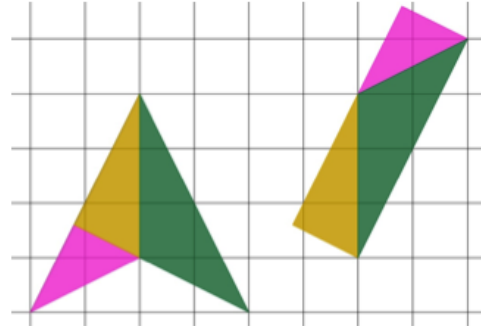
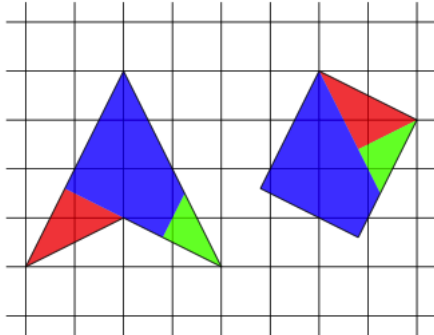


5. Вдоль берега круглого озера растут яблони. Петя и Вася начинают идти из точки A на берегу в противоположных направлениях вдоль берега и считают все яблони, встретившиеся им на пути, а также все яблоки, растущие на яблонях. Встретившись в некоторой точке B , они сверили результаты. Оказалось, что Петя насчитал вдвое больше яблонь, чем Вася, и в семь раз больше яблок, чем Вася. Их удивил этот результат, и они решили повторить эксперимент. Они отправились из точки B в тех же направлениях, что изначально, и встретились снова в точке C . Оказалось, что на пути от B до C Петя опять насчитал вдвое больше яблонь, чем Вася, и в семь раз больше яблок, чем Вася. Их удивление стало ещё больше, и они опять решили повторить эксперимент. Отправившись из C в тех же направлениях, они встретились в точке D . Оказалось, что Петя опять насчитал вдвое больше яблонь, чем Вася. Кто из них на пути от C до D насчитал больше яблок и во сколько раз?

6. Прямые, содержащие высоты неравнобедренного треугольника ABC , пересекаются в точке H . I — центр вписанной окружности треугольника ABC , O — центр описанной окружности треугольника BHC . Известно, что точка I лежит на отрезке OA . Найдите угол BAC .

Ответы

1. Например, $(99 + 1)(10 + 9) = 1900$.
2. Да.
3. Показаны два способа разрезания. Возможны и другие решения.



4. Второй.
5. На пути от C до D Вася насчитал в три раза больше яблок, чем Петя.
6. 60° .